

BAHAN AJAR 3
DISTRIBUSI PEUBAH ACAK GABUNGAN
DAN FUNGSI PELUANG MARGINAL

Situasi 1:

Peristiwa yang Berbeda

Sebuah kotak berisi tiga ballpoint berwarna merah, dua berwarna biru dan tiga berwarna hitam. Kemudian dua buah ballpoint diambil secara acak sekaligus. Misalkan X menyatakan banyaknya ballpoint yang terambil warna hitam, dan Y banyaknya ballpoint yang terambil warna biru.

- a. Buatlah pernyataan-pernyataan yang sesuai dengan situasi di atas!
.....
- b. Bagaimana cara menentukan nilai peluang mendapat satu ballpoint berwarna merah dan satu berwarna biru, Jelaskan!
.....
- c. Buatlah beberapa pertanyaan yang mungkin dapat diselesaikan!
.....
- d. Untuk menyelesaikan pertanyaan-pertanyaan pada bagian c, ingatlah dan tuliskan kembali konsep atau rumus matematika yang berkaitan.
.....
- e. Apakah ada pertanyaan lain yang mungkin diajukan?
.....

- f. Selesaikan persoalan yang diajukan pada bagian e secara tuntas!
-
- g. Dari penyelesaian yang dihasilkan pada bagian a sampai dengan. f, tuliskan suatu aturan atau formula yang umum.
- h. Untuk merespon situasi 2 berikut, gunakan strategi lain yang dianggap lebih cocok.

Situasi 2:

Dua tablet diambil secara acak dari suatu botol yang berisi 3 aspirin, 2 sedatif, dan 4 laksatif. Misalkan X = banyaknya aspirin, dan Y = Banyaknya sedative, yang terambil.

Selesaikan soal-latihan berikut di dalam kelas, jika tidak selesai kerjakan di rumah:

1. Dari suatu kantong yang berisi 3 jeruk, 2 apel dan 3 mangga, kemudian diambil 4 buah secara acak, bila X menyatakan banyaknya jeruk dan Y banyaknya apel yang terpilih, tentukan:
 - a. Distribusi peluang gabungan X dan Y
 - b. $P[(X,Y)] \in A$, bila $A = \{(x,y) | x+y \leq 2\}$
2. Carilah distribusi peluang banyaknya kaset jazz dan pop, bila empat kaset dipilih secara acak dari kumpulan kaset yang terdiri dari 5 kaset jazz, 2 kaset klasik, dan 3 kaset pop. Dapatkah hasilnya dinyatakan dalam suatu rumus?
3. Misalkan fungsi peluang gabungan dari peubah acak X dan Y adalah sebagai berikut:

$$p(x, y) = \begin{cases} kxy, & x = 1,2,3; y = 1,2,3 \\ 0, & x, y \text{ yang lain} \end{cases}$$

- a. Dapatkah nilai k ditentukan?
- b. Bagaimanan cara menentukan nilai $P(X \neq 2, Y \neq 2)$

c. Mungkinkah dapat ditentukan fungsi peluang dari X atau dari Y saja.

4. Misalkan fungsi peluang gabungan dari peubah acak X dan Y adalah sebagai

$$\text{berikut: } p(x, y) = \begin{cases} k(x^2 + y^2), & x = -1, 0, 1, 2, 3; y = -1, 2, 3 \\ 0, & x, y \text{ yang lain} \end{cases}$$

a. Apakah $p(x, y)$ merupakan fkp gabungan dari X dan Y ? Jelaskan!

b. Bagaimana menentukan nilai $P(X=0, Y \neq 2)$ dan $P(X > 2 - Y)$

5. Fungsi peluang gabungan dari peubah acak X dan Y berbentuk:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{30}(x + y), & x = 0, 1, 2, 3; y = 0, 1, 2 \\ 0, & x, y \text{ yang lain} \end{cases}$$

a. Hitung $P(X+Y \neq 3)$

b. Tentukan fungsi peluang marginal dari X dan dari Y

6. Fungsi peluang gabungan dari peubah acak X dan Y berbentuk:

$$p(x, y) = \begin{cases} kxy, & 0 < x < 1; 0 < y < 1 \\ 0, & x, y \text{ yang lain} \end{cases}$$

a. Bagaimana menentukan nilai k

b. Hitung $P(0 < X < 0,5, Y > 0,25)$

c. Tentukan fungsi peluang marginal dari X dan dari Y

7. Fungsi peluang gabungan dari peubah acak X dan Y berbentuk:

$$p(x, y) = \begin{cases} 24y(1 - x - y), & x > 0, y > 0; x + y < 1 \\ 0, & x, y \text{ yang lain} \end{cases}$$

Bagaimana menentukan fungsi peluang marginal dari X dan dari Y

8. Sebuah dadu yang seimbang dilempar 3 kali secara bebas.

Didefinisikan

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{bila lemparan ke } i \text{ menghasilkan jumlah titik yang ganjil} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Tentukan fungsi peluang dari $X_1, X_2,$ dan X_3 . Selanjutnya misalkan $Y = X_1 + X_2 + X_3$. Tentukan fungsi peluang Y , fungsi distribusi Y dan

gambarkan grafiknya.

9. Misalkan X dan Y adalah dua peubah acak dengan fungsi peluang gabungan sebagai berikut:

		$p_{X,Y}(x, y)$			
$x \backslash y$		0	1	2	3
0		0,08	0,11	0,09	0,03
1		0,04	0,12	0,21	0,05
2		0,09	0,06	0,08	0,04

Tentukan !

