MENGAJAR DAN BELAJAR MATEMATIKA DENGAN PEMAHAMAN

Tatang Herman
Jurusan Pendidikan Matematika
FPMIPA Universitas Pendidikan Indonesia

Abstrak. Pemahaman dalam kegiatan pembelajaran matematika sudah sejak lama menjadi isu penting dan karena esensinya tampaknya tidak akan berhenti dibicarakan. Tidak sedikit kajian dan penelitian dalam pembelajaran matematika berkonsentrasi dan berupaya menguak pemahaman. Namun, sudah diyakini oleh banyak pihak bahwa untuk mencapai tujuan seperti itu tidaklah segampang membalik telapak tangan, banyak faktor yang berkontribusi di dalamnya. Tulisan ini merupakan analisis mengapa proses pembelajaran matematika harus berlandaskan dan mencapai suatu pemahaman serta bagaimana bentuk aktivitas pembelajaran matematika sehingga dapat menggapai pemahaman.

Representasi dan Koneksi

Berdasarkan pada asumsi bahwa pengetahuan direpresentasikan dalam memori manusia secara internal dan terstruktur dengan baik, maka untuk memahani mengenai pemahaman ini tidak akan terlepas pada asumsi tersebut. Untuk berpikir dan mengkomunikasikan gagasan matematika, kita dapat merepresentasikannya dalam beberapa cara. Komunikasi memerlukan bentuk representasi yang eksternal, seperti dalam bentuk ucapan bahasa, simbol tertulis, gambar, atau objek-objek nyata. Untuk memahami gagasan matematika tertentu diperlukan satu bentuk representasi atau terkadang banyak bentuk representasi.

Untuk memikirkan suatu gagasan matematika kita perlu merepresentasikannya secara internal agar pikiran kita mampu memahaminya. Karena representasi mental tidak dapat diobservasi secara langsung, maka representasi yang terjadi di dalam kepala biasanya berdasarkan pada inferensi tingkat tinggi. Oleh karena itu tidak sedikit para ahli psikologi, seperti Thorndike dan Skinner, menguak representasi mental dalam ilmu kognitif. Dua asumsi dalam pembelajaran matematika yang dibangun atas dasar ilmu kognitif berkaitan dengan mental atau representasi internal. Asumsi pertama adalah bahwa antara representasi eksternal dan representasi internal terdapat keterkaitan. Asumsi kedua menyatakan bahwa representasi internal dapat dihubungkan secara fungsional antara yang satu dengan lainnya.

Asumsi kedua yang dapat ditarik dari studi ilmu kognitif menyatakan bahwa representasi internal dapat dikoneksikan. Meskipun keterkaitan ini hanya inferensi, diasumsikan bahwa representasi dipengaruhi oleh aktivitas eksternal dan keterkaitan antar representasi internal dapat distimulasi oleh keterkaitan antar representasi eksternal.

Koneksi Eksternal. Koneksi antar representasi eksternal dari informasi matematik dapat dikonstruksi oleh siswa dalam bentuk-bentuk representasi yang berbeda untuk gagasan matematik yang sama atau dengan representasi yang sama untuk gagasan yang berhubungan. Koneksi antara representasi yang berbeda dapat dilihat berdasar kesamaannya dan berdasar perbedaannya. Koneksi representasi ini dalam belajar matematika memiliki peran yang sangat penting.

Koneksi Internal. Ketika hubungan antar representasi internal dari gagasan-gagasan terkonstruksi, maka di sana terbentuklah jaringan pengetahuan. Jaringan memilki struktur seperti hirarki vertikal atau seperti jaring-jaring (*webs*). Kedua jaringan ini membentuk struktur pengetahuan dan jaring semantik, seperti diilustrasikan Chi dan Koeske (1983) dalam penelitianya tentang persepsi anak mengenai dinosaurus.

Diyakini bahwa konsep keterkaitan representasi dari pengetahuan akan bermanfaat dalam mengembangkan pemahaman. Hal ini disebabkan beberapa hal. Pertama, memberikan tingkat analisis dari sudut pandang teori kognitif dan implikasinya dalam pembelajaran. Kedua, membangun kerangkan koheren dalam mengkaitkan beragam isu mengenai pembelajaran matematika, dulu dan masa kini. Ketiga, memberikan interpretasi tentang siswa belajar dari keberhasilan dan kegagalannya, baik di dalam ataupun di luar sekolah.

Belajar Matematika dengan Pemahaman

Suatu gagasan matematika atau prosedur atau fakta dikatakan dipahami jika hal ini menjadi bagian dari jaringan internal. Lebih spesifik lagi dikatakan matematika dimengerti apabila representasi mentalnya merupakan bagian dari jaringan representasi. Tingkat pemahaman akan ditentukan oleh jumlah dan kekuatan dari keterkaitannya. Suatu gagasan matematika, prosedur, atau fakta difahami dengan sempurna apabila terjalin dengan kuat dengan jaringan yang telah ada dan memiliki jumlah koneksi yang lebih banyak.

