

BAB II

KARAKTERISTIK MATEMATIKA DAN SISWA SEKOLAH DASAR

A. Pendahuluan

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern. Matematika mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin ilmu dan memajukan daya pikir manusia. Perkembangan pesat di bidang teknologi informasi dan komunikasi dewasa ini tidak lepas dari hasil perkembangan matematika. Untuk menguasai dan mencipta teknologi di masa depan diperlukan penguasaan matematika yang kuat sejak dini. Pembelajaran matematika diharapkan dapat berperan dalam menyiapkan, meningkatkan dan membekali individu dan masyarakat di era yang penuh perubahan.

Matematika dapat meningkatkan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta kemampuan bekerjasama. Dengan demikian, pendidikan matematika mampu menyiapkan sumber daya manusia (SDM) yang berkualitas yang ditandai memiliki kemampuan memperoleh, mengelola, dan memanfaatkan informasi sesuai dengan tuntutan kebutuhan. Kompetensi tersebut diperlukan pada era persaingan global yang kompetitif. Pada era global ini akan terlihat jelas bahwa hanya bangsa-bangsa yang memiliki SDM berkualitas tinggi yang akan dapat *survive*, mencapai stabilitas nasional yang sehat dan dinamis, serta berkembang dan mencapai kemakmuran. Oleh karena itu mata pelajaran matematika perlu diajarkan kepada semua peserta didik mulai dari sekolah dasar.

B. Hakikat Matematika

Pengertian hakikat adalah mencari kebenaran yang sebenar-benarnya. Hakikat matematika dimaksudkan akan mencari jawaban atas pertanyaan *apakah matematika itu?* Jawaban pertanyaan tersebut sangat beragam. Menurut Abraham S. Lunichins dan Edith N. Lunchia dalam Suherman (2003), jawaban atas pertanyaan tersebut berbeda-beda, tergantung pada bilamana pertanyaan itu dijawab, dimana dijawab, dan siapa yang menjawab. Dengan demikian untuk menjawab pertanyaan “*Apakah matematika itu?*” tidak dapat dengan mudah dijawab dengan satu atau dua kalimat begitu saja. Berbagai pendapat dan pandangan tentang pengertian matematika, antara lain: (1) matematika itu bahasa simbol; (2) matematika adalah bahasa numerik; (3) matematika adalah bahasa yang dapat menghilangkan sifat kabur, majemuk, dan emosional; (4) matematika adalah metode berpikir logis; (5) matematika adalah sarana berpikir; (6) matematika adalah logika pada masa dewasa; (7) matematika adalah ratunya ilmu dan sekaligus menjadi pelayannya; (8) matematika adalah ilmu pengetahuan mengenai kuantitas dan besaran, (9) matematika adalah ilmu pengetahuan yang bekerja menarik kesimpulan-kesimpulan yang perlu; (10) matematika adalah ilmu pengetahuan formal yang murni; (10) matematika adalah ilmu pengetahuan yang memanipulasi simbol; (11) matematika adalah ilmu tentang bilangan dan ruang; (12) matematika adalah ilmu yang mempelajari hubungan pola, bentuk, dan struktur, (13) matematika adalah ilmu yang abstrak dan deduktif, (14) matematika adalah aktivitas manusia.

Istilah matematika awalnya diambil dari perkataan Yunani, *mathematica*, yang berarti “*relating to learning*”. Perkataan ini mempunyai akar kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*) dan kata *mathanein* yang mengandung arti belajar (berpikir). Hakikat matematika adalah ilmu tentang berfikir logis. Istilah matematika berasal dari *mathematics* (Inggris), *mathematik* (Jerman), *mathematique*

(Perancis), *matematico* (Itali), *matematiceski* (Rusia), atau *mathematick* (Belanda) dan perkataan (Latin) *mathematica*.

Menurut Elea Tinggi dalam Suherman (2003), perkataan matematika berarti “ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan penalaran”. Hal ini dimaksudkan bukan berarti ilmu lain diperoleh tidak melalui penalaran, akan tetapi dalam matematika lebih menekankan aktivitas dalam dunia rasio (penalaran), sedangkan dalam ilmu lain lebih menekankan hasil observasi atau eksperimen di samping penalaran. Matematika terbentuk sebagai hasil pemikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses dan penalaran (Ruseffendi, 2006). Pada tahap awal matematika terbentuk dari pengalaman manusia dalam dunianya secara empiris, karena matematika sebagai aktivitas manusia kemudian pengalaman diproses dalam dunia rasio. Selanjutnya dilakukan analisis dan sintesis dengan penalaran di dalam struktur kognitif, sehingga sampailah pada suatu kesimpulan berupa konsep-konsep matematika. Agar konsep-konsep matematika yang telah terbentuk dapat dipahami orang lain dan dapat dengan mudah dimanipulasi secara tepat, maka digunakan notasi dan istilah yang cermat, kemudian disepakati bersama secara universal yang dikenal dengan bahasa matematika.