- $P[X+Y \leq 5]$
- $P[X+Y \geq 4]$
- $P[XY \leq 10]$

10. Misalkan (X, Y, Z) suatu peubah acak *tiga matra* dengan nilai peluang yang sama untuk keenam titik : $(0,0,1)$, $(0,1,0)$, $(1,0,0)$, $(1,1,0)$, $(1,1,1)$, dan $(2,2,2)$.
- Bagaimana peluang marginal dari masing-masing peubah
 - Bagaimana peluang marginal dari (X,Y) dan (X,Z)

TUGAS INDIVIDU
DIKUMPULKAN SETELAH LEBARAN

1. Berikan 5 contoh fungsi kepadatan peluang diskrit , kemudian tentukan:
 - a. Grafiknya
 - b. Fungsi distribusi dan grafiknya
2. Berikan 5 contoh fungsi distribusi peluang kontinu, kemudian tentukan:
 - a. Grafiknya
 - b. Fungsi kepadatan peluangnya serta grafiknya
3. Berikan 3 contoh permasalahan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan teorema Bayes, perhatikan penggunaan diagram Penn dalam penyelesaiannya.
4. Pelajari Materi berikut:
 - a. Fungsi Kepadatan Peluang Bersyarat
 - b. Kebebasan StokastikBerikan rangkuman seperlunya.

TUGAS KELOMPOK

Lengkapi dan selesaikan soal soal dari Bahan Ajar 3 (Distribusi Gabungan dan Distribusi Marginal)

Cat: Setiap Tugas diberi bobot penilaian untuk kelulusan.

Latihan:

1. Misal dua buah dadu dilempar bersamaan, X menyatakan mata dadu pertama dan Y menyatakan mata dadu kedua. Jika $Z = X+Y$, dan $T = |X-Y|$ tentukan distribusi peluang dari Z dan distribusi peluang dari T
2. Jika dipilih sebarang bilangan secara acak antara 0 dan 1, apakah distribusi yang terjadi diskrit atau kontinu
3. Tentukan fkp dari X , jika X menyatakan panjang busur dalam setengah lingkaran satuan.

Latihan:

1. Misal dua buah dadu dilempar bersamaan, X menyatakan mata dadu pertama dan Y menyatakan mata dadu kedua. Jika $Z = X+Y$, dan $T = |X-Y|$ tentukan distribusi peluang dari Z dan distribusi peluang dari T
2. Jika dipilih sebarang bilangan secara acak antara 0 dan 1, apakah distribusi yang terjadi diskrit atau kontinu
3. Tentukan fkp dari X , jika X menyatakan panjang busur dalam setengah lingkaran satuan.

Latihan:

1. Misal dua buah dadu dilempar bersamaan, X menyatakan mata dadu pertama dan Y menyatakan mata dadu kedua. Jika $Z = X+Y$, dan $T = |X-Y|$ tentukan distribusi peluang dari Z dan distribusi peluang dari T
2. Jika dipilih sebarang bilangan secara acak antara 0 dan 1, apakah distribusi yang terjadi diskrit atau kontinu
3. Tentukan fkp dari X , jika X menyatakan panjang busur dalam setengah lingkaran satuan.

Latihan:

1. Misal dua buah dadu dilempar bersamaan, X menyatakan mata dadu pertama dan Y menyatakan mata dadu kedua. Jika $Z = X+Y$, dan $T = |X-Y|$ tentukan distribusi peluang dari Z dan distribusi peluang dari T
2. Jika dipilih sebarang bilangan secara acak antara 0 dan 1, apakah distribusi yang terjadi diskrit atau kontinu
3. Tentukan fkp dari X , jika X menyatakan panjang busur dalam setengah lingkaran satuan.

Latihan:

1. Misal dua buah dadu dilempar bersamaan, X menyatakan mata dadu pertama dan Y menyatakan mata dadu kedua. Jika $Z = X+Y$, dan $T = |X-Y|$ tentukan distribusi peluang dari Z dan distribusi peluang dari T
2. Jika dipilih sebarang bilangan secara acak antara 0 dan 1, apakah distribusi yang terjadi diskrit atau kontinu

3. Tentukan fkp dari X, jika X menyatakan panjang busur dalam setengah lingkaran satuan.

UTS: Statistika Matematik

Jum'at: 28 Oktober 2005

100 menit.

Kerjakan soal-soal berikut pada kertas jawaban yang disediakan!

1. Jika A dan B kejadian dengan $P(A) > 0$ dan $P(B) > 0$. Buktikan bahwa: jika A dan B saling lepas maka A dan B tidak saling bebas, dan jika A dan B saling bebas maka A dan B tidak saling lepas.
2. Sebuah kotak berisi 10 disket, 4 diantaranya cacat. Kemudian diambil secara acak 3 disket, berapa peluang mendapat 2 disket cacat. Jika pengambilan secara i) sekaligus, ii) dengan pengembalian, iii) tanpa pengembalian
3. Dua dadu yang seimbang dilempar bersamaan. Misal A = peristiwa muncul bilangan berjumlah 7, B = dadu pertama muncul angka 6, C = paling sedikit pada salah satu dadu muncul angka 1, tentukan $P(A|B)$ dan $P(A|C)$
4. Misalkan A dan B adalah dua kejadian dalam ruang sampel S, dengan $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/2$, dan $P(A \cap B) = 1/4$, hitunglah
 - a. $P(A \cup B)$
 - b. $P(A^c \cap B)$
 - c. $P(A^c \cap B^c)$
5. Seorang mahasiswa harus menjawab 7 soal dari 10 soal yang disediakan dalam suatu ujian. Dan ia harus menjawab 4 soal pertama. Hitung peluang mahasiswa menjawab paling sedikit 2 soal dari 4 soal pertama tersebut.