Terdapat beberapa jenis koneksi yang dikonstruksi siswa dalam proses belajar sehingga membentuk jaringan mental, yaitu hubungan yang terbentuk atas dasar persamaan dan perbedaan, dan hubungan yang terbentuk berdasar inklusi. Hubungan yang berdasar kesamaan dan perbedaan dapat tercipta dengan mengorespondensikan sesuatu yang tidak ada dengan yang ada atau sebaliknya dalam suatu bentuk representasi eksternal yang sama. Misalnya, seorang siswa yang sedang melakukan representasi blok basis-10 dengan notasi dalam algoritma tertulis untuk bilangan bulat.

Jenis hubungan yang lain adalah terbentuk ketika suatu fakta atau prosedur dipandang sebagai kasus khusus daripada yang lainnya. Jenis hubungan ini didasarkan atas inklusi dari suatu kasus umum atau kasus khusus. Hubungan seperti ini tampaknya terdapat dalam jaringan yang hirarkis. Contoh koneksi yang terjadi dalam hubungan inklusi adalah pada saat anak bekerja pada permulaan penjumlahan dan pengurangan. Mereka menyelesaikan soal cerita dalam penjumlahan dan pengurangan menggungakan strategi membilang yang mencerminkan struktur semantik dari permasalahan itu. Model seperti ini berdasar atas skemata permasalahan yang merupakan tipe-tipe dasar dari struktur semantik. Umumnya, skemata merupakan jaringan internal yang relatif stabil yang dikonstruksi pada abstraksi dan penyimpulan tingkat tinggi.

Dapat disimpulkan bahwa hal yang sangat bermanfaat apabila kita memikirkan pengetahuan matematika siswa sebagai jaringan representasi internal. Pemahaman terjadi apabila representasi terkoneksi dalam jaringan kohesif dengan struktur yang lebih terorganisasi. Koneksi yang menciptakan jaringan-jaringan membentuk banyak jenis hubungan, seperti kesamaan, perbedaan, dan inklusi.

Membangun Pemahaman

Jaringan dari representasi mental dibangun secara bertahap dengan mengaitkan informasi baru pada jaringan yang telah ada dan menjadi struktur jaringan baru. Pemahaman tumbuh pada saat jaringan bertambah besar dan lebih terorganisasi. Tingkat pemahaman kurang baik apabila representasi mental atau gagasan-gagasan terkait terhubung pada tingkat koneksi yang lemah.

Pertumbuhan jaringan ini dapat terjadi dalam beberapa cara. Yang paling mudah dibayangkan adalah mendekatkan representasi suatu fakta atau prosedur baru terhadap jaringan yang telah ada. Sebagai contoh, seorang siswa kelas 4 SD yang telah memahami nilai tempat dan telah menguasai algoritma tertulis dalam penjumlahan dan pengurangan. Siswa tersebut akan membangun koneksi untuk penjumlahan dan pengurangan desimal, maka prosedur penjumlahan dan pengurangan yang merupakan jaringan yang telah ada akan menjadi lebih besar, sehingga penjumlahan dan pengurangan desimal dapat dipahami. Perubahan dalam jaringan dapat dideskripsikan sebagai reorganisasi. Representasi disusun kembali, koneksi baru terbentuk, dan koneksi lama dimodifikasi atau bahkan dihapus. Konstruksi dari hubungan baru akan mengakibatkan rekonfigurasi jaringan.

Menggunakan Representasi Alternatif di Kelas. Dalam pendidikan matematika sudah sejak lama dipikirkan berbagai alternatif dalam merepresentasikan gagasan-gagasan matematika, seperti pemanfaatan benda-benda kongkrit. Penelitian mengenai efektivitas penggunaan benda-benda kongkrit di kelas memberikan hasil berbeda-beda. Anak dapat memahami matematika dengan baik ketika dalam pembelajarannya memanfaatkan benda-benda kongkrit, menunjukkan bahwa anak mampu membangun hubungan sehingga terjadi konesksi dan interaksi jaringan dari representasi benda-benda nyata. Hasil yang mengidentifikasi bahwa benda-benda kongkrit kadangkala tidak efektif mengundang diskusi lebih lanjut. Diantaranya adalah jika siswa tidak memiliki pengetahuan awal seperti yang diharapkan guru, maka akan sangat sulit bagi siswa untuk menghubungkan interaksi benda nyata dengan jaringan yang telah ada.

Memahami Simbol Tertulis. Sistem simbol tertulis standar dalam matematika memegang peranan penting khususnya terhadap pengalaman belajar siswa dalam membentuk sistem representasi. Arti dari simbol tertulis dapat berkembang dalam dua cara seperti perkembangan pemahaman, mengkaitkan dengan bentuk representasi lain atau membangun koneksi antar representasi. Ketika simbol tertulis dikaitkan dengan bentuk lain, seperti objek fisik, gambar, dan bahasa lisan, sumber pemaknaan berasal dari jaringan internal yang sudah terbentuk. Pemaknaan dapat terjadi melalui pembentukan hubungan dalam sistem simbol, yang seringkali terjadi melalui pengenalan pola dalam sistem simbol.

Apabila pembelajaran difokuskan kepada pemaknaan dan pemahaman, terdapat sejumlah konsekuensi sebagai dampak dari proses mental yang terjadi. Beberapa konsekuensi tersebut adalah sebagai berikut.