James dan James dalam kamus matematikanya menyatakan bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya. James membagi matematika ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis, dan geometri. Namun pembagian yang jelas sangatlah sukar untuk dibuat, sebab cabang-cabang itu semakin bercampur. Sebagai contoh, adanya pendapat yang menyatakan bahwa matematika itu timbul karena pikiran-pikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses, dan penalaran yang terbagi menjadi empat wawasan yang luas, yaitu aritmatika, aljabar, geometri dan analisis dengan aritmatika mencakup teori bilangan dan statistik.

Namun ada pula kelompok lain yang berpandangan bahwa ilmu komputer dan statistik bukan bagian dari matematika. Kelompok matematikawan ini berpendapat bahwa matematika adalah ilmu yang dikembangkan untuk matematika itu sendiri. Ilmu adalah untuk ilmu, matematika itu adalah ilmu yang dikembangkan untuk kepentingan sendiri. Menurut kelompok matematikawan ini, matematika adalah ilmu tentang struktur yang bersifat deduktif atau aksiomatik, akurat, abstrak, ketat, dan sebagainya. Walaupun pendapat ini benar, tetapi dapat menyebabkan matematika kering, kurang kaitannya dengan kehidupan sehari-hari dan sukar.

Johnson dan Rlaing dalam Suherman (2003), menyatakan bahwa matematika adalah pola berpikir, pola mengorganisasikan, pembuktian yang logik, matematika itu adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas, dan akurat, representasinya dengan simbol dan padat, lebih berupa bahasa simbol mengenai ide daripada mengenai bunyi.

Kemudian Kline menyatakan pula, bahwa matematika itu walaupun pengetahuan menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi adanya matematika itu terutama untuk membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi, dan alam.

Matematika tumbuh dan berkembang karena proses berpikir, oleh karena itu logika adalah dasar untuk terbentuknya matematika. Logika adalah masa bayinya matematika, sebaliknya matematika adalah masa dewasanya logika. Pada permulaannya cabang-cabang matematika yang ditemukan adalah Aritmatika atau berhitung, Aljabar dan Geometri. Setelah itu ditemukan Kalkulus yang berfungsi sebagai tonggak penopang terbentuknya cabang matematika baru yang lebih kompleks, antara lain Statistik, Topologi, Aljabar (Linear, Abstrak, Himpunan), Geometri (Sistem Geometri, Geometri Linear), Analisis Vektor, dan lain-lain.

Masih banyak lagi definisi-definisi tentang matematika. Matematika dikatakan bahasa atau sarana berpikir ada benarnya juga. Hanya apakah pengertian matematika hanya sampai di situ? Tentunya tidak! Matematika jauh dan bukan hanya sekedar bahasa dan sarana berpikir. Yang jelas, matematika mencakup bahasa, bahasa khusus yang disebut bahasa matematika. Dengan matematika kita dapat berlatih berpikir secara logis, dan dengan matematika ilmu pengetahuan lainnya bisa berkembang dengan cepat.

Dari definisi-definisi di atas, memberikan gambaran dan cakrawala pengertian matematika semakin luas. Matematika dapat ditinjau dari segala sudut, dan matematika itu sendiri bisa memasuki seluruh segi kehidupan manusia, dari yang paling sederhana sampai kepada yang paling kompleks.

Meskipun diberikan pengertian matematika dengan panjang lebar secara tertulis atau lisan penjelasannya, belum memberikan jawaban secara utuh yang dapat dipahami secara menyeluruh tentang apa matematika itu. Menurut Courant dan Robbin bahwa untuk dapat mengetahui apa matematika itu sebenarnya, seseorang harus mempelajari sendiri ilmu matematika tersebut. Matematika dapat kita pelajari dengan baik bila disertai dengan mengerjakannya. Dalam proses bekerja tersebut diperlukan keterlibatan berpikir yang kita sebut dengan berpikir kritis.

