

POKOK BAHASAN YANG DIAJARKAN:

1. DISTRIBUSI PEUBAH ACAK
 - a. Distribusi Peubah Acak Tunggal
 - b. Distribusi Peubah Acak Ganda
 - c. Distribusi Bersyarat
 - d. Teorema Bayes
2. EKSPEKTASI MATEMATIK
 - a. Ekspektasi
 - b. Variansi
 - c. Moment
 - d. Fungsi Pembangkit Moment

KISI-KISI SOAL DAYA MATEMATIK 1

PROGRAM : S1
MATA KULIAH : STATISTIKA MATEMATIK
SEMESTER : 5 (lima)
WAKTU : 120 MENIT

ASPEK	INDIKATOR YANG DIUKUR	No Soal	Ket.
Penalaran	Mahasiswa dapat memberikan alasan logis berdasarkan perhitungan tertentu terhadap suatu situasi/masalah statistik untuk memberikan kesimpulan	1,3,6	
Koneksi	Mahasiswa dapat menentukan keserupaan hubungan antara beberapa fungsi dan aturan statistika matematik, disertai penjelasan	3,5	
Komunikasi	Mahasiswa dapat menjelaskan situasi, simbol-simbol dan aturan serta perhitungan yang paling sesuai berdasarkan grafik statistik yang Disajikan	2,6	
Pemecahan masalah	Mahasiswa dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan penggunaan peluang bersyarat, teori bayes, atau pembentukan fungsi peluang	4, 5,6	
Representasi	Mahasiswa dapat menyajikan data yang diberikan dalam bentuk gambar, grafik, rumus atau persamaan matematik	3,5	

UJIAN 1
Mata Kuliah: Statistika Matematik
120 MENIT

Petunjuk:

Selesaikan soal-soal berikut pada kertas jawaban yang disediakan!

1. Misalkan Anda harus memilih suatu permainan dari dua permainan yang ada.
Permainan 1: Melempar 3 buah mata uang yang seimbang sekaligus.

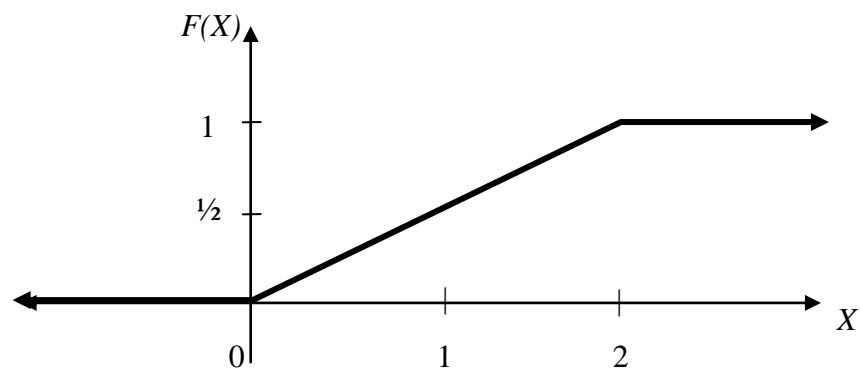
Jika muncul 3 huruf (H) atau 3 Gambar (G), maka Anda mendapat bayaran

Rp. 10.000,- tapi jika muncul 1 atau 2 huruf (H) maka Anda harus membayar Rp. 2.500.-

Permainan 2: Mengundi dua buah dadu sisi enam sekaligus. Jika muncul angka kembar Anda mendapat bayaran Rp. 10.000,- tapi jika muncul angka yang berbeda, anda harus membayar Rp. 2.500,-

Permainan mana yang akan Anda pilih? Jelaskan !

2. Perhatikan gambar fungsi berikut:



Susunlah suatu permasalahan statistika dalam bentuk cerita yang berkaitan dengan gambar di atas. Kemudian selesaikan masalah tersebut.