Pemahaman adalah Generatif. Sudah banyak disetujui bahwa siswa mengkonstruksi pengetahuan matematika bukannya menerima bentuk jadi dari guru atau buku. Artinya siswa mengkreasi representasi internal mereka dari interaksi dengan dunia dan membangun jaringan representasi. Signifikansi dari analisis ini adalah bahwa jika pemahaan dibangun secara inisial dan proses inventif dapat beroperasi dalam representasi mental dari banyak dukungan. Proses inventif ini membangun pemahaman siswa tentang sesuatu yang baru. Invensi yang bekerja atas dasar pemahaman dapat melahirkan pemahaman baru seperti efek bola salju.

Pemahaman Menyokong Daya Ingat. Penelitian yang dilakukan Bartlett (1932) memperjelas bahwa memori merupakan proses konstruktif atau rekonstruktif, bukannya aktivitas pasif. Apabila informasi yang akan diingat lebih kompleks, orang sering menstrukturnya sedemikian sehinga menindih sesuatu yang bermakna di dalamnya. Cara seperti ini seringkali dilakukan untuk memodifikasi informasi yang harus diingat. Informasi direpresentasi oleh siswa sedemikian sehingga berpadu dengan jaringan pengetahuan yang telah ada. Keuntungan dari terjalinnya hubungan antara pengetahuan baru dengan yang telah ada adalah koneksi pengetahuan yang terjalin dengan kuat maka akan diingat dengan baik.

Pemahaman Mengurangi Jumlah yang Harus Diingat. Konsekuensi dari tingkat pemahaman berkorelasi dengan tingkat daya ingat. Sesuatu yang dipahami direpresentasi sedemikian sehingga terkait dengan suatu jaringan. Apabila jaringan itu makin terstruktur dengan baik, maka makin gampang untuk diingat. Memori untuk suatu bagian dari jaringan muncul melalui memori dari jaringan yang utuh. Oleh karena itu, pemahaman dapat mereduksi jumlah item yang harus diingat.

Pemahaman Meningkatkan Transfer. Transfer adalah esensial untuk kompetensi matematika. Disebut demikian karena permasalahan baru harus diselesaikan menggunakan strategi yang pernah dipelajari sebelumnya. Transfer terjadi karena kebanyakan siswa meningkat kemampuannya dalam menyelesaikan suatu masalah karena mereka pernah mempelajari permasalahan yang berkaitan sebelumnya.

Pemahaman Mempengaruhi Beliefs. Pemahaman juga mempengaruhi proses afektif. *Beliefs* siswa mengenai matematika dipengaruhi oleh perkembangan pemahamannya. Dan juga dalam membangun suatu pemahaman matematika dipengaruhi oleh *beliefs* siswa tentang matematika.

Pengetahuan Konseptual dan Prosedural

Pengetahuan konseptual diartikan sebagai suatu cara mengidentifikasi sesuatu dengan pengetahuan yang dipahami. Pengetahuan konseptual juga merupakan jalinan jaringan. Dengan kata lain pengetahuan konseptual adalah pengetahuan yang mengikat informasi yang tadinya terpisah-pisah menjadi suatu jalinan jaringan yang relatif lengkap. Jadi, unit dari pengetahuan konseptual tidaklah tersimpan dalam sebuah informasi yang terisolasi, namun merupakan bagian suatu jaringan. Di lain hal, pengetahuan prosedural merupakan urutan dari aksi yang didalamnya melibatkan aturan dan algoritma (Hiebert & Lefevre, 1986). Koneksi minimal yang diperlukan untuk mengkreasi representasi internal dari suatu prosedur adalah koneksi keterkaitan aksi dalam prosedur itu.

Contoh pengetahuan prosedural yang seringkali digunakan siswa adalah dalam komputasi dengan algoritma tertulis (menjumlah atau mengurangi dengan cara pendek). Dalam mengerjakan operasi hitung ini siswa menggunakan algoritma dengan melakukan langkah-demi-langkah sesuai urutan prosedur yang telah dipahami atau diingat. Misalnya, untuk menjumlahkan 23 + 49 seorang siswa dapat melakukannya melalui pemahaman yang dimilikinya dengan mengatur penggrupan bilangan , seperti 23 + 49 = 22 + 50 = 72; menjumlahkan puluhannya dulu diikuti dengan menjumlahkan satuan; membulatkan salah satu bilangan kemudian menghitung secara mental seperti 23 + 50 kemudian dikurang 1, atau menggunakan strategi lain seperti 23 + 40 = 63 + 9 = 72. Semua cara yang dilakukan siswa seperti ini mengilustrasikan penggunaan pengetahuan prosedural berdasarkan pemaknaan dan pemahaman siswa.