1. Matematika Sebagai Ilmu Deduktif

Matematika dikenal sebagai ilmu deduktif. Ini berarti proses pengerjaan matematika harus bersifat deduktif. Matematika tidak menerima generalisasi berdasarkan pengamatan (induktif), tetapi harus berdasarkan pembuktian deduktif. Dasar penalaran deduktif yang berperan besar dalam matematika adalah kebenaran suatu pernyataan haruslah didasarkan pada kebenaran pernyataan-pernyataan sebelumnya. Penarikan kesimpulan yang demikian ini sangat berbeda dengan penarikan

kesimpulan pada penalaran induktif yang dipaparkan pada hasil pengamatan atau eksperimen terbatas.

Dalam penalaran deduktif, kebenaran dalam setiap pernyataannya harus didasarkan pada kebenaran pernyataan sebelumnya. Mungkin timbul pertanyaan bagaimana menyatakan kebenaran dari pernyataan yang paling awal? Untuk mengatasi hal tersebut, dalam penalaran deduktif diperlukan beberapa pernyataan awal atau pangkal sebagai “kesepakatan” yang diterima kebenarannya tanpa pembuktian. Pernyataan awal atau pernyataan pangkal dalam matematika dikenal dengan istilah *aksioma* atau *postulat*. Dalam matematika, suatu generalisasi, sifat, teori atau dalil belum dapat diterima kebenarannya sebelum dapat dibuktikan secara deduktif.

Sebagai contoh dalam Ilmu Pengetahuan Alam (IPA), bila seseorang melakukan percobaan memanaskan sebatang logam, ternyata logam yang dipanaskan tersebut akan memuai. Kemudian sebatang logam lainnya dipanaskan ternyata memuai juga, dan seterusnya mengambil beberapa contoh jenis-jenis logam lainnya dan ternyata selalu memuai jika dipanaskan. Dari percobaan ini dapat dibuat kesimpulan atau generalisasi bahwa setiap logam yang dipanaskan itu memuai. Kesimpulan atau generalisasi seperti ini merupakan hasil penalaran secara induktif. Generalisasi seperti ini dalam IPA dibenarkan.

Contoh lainnya, misalnya dalam ilmu biologi yang mengamati beberapa binatang menyusui, ternyata binatang menyusui selalu melahirkan. Sehingga kita bisa membuat generalisasi secara induktif bahwa setiap binatang menyusui adalah melahirkan.

Kedua contoh dalam IPA seperti tersebut di atas, secara matematika belum dapat dianggap sebagai generalisasi. Dalam matematika, contoh-contoh seperti itu baru

dapat dianggap sebagai generalisasi bila kebenarannya dapat dibuktikan secara deduktif.

Sekarang kita akan mengambil beberapa contoh generalisasi yang dibenarkan dan yang tidak dibenarkan dalam matematika. Generalisasi yang dibenarkan dalam matematika adalah generalisasi yang telah dapat dibuktikan secara deduktif.

Contoh 1: Pernyataan jumlah dua buah bilangan ganjil adalah bilangan genap

Tabel 2.1 Penjumlahan Bilangan Ganjil

+	1	3	5
1	2	4	6
3	4	6	8
5	6	8	10

Perhatikan hasil penjumlahan pada tabel 1. Apa yang bisa Anda katakan. Tentunya Anda akan mengatakan bahwa bahwa setiap dua bilangan ganjil jika dijumlahkan hasilnya selalu genap.

Dalam matematika tidak dibenarkan membuat generalisasi atau membuktikan dengan cara demikian. Walaupun Anda menunjukkan sifat itu dengan mengambil beberapa contoh yang lebih banyak lagi. Matematika tetap tidak membenarkan membuat generalisasi yang mengatakan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah genap, sebelum membuktikannya secara deduktif.

Bukti deduktif

- Misalkan m dan n sebarang dua bilangan bulat,
- maka $2m + 1$ dan $2n + 1$ masing-masing merupakan bilangan ganjil.
- Jika kita jumlahkan:

$$(2m + 1) + (2n + 1) = 2(m + n + 1)$$

- Karena m dan n bilangan bulat, maka $(m + n + 1)$ bilangan bulat, sehingga $2(m + n + 1)$ adalah bilangan genap
- Jadi jumlah dua bilangan ganjil selalu genap.

Contoh 2

Perhatikan tabel berikut untuk pertidaksamaan $2^n < 2n + 2$ untuk n anggota bilangan cacah.

Tabel 2.2 Pertidaksamaan

N	$2^n < 2n + 2$	Nilai Pernyataan
0	$1 < 2$	Benar
1	$2 < 4$	Benar
2	$4 < 6$	Benar

Jika kita ingin membuktikan kebenaran pertidaksamaan itu secara induktif untuk $n = 0$, $n = 1$, dan $n = 2$, kita akan melakukan generalisasi yang keliru jika kita mengatakan bahwa pertidaksamaan tersebut benar untuk n bilangan cacah. Dapat Anda periksa untuk $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$, ..., ternyata pertidaksamaan tersebut salah.

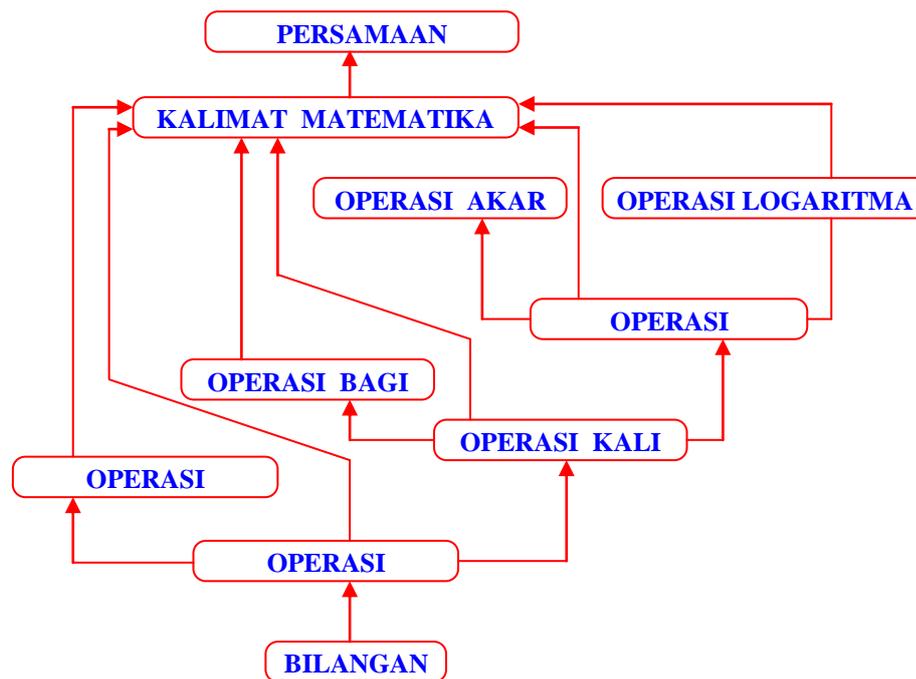
Dari uraian-uraian di atas, dapatlah kita simpulkan bahwa matematika itu merupakan ilmu deduktif yang tidak menerima generalisasi yang didasarkan kepada observasi (induktif) tetapi generalisasi yang didasarkan pada pembuktian secara deduktif.

2. Matematika Sebagai Ilmu Terstruktur

Matematika mempelajari tentang pola keteraturan, tentang struktur yang terorganisasikan. Hal itu dimulai dari unsur-unsur yang tidak terdefiniskan (*undefined terms*, *basic terms*, *primitive terms*), kemudian pada unsur yang didefinisikan, ke aksioma/postulat, dan akhirnya pada teorema (Ruseffendi, 2006). Konsep-konsep

matematika tersusun secara hierarki, terstruktur, logis, dan sistematis mulai dari konsep yang paling sederhana sampai pada konsep yang paling kompleks. Dalam matematika terdapat topik atau konsep prasyarat sebagai dasar untuk memahami topik atau konsep selanjutnya. Ibarat membangun sebuah gedung bertingkat, lantai kedua dan selanjutnya tidak akan terwujud apabila fondasi dan lantai sebelumnya yang menjadi prasyarat benar-benar dikuasai, agar dapat memahami konsep-konsep selanjutnya.

Sebagai contoh dapat dilihat susunan topik-topik dalam matematika yang harus dipelajari terlebih dahulu (dan berikutnya) untuk sampai pada topik persamaan. Untuk sampai pada topik persamaan tersebut haruslah melalui jalur-jalur pasti yang telah tersusun. Sebaliknya apabila jalur-jalur itu dilanggar, maka konsep persamaan tidak akan tertanam dengan baik.



Catatan: Dari diagram di atas, terlihat bahwa untuk memahami konsep persamaan memerlukan konsep-konsep lain yang menjadi prasyaratnya, akan tetapi tidak perlu setiap konsep di bawahnya dipakai. Cukup dipilih sebuah jalur tertentu, tergantung dari tujuannya.

Untuk lebih memperjelas uraian di atas, marilah kita lihat contoh berikut ini:

Kita ambil contoh pada satu bagian kecil yang dipelajari dalam matematika, yaitu dalam geometri. Pada Geometri terdapat unsur-unsur yang tidak didefinisikan antara lain titik, garis, dan bidang.