Di sisi lain, suatu algoritma yang merupakan rentetan langkah-demi-langkah dilakukan siswa tidak berdasar atas pemaknaan dan pemahamannya, melainkan dengan mengingat atau menghapal. Untuk menghitung 23 + 49 seperti soal di atas misalnya, dapat dilakukan dengan menjumlahkan 3 dan 9 didapat 12, tulis 9 di bawah dan simpan 1, kemudian dijumlahkan dengan 2 dan 4 diperoleh 7, sehingga hasilnya 72. Cara menjawab seperti ini sudah tidak diharapkan lagi dilakukan para siswa sebab tidak memberikan makna. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pengetahuan prosedural yang berlandaskan ingatan atau hapalan akan melemahkan kemampuan koneksi dan pemaknaan siswa terhadap sistem matematika (Reys & Barger, 1994). Oleh karena itu pengetahuan konseptual dan prosedural harus ditanamkan melalui pemaknaan dan pemahaman terhadap matematika.

Pengetahuan konseptual menuntut siswa untuk aktif berpikir mengenai hubungan-hubungan dan membuat koneksi serta membuat pembenaran untuk mengakomodasi pengetahuan baru menempati struktur mental yang lebih lengkap. Sebagai guru, kita harus menyadari pentingnya pengetahuan konseptual dan prodsedural dalam belajar matematika, terutama membantu membangun hubungan dan koneksi pengetahuan konseptual dan prosedural di dalam diri siswa. Hiebert & Carpenter (1992) mengemukakan bahwa memahami konsep (pengetahuan konseptual) harus datang lebih dulu sebelum penguasaan keterampilan (pengetahuan prosedural). Artinya, pembicaraan mengenai topik apa yang harus diajarkan tidak dilepaskan dengan pembicaraan bagaimana mengajarkannya. Hal ini sejalan dengan pernyataan, "What students learn is fundamentally connected with how they learn it" (NCTM 1991, h. 21).

Mengajar Matematika dengan Pemahaman

Hasil penelitian secara konsisten menunjukkan bahwa proses belajar matematika yang dilakukan secara terkotak-kotak (terisolasi) tidak memberikan hasil yang positif (Hiebert & Carpenter 1992). Matematika dapat dan harus dihayati oleh siswa. Dengan demikian, matematika dapat dimaknai dan dipamahami sebagai suatu disiplin yang runtut, terstruktur, dan antara bagian yang satu dengan bagian lainnya terdapat saling keterkaiatan. Ini semua diharapkan dapat diterapakan siswa dalam menjawab berbagai permasalahan dalam beragam situasi.

Konsep belajar bermakna pertama kali dikemukakan oleh William Brownell pada pertengahan abad duapuluh merupakan embrio dari aliran konstruktivisme. Brownell (dalam Reys, Suydam, Linquist, & Smith 1998) menyatakan bahwa matematika ibarat rentetan jahitan dari gagasan-gagasan, prinsip-prinsip, dan proses — membentuk suatu struktur yang harus menjadi tujuan utama dalam pembelajaran matematika. Melengkapi gagasan awal Brownell, Piaget, Bruner, dan Dienes memiliki kontribusi yang sangat berarti terhadap perkembangan konstruktivisme. Belakangan ini banyak rekomendasi yang dikemukakan para ahli pendidikan matematika bahwa pembelajaran matematika harus berdasarkan pada bagaimana siswa belajar matematika, dan kecenderungan dan dukungan penuh untuk mengubah pendekatan konvensional yang berlandaskan behaviorisme menjadi pendekatan konstruktivisme.

Apakah yang maksud dengan siswa mengkonstruksi pengetahuan matematika? Beberapa jawaban berikut ini merupakan prinsip dari gagasan pokok konstruktivis.

1) Pengetahuan tidak bisa diterima siswa secara pasif, namun pengetahuan terbentuk melalui aktivitas atau penemuan (terkonstruksi) oleh diri siswa. Piaget (1972) menyatakan bahwa matematika dikonstruksi siswa bukan seperti menemukan batu dan bukan pula seperti menerima sesuatu pemberian seseorang.
2) Siswa mengkreasi (mengkonstruksi) pengetahuan matematik baru melalui refleksi dari kegiatan fisik dan mental. Mereka mengamati hubungan, mengenali pola, membuat generalisasi dan abstraksi seperti halnya mereka mengintegrasikan pengetahuan baru ke dalam struktur mental yang telah ada.
3) Belajar merupakan refleksi dari suatu proses sosial di mana siswa terlibat dalam kegiatan interaksi seperti dialog dan diskusi antar sesama mereka dan guru. Perkembangan intelektual seperti ini tidak hanya melibatkan benda-benda manipulatif, menemukan pola, menemukan algoritma sendiri, dan menemukan beragam solusi, namun juga berbagi pengalaman mengenai hasil pengamatan masing-masing, menggambarkan keterhubungan, menjelaskan cara yang mereka tempuh, dan alasan suatu proses yang mereka lakukan.

Apabila kita perhatikan prinsip-prinsip dari konstruktivisme ini membawa implikasi terhadap pembelajaran matematika. Selain itu prinsip ini pun menggambarkan bahwa dalam konstruktivisme proses belajar memerlukan cukup waktu dan memerlukan beberapa tahap pengembangan.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa tingkat perkembangan matematika anak harus berada dalam batasan aktivitas belajar tertentu sehingga menggapai pemahaman (Reys, dkk. 1998). Dalam setiap tahap perkembangan matematika siswa, pada batas-batas bagian bawah ditempati oleh konsep-konsep dan keterampilan yang telah dimilikinya, sedangkan pada batas-batas bagian atas ditempati oleh tugas-tugas yang dapat diselesaikan melalui langkah-demi-langkah dalam kegiatan pembelajaran. Kegiatan belajar yang jatuh pada *range* ini telah diidentifikasi Vygotsky sebagai *zone of proximal development*, berkecenderungan akan membawa siswa pada pemahaman yang baik. Tantangan yang dikemukakan Vygotsky adalah guru harus mengenali siswa dengan baik sehingga dapat mengetahui *zone of proximal development*-nya.

Konsensus umum yang saat ini menjadi isu penting adalah bahwa koneksi antar gagasan matematika harus dibahas dan didiskusikan siswa dan mereka harus didorong untuk melakukan refleksi. Banyak penelitian menyatakan bahwa mebangun pemahaman atas dasar pengetahuan yang telah dimiliki siswa dimulai dengan cara siswa berbicara mengenai strategi informal mereka sangat membantu siswa menyadari pengetahuan informal implisit. Oleh karena itu belajar kooperatif dan diskusi kelas memberikan kesempatan siswa untuk menggambarkan dan menjelaskan koneksi yang telah terbentuk di dalam diri mereka.

Konsepsi pemahaman sebagai koneksi memberikan kerangka dasar untuk pengkajian dari efek pemahaman siswa dari seting pengajaran yang berbeda dan pengelompokan dalam perkembangan pemahaman siswa. Kemudian pertanyan penting yang muncul adalah apabila pengajaran telah memberikan kesempatan kepada siswa untuk menciptakan koneksi secara eksplisit, mengkaji koneksi apa yang eksplisit selain interaksi guru-siswa, dan mengases koneksi apa yang terjadi dari hasil pembelajaran akan membantu kita memahami relasi antara program khusus pengajaran dan *outcomes* yang diharapkan.

Mengajar untuk Dipahami dan Pemahaman Guru

Pembahasan pemahaman ini tidak hanya tertuju kepada siswa saja, namun juga pemahaman guru mengenai pengetahuan pedagogi dan matematika. Mengajar matematika dengan pemahaman memiliki permasalahan membantu guru bagaimana mengimplementasikan program pengajaran untuk mengembangkan pemahaman siswa.

Pertanyaan bagaimana membuat koneksi eksplisit untuk siswa paralel dengan pertanyaan untuk guru, bagaimana pengetahuan guru mengenai pemahaman siswa diterjemahkan ke dalam program pengajaran. Pendekatan yang diilustrasikan dalam penelitian Carpenter, Fennema, dan Peterson (1989) adalah aktivitas pembelajaran secara eksplisit yang berasumsi bahwa mengajar adalah memecahkan suatu masalah. Bukannya menyuruh guru melakukan kegiatan-kegiatan yang dirancang untuk mengembangkan pemahaman. Carpenter, dkk., (1989) mendorong guru untuk merancang kegiatan pembelajaran sendiri dan mengadaptasi pengajaran dalam keterampilan dan pengetahuan yang dimiliki siswa.

Kedua hal di atas menggambarkan bahwa prestasi suatu keterampilan dalam berbagai hal memerlukan pemahaman. Agar pembelajaran matematika berhasil, program-program pembelajaran memerlukan pemahaman guru tentang matematika dan pedagoginya.

Implikasi untuk Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan mengajar akan berjalan dengan baik jika kegiatan belajar siswa berjalan dengan baik. Dengan demikian mengajar matematika yang efektif bergantung sepenuhnya pada bagaimana siswa belajar. Berikut ini merupakan prinsip-prinsip membelajarkan siswa dalam matematika yang mengacu dari hasil-hasil penelitian, pengalaman, dan pemikiran terhadap bagaimana siswa belajar matematika.

Prinsip 1: Melibatkan aktivitas siswa

Prinsip ini berlandaskan pada suatu keyakinan bahwa kegiatan belajar yang dilakukan melalui aktivitas siswa akan mendorong siswa untuk menghayati apa yang telah mereka lakukan sehingga akan meningkatkan pemahaman matematika. Seperti suatu pepatah: *Saya dengar maka saya lupa, saya lihat maka saya ingat, saya lakukan maka saya mengerti*.

Hal di atas menunjukkan pentingnya melibatkan aktivitas siswa dalam pembelajaran, di mana mereka akan mengkonstruksi pengertian matematika oleh mereka sendiri. Yang dimaksud dengan melibatkan aktivitas siswa dalam kegiatan belajar dapat dilakukan dalam bentuk aktivitas fisik ataupun aktivitas mental. Bentuknya bermacam-macam seperti interaksi antar siswa atau dengan guru, pemanfaatan benda-benda manipulatif melalui kegiatan *hand-on*, penggunaan alat pembelajaran seperti buku, lembar kegiatan siswa, atau teknologi. Salah satu kegiatan pembelajaran harian yang menantang adalah bagaimana menyediakan pengalaman yang dapat mendorong dan mensituasikan siswa tertantang melakukan aktivitas.