Apakah titik itu?

Titik dalam matematika diasumsikan ada, tetapi tidak dinyatakan dalam suatu kalimat yang tepat untuk mejelaskannya. Sebab titik adalah suatu obyek matematika yang tidak didefinisikan (unsur primitif). Paling-paling kita hanya mampu untuk sekedar memberikan gambaran bahwa titik itu tidak mempunyai ukuran panjang, luas, isi, dan berat. Suatu titik digambarkan hanya untuk membantu pemikiran kita saja. Meskipun demikian kita sepakat bahwa titik itu ada.

Sedangkan bidang (datar) adalah sesuatu yang bentuknya datar seperti permukaan meja yang tidak mempunyai batas pinggir. Meskipun kita tidak mampu untuk memberikan pernyataan dengan tepat, tetapi kita sepakat bahwa lengkungan dan bidang itu ada. Titik, lengkungan, dan bidang itu termasuk ke dalam unsur primitif yang eksistensinya diakui ada. Tanpa pemikiran semacam itu matematika tidak akan terwujud.

Dari unsur-unsur yang tidak terdefinisi itu selanjutnya dapat dibentuk unsur-unsur matematika yang terdefinisi. Contoh:

- 1) Dua garis berpotongan memiliki satu titik sekutu. Titik itu selanjutnya disebut titik potong.
- 2) Segitiga adalah lengkungan tertutup sederhana yang merupakan gabungan dari tiga buah segmen garis (sudah barang tentu definisi tentang ruas garis, operasi gabungan, dan lengkungan tertutup sederhana sudah terlebih dahulu diberikan).

- 3) Bilangan genap adalah bilangan bulat yang habis dibagi dua (pengertian bilangan bulat dan habis dibagi sebelumnya telah dipahami).

Dari unsur-unsur yang tidak terdefinisi dan unsur-unsur terdefinisi dapat dibuat asumsi-asumsi yang dikenal dengan aksioma atau postulat. Misalnya:

- 1) Melalui sebuah titik sebarang hanya dapat dibuat sebuah garis ke suatu titik yang lain.
- 2) Keseluruhan lebih besar daripada bagiannya.
- 3) Kesamaan ditambah kesamaan menghasilkan kesamaan.

Pernyataan-pernyataan tersebut di atas tidak perlu dibuktikan kebenarannya, karena tanpa membuktikannya secara formal sudah dapat diterima kebenarannya berdasarkan pemikiran logis.

Tahap selanjutnya, dari unsur-unsur yang tidak terdefinisi, unsur-unsur yang terdefinisi, dan aksioma atau postulat dapat disusun teorema-teorema yang kebenarannya harus dibuktikan secara deduktif dan berlaku umum. Misalnya:

- ⊕ Jumlah ukuran ketiga sudut dalam sebuah segitiga adalah 180 derajat (ukuran sudut dalam derajat telah didefinisikan terlebih dahulu).
- ⊕ Jumlah dua buah bilangan ganjil menghasilkan bilangan genap.
- ⊕ Dua garis berlainan yang berpotongan adalah sebidang.

Dan teorema yang telah terbentuk dapat ditumuskan lagi teorema baru sebagai pengembangan atau perluasannya.

Contoh lainnya dapat kita lihat dari konsep-konsep yang ada dalam struktur aljabar atau aljabar modern atau aljabar abstrak seperti grup, ring, field, integral domain dan teorema-teoremanya yang nampak dengan jelas merupakan suatu sistem matematika yang mempunyai keteraturan struktur yang terorganisasikan dengan baik.

Ambil contoh lainnya lagi, misalnya geometri modern yang merupakan suatu sistem matematika aksiomatik, yang memiliki unsur tidak didefinisikan, unsur yang didefinisikan, postulat atau aksioma dan dalil atau teori yang dirumuskan dengan jelas. Dinamakan geometri modern karena memiliki istilah, simbol dan gambar yang akurat yang tidak meragukan, karena tidak mempunyai dua arti atau lebih. Misalnya pada geometri modern antara ruas garis dan garis mempunyai simbol dan gambar yang berbeda, sedangkan pada geometri tradisional sama. Demikian pula tentang kaki-kaki sebuah segitiga sama kaki pada geometri modern disebut kongruen, sedangkan pada geometri tradisional disebut sama. Kemudian istilah atau bahasa dalam geometri modern jauh lebih tepat dari pada bahasa dalam geometri tradisional. Misalnya dalam geometri tradisional kita sering mengatakan "Luas sebuah segitiga =". Dalam geometri modern kita harus mengatakan "Luas daerah sebuah segitiga =". Alasannya, karena segitiga itu tidak mempunyai luas, yang mempunyai luas adalah daerah segitiga =".