Prinsip 2: Belajar merupakan kegitan pengembangan

Belajar matematika yang efektif dan efisien tidak bisa asal dilaksanakan. Siswa belajar dengan baik pada saat topik matematika sesuai dengan tingkat perkembangan mereka serta tersaji dalam suasana menarik dan menyenangkan yang menantang perkembangan intelektual siswa. Dengan demikian tugas membelajarkan matematika memerlukan waktu dan perencanaan yang tepat. Dinyatakan oleh NCTM (1989),

> Emphasizing mathematical concepts and relationships means devoting substantial time to the development of understanding. It also means relating this knowledge to the learning of skilla by establishing relationships between the conceptual and procedural aspects of the tasks. The time required to build an adequate conceptual base should cause educators to rethink when children are expected to demonstrate a mastery of complex skills. (h. 17)

Peran guru sangat kritis dalam menciptakan suasana lingkungan belajar yang potensial agar siswa dapat mengeksplorasi matematika sesuai dengan tingkat perkembangan berpikir siswa. Guru harus meberikan kesempatan siswa mengenal hubungan, membuat koneksi, dan berbicara tentang matematika.

Prinsip 3: Berpijak pada apa yang telah diketahui siswa

Matematika harus disajikan dalan urutan dan struktur yang runtut sehingga memungkinkan dipahami siswa dengan baik. Karena matematika juga mengandung pengetahuan konseptual dan prosedural, maka upaya pembelajaran tidak hanya berorientasi pada kedua jenis pengetahuan ini, namun yang penting adalah membangun pemahaman hubungan dari keduanya. Untuk hal-hal tertentu pemahaman terhadap pengetahuan konseptual lebih kritis. Misalnya, tidak ada gunanya bagi siswa memperkirakan jarak dalam kilometer jika mereka tidak memahami apa itu kilometer.

Pendekatan spiral, dalam hal ini, memberikan banyak kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan pemahaman konsep-konsep matematika. Lebih spesifik lagi konstruksi pengetahuan siswa akan terbangun dengan kokoh apabila berlandaskan pengetahuan dan pemahaman yang telah mereka peroleh sebelumnya. Hal inilah yang diharapkan akan membentuk pengetahuan dan pola pikir matematika yang lengkap. Misalnya dalam pengukuran sudut, secara informal telah diberikan di SD, dan kembali diberikan berulang pada kelas-kelas berikutnya. Sehingga ketika konsep sudut diberikan lagi pada tikat berikutnya, diharapkan pemahaman siswa tentang sudut semakin lengkap.

Prinsip 4: Terintegrasi dengan komunikasi

Pentingnya kemampuan komunikasi dalam belajar matematika didukung oleh perlunya siswa menggunakan bahasa untuk mengkomunikasikan gagasan matematika dan menjelaskan konjektur. Memberikan banyak kesempatan kepada siswa untuk mengemukakan gagasan matematika, menerangkan matematika, dan menjelaskan konjektur akan menstimulasi pemahaman mendalam mengenai konsep dan prosedur matematik. Penggunaan model, material manipulatif, dan contoh realistik akan memberikan banyak kesempatan kepada siswa untuk berpikir, berbicara, mendengarkan, dan menulis. Aktivitas seperti harus dijadikan kegiatan yang terintegrasi dalam pembelajaran matematika.

Sebagai guru, kita harus hati-hati mendorong siswa untuk banyak berbicara mengenai matematika. Siswa harus dapat berbicara matematika sebelum mereka diharapkan dapat mengkomunikasikan matematika secara simbolik. Seperti halnya bicara yang harus lebih dulu lancar sebelum menulis, berbahasa secara oral pun harus lebih dulu dikuasai siswa sebelum berbahasa dalam simbol-simbol atau gambar matematika

Prinsip 5: Teknik bertanya memfasilitasi belajar

Bertanya merupakan unsur yang sangat penting dalam pembelajaran.Guru perlu mengetahui dengan baik kapan dan pertanyaan yang bagaimana yang harus diajukan kepada siswa. Guru juga perlu mengetahui kapan merespon pertanyaan siswa atau bahkan balik bertanya melalui pertanyaan yang mengarahkan kepada jawaban dari pertanyaan siswa itu. Di sini guru harus terampil menggunakan strategi *probing* dan *scaffolding*. Di lain sisi, siswa pun dapat dan harus mengajukan pertanyaan kepada siswa lain atau kepada guru.

Pertanyaan yang baik memiliki beragam bentuk, namun secara umum memiliki sifat untuk mendorong dan menggali potensi siswa dalam berpikir kritis, menunjukan hubungan, dan meningkatkan kemampuan koneksi matematika.

Kapan saatnya guru mengajukan pertanyaan juga memerlukan pertimbangan yang baik. Pada saat tertentu pertanyaan tingkat rendah dengan jawaban tungga perlu dikemukakan guru, namun pada saat lain pertanyaan yang lebih terbuka akan lebih efektif. Atensi kita di sini terfokus pada pentingnya memberikan pertanyaan untuk menstimulasi siswa berpikir dan belajar.

Prinsip 6: Memanfaatkan alat manipulatif

Penggunaan alat peraga atau benda manipulatif dalam belajar matematika masih sangat diperlukan terutama untuk siswa SD dan SLTP. Menurut Suydam (1986) material manipulatif dan model berperan sangat sentral dalam membantu siswa memahami matematika. Hal ini disebabkan pemikiran mereka yang belum bisa langsung menerima hal-hal abstrak. Oleh karena itu membantu menjembatani situasi kongkrit ke situasi abstrak sangat diperlukan, di dalamnya terkandung representasi pemodelan dalam berpikir yang menantang untuk dipahami (Hibert, 1989).

Misalnya dalam mengembangkan konsep lingkaran, guru dapat memanfaatkan piring untuk merepresentasikan model lingkaran. Di sini akan terkait konsep matematika lainnya seperti luas daerah, keliling, jari-jari, dan diameter. Ketika konsep lingkaran telah terkonstrusi dalam kepala anak, mereka didak perlu lagi mengingat karakteristik dari setiap unsur pembentuk lingkaran, tetapi meraka telah memahami karakteristik lingkaran secara utuh.

Prinsip 7: Metakognisi mempengaruhi belajar

Metakognisi merupakan pemahaman dan pandangan (*beliefs*) seseorang sebagai pembelajar yang dapat mengontrol pembenaran tingkah lakunya. Siswa dituntut untuk lebih menyadari akan kekuatan, kelemahan, dan keterampilannya dalam melakukan suatu prosedur dan strategi belajar serta melakukan aktivitas matematika, khususnya dalam menyelesaikan permasalahan.

Metakognisi lebih merupakan kemampuan bercermin diri, mengamati dan memahami diri sendiri dalam berupaya dan berpikir mengenai apa yang dipikirkan. Dalam menyelesaikan suatu permasalahan siswa dapat merasakan apakah pengetahuan dan pemahamannya telah digunakan secara optimal dalam menjawab permasalahan. Selanjutnya siswa dapat berpikir, apa yang harus ia kerjakan, mengapa ia melakukannya seperti itu, dan apakah cara ini dapat menyelesaikan permasalahan.

Beberapa studi mengindikasikan bahwa apa yang diketahui siswa dan pandangannya sebagai pembelajar matematika berpengaruh besar tidak saja terhadap prestasi belajar namun juga terhadap tingkah laku mereka dalam mengerjakan matematika (Campione, Brown, & Connell 1988). Pengetahuan metakognitif termasuk pengetahuan yang meyakini bahwa latihan dapat meningkatkan kemampuan menyelesaikan tugas atau diagram dapat membatu pemahaman. Perkembangan metakognisi menuntut siswa untuk melakukan pengamatan apa yang mereka ketahui, apa yang mereka lakukan, dan merefleksi hasil pengamatan yang telah mereka lakukan. Mendorong siswa untuk terbiasa berpikir mengenai cara berpikir mereka merupakan salah satu substansi kegiatan belajar matematika.

Prinsip 8: Sikap guru turut menentukan

Sikap siswa terhadap matematika merupakan salah satu produk dari kegiatan belajar dan bertalian dengan motivasi dan tingkat keberhasilan siswa dalam belajar. Penilaian dan sikap siswa terhadap matematika sangat dipengaruhi oleh faktor guru. Guru yang dapat menciptakan suasana menyenangkan dalam belajar, berbagi pendapat dan perasaan dengan siswa cenderung akan menjadikan siswa menyenangi matematika (Renga & Dalla 1993). Guru juga harus bersikap adil dalam melayani dan membelajarkan individu, tidak membedakan gender ataupun etnis, sebab harapan dan sikap guru dalam kegiatan pembelajaran sangat besar berpengaruh terhadap prestasi belajar siswa (Koehler & Grouws 1992).

Demikian pula jika guru terlalu berkonsentrasi dalam berhitung, misalnya, siswa akan memandang bahwa kemampuan berhitung itu sangat penting. Sebaliknya jika guru banyak mengangkat berpikir kreatif dalam menyelesaikan permasalahan, siswa pun akan lebih menilai bahwa kemampuan berpikir divergen merupakan sesuatu yang penting. Dalam menilai dan menunjukkan berapa penting matematika baginya tidak saja dipengaruhi apa dan bahaimana siswa belajar, namun juga oleh sikap siswa terhadap matematika.

Prinsip 9: Pengalaman mempengaruhi kecemasan

Kecemasan terhadap matematika disebut juga *mathophobia* merupakan perasaan takut terhadap matematika atau perasaan negatif terhadap matematika. Gejala-gejala klasik dari kecemasan terhadap matematika adalah kemampuan matematika yang rendah, salah pengertian, dan tidak suka matematika. Kecemasan siswa terhadap matematika terefleksikan dalam sikap negatif dalam menghadapi matematika atau memberikan reaksi emosional negatif terhadap matematika.

Kecemasan terhadap matematika seringkali berhubungan dengan bagaimana matematika dipelajari siswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa SD umumnya memiliki pandangan positif terhadap matematika, namun kecemasan mereka terhadap matematika meningkat ketika mereka memasuki SLTP dan SLA (Renga & Della 1993). Siswa yang memiliki pengalaman kurang baik dengan matematika cenderung menjauhi matematika di tingkat SLA.