Masih banyak contoh-contoh lainnya yang memperlihatkan bahwa matematika merupakan ilmu pengetahuan mengenai struktur yang terorganisasikan dengan baik, dan semua struktur dalam matematika diorganisasikan dengan sistematis dalam rangkaian urutan yang logis.

3. Matematika Sebagai Ratu dan Pelayan Ilmu

Matematika sebagai ratu atau ibunya ilmu dimaksudkan bahwa matematika adalah sebagai sumber dari ilmu yang lain. Dengan perkataan lain, banyak ilmu-ilmu yang penemuan dan pengembangannya bergantung dari matematika. Sebagai contoh, banyak teori-teori dan cabang-cahng dari Fisika dan Kimia (modern) yang ditemukan dan dikembangkan melalui konsep Kalkulus, khususnya tentang Persamaan Diferensial. Penemuan dan pengembangan Teori Mendel dalam Biologi melalui konsep Peluang

(probabilitas); Teori Ekonomi mengenai Permintaan dan Penawaran yang dikembangkan melalui konsep Fungsi dan Kalkulus tentang Diferensial dan Integral.

Dari kedudukan matematika sebagai ratu ilmu pengetahuan, seperti telah diuraikan di atas, tersirat bahwa matematika itu sebagai suatu ilmu yang berfungsi pula untuk melayani ilmu pengetahuan. Dengan perkataan lain, matematika tumbuh dan berkembang untuk dirinya sendiri sebagai suatu ilmu, juga untuk melayani kebutuhan ilmu pengetahuan dalam pengembangan dan operasionalnya. Cabang matematika yang memenuhi fungsinya seperti yang disebutkan terakhir itu dinamakan dengan matematika terapan (*Applied Mathematics*).

4. Matematika Sebagai Kegiatan Penelusuran Pola dan Hubungan

Implikasi dari pandangan ini terhadap pembelajaran matematika adalah guru perlu : (1) memberi kesempatan kepada siswa untuk melakukan kegiatan penemuan dan penyelidikan pola-pola untuk menentukan hubungan, (2) memberi kesempatan kepada siswa untuk melakukan percobaan dengan berbagai cara, (3) mendorong siswa untuk menemukan adanya urutan, perbedaan, perbandingan, pengelompokan, dsb, (4) mendorong siswa menarik kesimpulan umum, (5) membantu siswa memahami dan menemukan hubungan antara pola satu dengan yang lainnya.

5. Matematika Sebagai Kreativitas yang Memerlukan Imajinasi, Intuisi, dan Penemuan

Implikasi dari pandangan ini terhadap pembelajaran matematika adalah guru perlu: (1) mendorong inisiatif siswa dan memberikan kesempatan berpikir berbeda, (2) mendorong rasa ingin tahu, keinginan bertanya, kemampuan menyanggah dan kemampuan memperkirakan, (3) menghargai penemuan yang di luar pemikiran sebagai hal bermanfaat daripada menganggapnya sebagai kesalahan, (4) mendorong siswa menemukan struktur dan desain matematika, (5) mendorong siswa menghargai

penemuan siswa yang lainnya, (6) mendorong siswa berfikir, refleksif, dan (7) tidak menyarankan hanya menggunakan satu metode saja.

6. Matematika Sebagai Kegiatan Pemecahan Masalah (*Problem Solving*)

Implikasi dari pandangan ini terhadap pembelajaran matematika adalah guru perlu: (1) menyediakan lingkungan belajar matematika yang merangsang timbulnya persoalan matematika, (2) membantu siswa memecahkan persoalan matematika menggunakan caranya sendiri, (3) membantu siswa mengetahui informasi yang diperlukan untuk memecahkan persoalan matematika, (4) mendorong siswa untuk berpikir logis, konsisten, sistematis dan mengembangkan sistem dokumentasi/catatan, (5) mengembangkan kemampuan dan keterampilan untuk memecahkan persoalan, (6) membantu siswa mengetahui bagaimana dan kapan menggunakan berbagai alat peraga/media pendidikan matematika seperti: jangka, penggaris, kalkulator, dan sebagainya.