Prinsip 10: Daya ingat dapat meningkat

Ingatan perupakan aspek yang sangat penting dalam kegiatan belajar. Sebagai contoh, ketika belajar di dalam kelas seoarng siswa dapat membaca jam dengan baik, tetapi lupa ketika sampai di rumah. Daya ingat siswa atau retensi siswa itu sangat terbatas dan lemah. Retensi menunjukkan kemampuan siswa dalam menjaga sejumlah pengetahuan yang telah ia miliki, memelihara keterampilan, dan menjaga kemampuan bertindak yang konsisten dalam menyelesaikan permasalahan.

Di lain pihak kecakapan dalam memecahkan permasalahan lebih dapat dipertahankan dan relatif stabil dalam jangka yang waktu cukup lama. Ini disebabkan karena pemecahan masalah merupakan kecakapan yang kompleks dan menuntut berpikir tingkat tinggi. Perkembangan kemampuan memecahkan masalah memerlukan cukup waktu, namun apabila hal itu tercapai dapat menempati memori lebih lama daripada kemampuan dan selalu bertambah seirama dengan pertambahan waktu.

Penutup

Hasil penelitian dan juga pengalaman dari lapangan banyak memberi rekomendasi bahwa terdapat nilai tambah yang signifikan dalam kegiatan pembelajaran manakala siswa belajar melalui mengkonstruksi sendiri pengetahuan dan peranan penting guru dalam memfasilitasi pengkonstruksian pengetahuan yang dilakukan siswa. Kegiatan pembelajaran yang mendukung pengkonstrusian pengetahuan dalam diri siswa dapat dilakukan melalui aktivitas *hand-on*, berbicara, menjelaskan, klarifikasi, membuat konjektur, dan refleksi dari apa yang telah mereka lakukan. Siswa juga dapat belajar melalui melihat, mendengar, membaca, mengikuti petunjuk, mengimitasi, dan praktek. Semua pengalaman yang diperoleh dari kegiatan semacam itu berkontribusi secara nyata terhadap kegiatan siswa belajar matematika. Dalam hal ini guru bertanggung jawab dalam menentukan kesetimbangan dari kegiatan yang mana pengalaman ini mesti diperoleh.

Kita telah mengetahui bahwa banyak faktor yang dapat menentukan seorang siswa berhasil belajar matematika, seperti pengalaman siswa, pengaruh lingkungan, kemampuan, bakat, dan motivasi. Dengan demikian tidak ada satu teori belajar pun yang secara komprehensif dapat diterapkan terhadap semua siswa dalam beragam kemampuan matematik. Kita juga memaklumi bahwa proses belajar matematika memerlukan waktu yang relatif cukup lama dan ini pun akan beragam pula karena dilakukan terhadap kemampuan yang tidak homogen. Alasan ini memperkuat argumen bahwa guru memiliki peranan yang sangat sentral dalam membantu siswa mengkonstruksi matematika sehingga benar-benar dapat dimaknai mereka. Dalam menjalankan peranannya guru benar-benar harus mampu memutuskan dan memilih rencana kegiatan pembelajaran dengan tepat, menjaga iklim belajar yang kondusif, dan mengorganisasi kelas secara dinamis sehingga semua siswa dapat berpartisipasi dalam aktivitas belajar, mengabstraksi, dan mengkonstruksi matematika.

Referensi

Campion, J.C., Brown, A.L., & Connell, M.L. (1988). Metacognition: On the Importance of Understanding What You Are Doing. Dalam C.I. Randall, dan E.A. Silver (Eds.) *The Teaching and and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston, Va: NCTM.

Hiebert, J. & Carpenter, T.P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. Dalam D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston, VA: NCTM.

Hiebert, J. (1989). The Struggle to Link Written Symbols with Understanding: An Update. Arithmetic Teacher, 36(3), pp. 38-44.

Hiebert, J. & Leferve, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. Dalam J. Hiebert (Ed.). *Conceptual and Procedural Knowlegde: The Case of Mathematics*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Koehler, M.S. & Grouws, D.A. (1992). Mathematics Teaching Practice and Their Effects. Dalam D.A. Grouws (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston, VA: NCTM.

NCTM [National Council of Teachers of Mathematics]. (1989).*Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.

NCTM [National Council of Teachers of Mathematics]. (1991). *Profesional Standard for Teaching Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.

Piaget, J. (1972). *To Understand Is to Invent*. New York: Grossman.

Renga, S. & Dalla, L. (1993). Affect: A Critical Component of Mathematical Learning in Early Chilhood. Dalam R.J. Jensen (Ed.) *Research Ideas for the Classroom: Early Chilhood Mathematics*. Reston, Va: NCTM.

Reys, B. & Barger, R. (1994). Mental Computation: Issues from the United States Perspective. Dalam R.E. Reys dan N. Nohda (Eds.). *Computational Alternatives for the 21st Century: Cross Cultural Perspectives from Japan and the United States*. Reston, Va: NCTM.

Reys, R.B, Suydam, M.N., Linquist, M.M., & Smith, N.I. (1998). *Helping Children Learn Mathematics*. Boston: Allyn and Bacon.

Suydam, M.N. (1986). Manipulative Materials and Achievement. *Arithmetic Teacher*, 33(2), pp.83-90.