7. Matematika Sebagai Alat Berkomunikasi

Implikasi dari pandangan ini terhadap pembelajaran matematika adalah guru perlu: (1) mendorong siswa mengenal sifat-sifat matematika, (2) mendorong siswa membuat contoh sifat matematika, (3) mendorong siswa menjelaskan sifat matematika, (4) mendorong siswa memberikan alasan perlunya kegiatan matematika, (5) mendorong siswa membicarakan persoalan matematika, (6) mendorong siswa membaca dan menulis matematika, (7) menggunakan bahasa matematika dalam kehidupan.

C. Klasifikasi Materi Pembelajaran Matematika

Menurut Gagne, dalam belajar matematika ada dua objek yang dapat diperoleh siswa, yaitu objek langsung dan objek tak langsung. Objek langsung berupa fakta, konsep, prinsip dan keterampilan.

Fakta adalah objek matematika yang tinggal menerimanya, seperti lambang bilangan, sudut, dan notasi-notasi matematika lainnya. Konsep adalah ide abstrak yang memungkinkan kita dapat mengelompokkan objek ke dalam contoh dan bukan contoh. Misalkan, konsep persegi, bilangan prima, himpunan, dan vektor.

Keterampilan berupa kemampuan memberikan jawaban dengan tepat dan cepat, misalnya melakukan pembagian bilangan yang cukup besar dengan bagi kurung, menjumlahkan pecahan, melukis sumbu sebuah ruas garis.

Objek tak langsung dalam matematika antara lain kemampuan menyelidiki dan memecahkan masalah, belajar mandiri, bersikap positif terhadap matematika, dan tahu bagaimana semestinya belajar.

Untuk semua jenjang pendidikan, materi pembelajaran matematika meliputi:

- 1. Fakta (*facts*):** (1) informasi, (2) nama, (3) istilah, dan (4) konvensi tentang lambang-lambang.
- 2. Pengertian (*concepts*):** (1) struktur pengertian, (2) peranan struktur pengertian, (3) berbagai macam pola, urutan, (4) model matematika, (5) operasi dan algoritma.
- 3. Keterampilan penalaran:** (1) memahami pengertian, (2) berpikir logis, (3) memahami contoh negatif, (4) berpikir deduksi, (5) berpikir induksi, (6) berpikir sistematis dan konsisten, (7) menarik kesimpulan, (8) menentukan metode dan membuat alasan, dan (9) menentukan strategi.
- 4. Keterampilan algoritmik:** (1) keterampilan untuk memahami dan mengikuti langkah yang dibuat orang lain, (2) merancang dan membuat langkah, (3) menggunakan langkah, (4) mendefinisikan dan menjelaskan langkah sehingga dapat dipahami orang lain, (5) membandingkan dan memilih langkah yang efektif dan efisien, serta (6) memperbaiki langkah.

- 5. Keterampilan menyelesaikan masalah matematika (*problem solving*):** (1) memahami pokok persoalan, (2) mendiskusikan alternatif pemecahannya, (3) memecah persoalan utama menjadi bagian-bagian kecil, (4) menyederhanakan persoalan, (5) menggunakan pengalaman masa lampau dan menggunakan intuisi untuk menemukan alternatif pemecahannya, (6) mencoba berbagai cara, bekerja secara sistematis, mencatat apa yang terjadi, mengecek hasilnya dengan mengulang kembali langkah-langkahnya, dan (7) mencoba memahami dan menyelesaikan persoalan yang lain.
- 6. Keterampilan melakukan penyelidikan (*investigation*):** (1) mengajukan pertanyaan dan mencari bagaimana cara memperoleh jawabannya, (2) membuat dan menguji hipotesis, (3) mencari dan menentukan informasi yang cocok dan memberi penjelasan mengapa suatu informasi diperlukan, (4) mengumpulkan, mengelompokkan, menyusun, mengurutkan dan membandingkan serta mengolah informasi secara sistematis, (5) mencoba metode alternatif, (6) mengenali pola dan hubungan, dan (7) menyimpulkan.

D. Karakteristik Peserta Didik

1. Perkembangan Aspek Kognitif

Agar potensi siswa dapat berkembang dan dapat mempelajari matematika secara optimal, karakteristik peserta didik dan implikasi terhadap pembelajaran matematika diberikan sebagai berikut:

a. Peserta didik akan mempelajari matematika jika mereka mempunyai motivasi

Implikasi pandangan ini terhadap pembelajaran matematika adalah guru perlu: (1) menyediakan kegiatan yang menyenangkan, (2) memperhatikan keinginan siswa, (3) membangun pengertian melalui apa yang diketahui oleh siswa, (4) menciptakan

suasana kelas yang mendukung kegiatan belajar, (5) memberikan kegiatan yang sesuai dengan tujuan pembelajaran, (6) memberikan kegiatan yang menantang, (7) memberikan kegiatan yang memberikan harapan keberhasilan, (8) menghargai setiap pencapaian siswa.

b. Peserta didik mempelajari matematika dengan caranya sendiri

Pernyataan tersebut mengandung makna: (1) siswa belajar dengan cara yang unik dan kemungkinan berbeda dengan teman yang lain, (2) setiap siswa memerlukan pengalaman tersendiri yang terhubung dengan pengalamannya di waktu lampau, (3) setiap siswa mempunyai latar belakang sosial-ekonomi-budaya yang berbeda. Oleh karena itu, implikasi terhadap pembelajaran matematika adalah guru perlu: (1) mengetahui kelebihan dan kekurangan para siswanya, (2) merencanakan kegiatan yang sesuai dengan tingkat kemampuan siswa, (3) membangun pengetahuan dan keterampilan siswa baik yang dia peroleh di sekolah maupun di rumah, (4) menggunakan catatan kemajuan siswa (assessment).

c. Peserta didik mempelajari matematika baik secara mandiri maupun melalui kerjasama dengan temannya

Implikasi pandangan ini bagi pembelajaran matematika adalah guru perlu: (1) memberikan kesempatan belajar dalam kelompok untuk melatih kerjasama, (2) memberikan kesempatan belajar secara klasikal untuk memberi kesempatan saling bertukar gagasan, (3) memberikan kesempatan kepada siswa untuk melakukan kegiatannya secara mandiri, (4) melibatkan siswa dalam pengambilan keputusan tentang kegiatan yang akan dilakukannya, dan (5) mengajarkan bagaimana cara mempelajari matematika.

d. Peserta didik memerlukan konteks dan situasi yang berbeda-beda dalam mempelajari matematika

Implikasi pandangan ini bagi pembelajaran matematika adalah guru perlu: (1) menyediakan dan menggunakan berbagai alat peraga, (2) memberi kesempatan belajar matematika di berbagai tempat dan keadaan, (3) memberikan kesempatan menggunakan matematika untuk berbagai keperluan, (4) mengembangkan sikap menggunakan matematika sebagai alat untuk memecahkan problematika baik di sekolah maupun di rumah, (5) menghargai sumbangan tradisi, budaya dan seni dalam pengembangan matematika, dan (6) membantu siswa menilai sendiri kegiatan matematikanya.

2. Hierarki Aspek Afektif

Ada beberapa penggolongan (*taksonomi*) aspek afektif, misalnya taksonomi oleh Krathwhol, dkk (1981) dan taksonomi oleh Wilson (1971) dalam Suherman (2003). Hierarki kategori aspek afektif menurut Krathwhol meliputi menerima keadaan (*receiving*), merespon (*responding*), pembentukan nilai (*valuing*), organisasi dan karakterisasi. Hierarki tersebut tampak seperti pada diagram berikut :



Menurut Krathwhol aspek sikap muncul bila ada komitmen, preferensi nilai penerimaan nilai, kepuasan merespon dan kemauan untuk merespon dari seseorang. Aspek minat muncul bila ada preferensi nilai, penerimaan nilai kepuasan merespon, kemauan untuk merespon, kerelaan untuk merespon, perhatian terpusatkan, kerelaan untuk menerima dan kesadaran dari seseorang. Proses internalisasi terjadi bila aspek-aspek taksonomi tersebut menyatu secara hierarkis.

Sikap merupakan suatu kesiapan individu untuk bereaksi sehingga merupakan disposisi yang secara relatif tetap yang telah dimiliki melalui pengalaman yang berlangsung secara reguler dan terarah. Sikap merupakan suatu sistem yang terdiri dari komponen kognitif, perasaan dan kecenderungan untuk bertindak. Sikap merupakan tingkat perasaan positif atau negatif yang ditujukan ke objek-objek psikologi. Dengan demikian sikap terhadap objek psikologi yakni sikap positif dan sikap negatif sedangkan derajat perasaan dimaksudkan sebagai derajat penilaian terhadap objek.

3. Perkembangan Aspek Psikomotorik

Disamping aspek kognitif dan aspek afektif, aspek ketrampilan motorik (unjuk kerja) dalam matematika juga mempunyai peranan yang tak kalah penting. Dalam kegiatan ini siswa diminta mendemonstrasikan kemampuan dan ketrampilan melakukan kegiatan fisik misalnya melukis segitiga, melukis persegi, melukis lingkaran, dan sebagainya. Untuk mengetahui tingkat keterampilan siswa, penilai dapat menggunakan lembar pengamatan.