3. Dua buah dadu yang seimbang dilempar sekali. Misalkan X_1 peubah acak yang menyatakan banyaknya titik yang muncul pada dadu pertama dan X_2 peubah acak yang menyatakan banyaknya titik yang muncul pada dadu kedua. Misalkan $Y = X_1 + X_2$. dan $Z = \text{Min}(X_1, X_2)$. Tentukan fungsi peluang untuk Y dan Z .
4. Suatu kantong berisi tiga mata uang, uang pertama mempunyai sisi yang sama persis, uang kedua mempunyai sisi Gambar (G) dan Hurup (H) yang seimbang, sedangkan yang ketiga tidak seimbang (bias) dengan peluang mendapat Gambar(G) adalah p . Sekeping uang diambil secara acak dari kantong tersebut, kemudian dilempar sekali.
- Berapa peluang lemparan menghasilkan Gambar (G)
 - Misalkan hasil lemparan menghasilkan Hurup (H). Berapa peluang bahwa yang dilempar adalah kepingan yang bias.
5. Diberikan fungsi $f(x,y)$, $p(x,y)$, $g(y)$, dan $H(y)$ sebagai berikut:

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xy & ; 0 < x < 1; 0 < y < 1 \\ 0 & ; x, y \text{ yang lain} \end{cases}$$

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{21} & ; x = 1,2,3 ; y = 1,2 \\ 0 & ; x, y \text{ yang lain} \end{cases},$$

$$g(y) = \begin{cases} 2y, & 0 < y < 1 \\ 0 & , y \text{ yang lain} \end{cases} \quad \text{dan}$$

$$H(y) = \begin{cases} 0 & ; y < 0 \\ y^2 & ; 0 \leq y < 1 \\ 1 & ; y \geq 1 \end{cases}$$

Tunjukkan bahwa fungsi f dan p merupakan fungsi probabilitas gabungan. Kemudian periksa apakah fungsi f mempunyai hubungan tertentu dengan fungsi g dan H . Jika mempunyai hubungan tertentu, tentukan dua fungsi

lainnya yang hubungannya dengan $p(x,y)$ **SERUPA SEPERTI** hubungan antara fungsi f dengan g dan H . Jelaskan jawaban anda.

6. Suatu taruhan berupa melempar dadu, setiap orang bebas memilih nomor dan membayar uang taruhan. Jika muncul nomor yang dipasang akan dibayar sebanyak uang yang ditaruhkan. Misalkan Anda main dan kalah, kemudian pada taruhan berikutnya Anda mengandaikan menang. Bagaimana caranya bertaruh supaya uang kekalahan pada permainan sebelumnya kembali. Bagaimana jika Anda telah kalah berturut-turut 2 kali, 3 kali dan seterusnya. Mungkinkah Anda dapat mengalahkan bandar. Jelaskan!

KISI-KISI SOAL DAYA MATEMATIK 2

PROGRAM : S1
MATA KULIAH : STATISTIKA MATEMATIIK
SEMESTER : 5 (lima)
WAKTU : 120 MENIT

ASPEK	INDIKATOR YANG DIUKUR	No Soal	Ket.
Penalaran	Mahasiswa dapat memberikan alasan logis berdasarkan perhitungan tertentu terhadap suatu situasi statistik untuk memberikan kesimpulan	1,2,3	
Koneksi	Mahasiswa dapat menentukan keserupaan hubungan antara beberapa fungsi dengan aturan tertentu disertai penjelasan	2, 3	
Komunikasi	Mahasiswa dapat menjelaskan situasi, simbol-simbol dan aturan serta perhitungan yang paling sesuai berdasarkan grafik statistik yang disajikan	4, 5	
Pemecahan masalah	Mahasiswa dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan peubah acak tunggal atau peubah acak gabungan	1, 5,6	
Representasi	Mahasiswa dapat menyajikan data yang diberikan dalam bentuk gambar, fungsi, atau persamaan matematik	5, 6	

UJIAN 2

Mata Kuliah: Statistika Matematik

120 MENIT

Petunjuk:

Selesaikan soal-soal berikut pada kertas jawaban yang disediakan!

1. Misalkan X adalah suatu peubah acak dengan parameter α dan β dengan fungsi densitas yang berbentuk:

$$f(x) = \begin{cases} \beta \frac{\alpha^\beta}{x^{\beta+1}}, & \text{jika } x \geq \alpha, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0 & \text{, untuk } x \text{ yang lain} \end{cases}$$

- a. Tunjukkan bahwa fungsi pembangkit momennya tidak selalu ada? Jelaskan !
- b. Apakah rerata dan variansi ada untuk semua α dan β . Jelaskan!
2. Suatu peubah acak X dikatakan terpancung di $x=a$, jika $f(x) = 0$ untuk $x \leq a$. Misalkan $f(x)$ dan $F(x)$, masing-masing merupakan suatu fungsi peluang dan fungsi distribusi dari peubah acak X . Didefinisikan fungsi $f_a(\cdot)$ dan $F_a(\cdot)$ sebagai berikut:

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-F(a)} f(x), & \text{jika } x > a \\ 0 & \text{, untuk } x \text{ yang lain} \end{cases}$$

dan

$$F_a(x) = \begin{cases} \frac{F(x) - F(a)}{1 - F(a)}, & \text{jika } x > a \\ 0 & \text{, untuk } x \text{ yang lain} \end{cases}$$

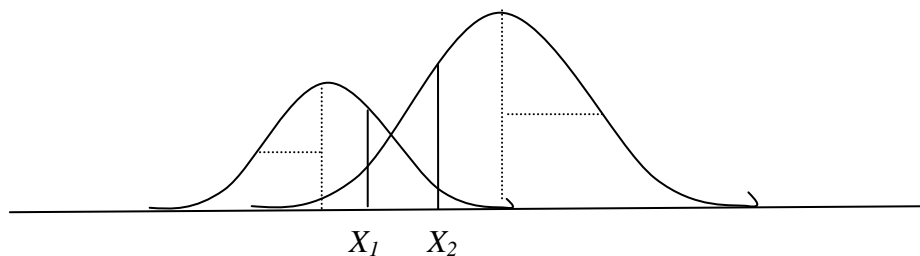
Apakah $f_a(\cdot)$ dan $F_a(\cdot)$ termasuk fungsi peluang dan fungsi distribusi? Jelaskan!

3. Misalkan X suatu peubah acak berdistribusi Normal baku yaitu :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}, -\infty < x < \infty$$

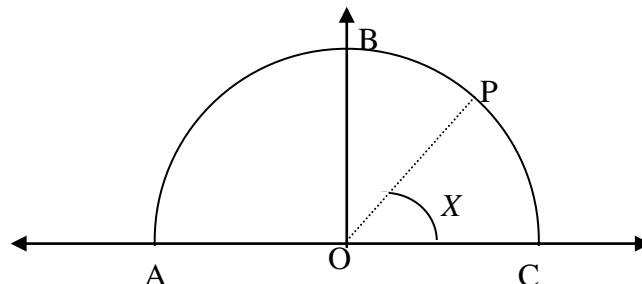
Jika $E X^r$ adalah moment ke r dari X , tunjukkan bahwa $E X^r$ mempunyai pola tertentu.

4. Misalkan diketahui dua buah Kurva Normal sebagai berikut:



Lengkapi gambar di atas dengan simbol-simbol yang sesuai, kemudian susunlah suatu permasalahan dalam bentuk cerita yang berkaitan dengan X_1 dan X_2 dari gambar di atas. Selesaikan masalah tersebut. (Petunjuk: Misalkan $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$)

5. Gambar di bawah ini merupakan setengah lingkaran satuan ABC yang berpusat di O. Misalkan P sebarang titik pada keliling lingkaran sedemikian sehingga $\angle POC = X$.



Dari gambar di atas, adakah suatu fungsi densitas yang berkaitan dengan X ? Jika ada, coba jelaskan bagaimana menyusun fungsi tersebut, kemudian tentukan beberapa nilai yang peluang yang mungkin.

6. Misalkan $X_1, X_2, Y_1,$ dan Y_2 adalah peubah acak diskrit yang masing mempunyai peluang gabungan sebagai berikut:

		$p_{X_1, X_2}(x_1, x_2)$	
		-1	1
x_1	x_2		
0		1/3	1/6
1		1/6	1/3

		$p_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2)$	
		-1	1
y_1	y_2		
0		0	1/2
1		1/2	0

Dari kedua tabel di atas

- Tunjukkan bahwa peubah acak X_1 dan Y_1 serta X_2 dan Y_2 mempunyai distribusi yang sama
- Selidiki kebebasan antara X_1 dan X_2 serta antara Y_1 dan Y_2
- Tentukan distribusi dari $Y = |X_1 - X_2|$

7. Misalkan $X_1, X_2, Y_1,$ dan Y_2 adalah peubah acak diskrit yang masing mempunyai peluang gabungan sebagai berikut:

		$p_{X_1, X_2}(x_1, x_2)$	
		-1	1
x_1	x_2		
0		k	1/6
1		1/6	1/3

		$p_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2)$	
		-1	1
y_1	y_2		
0		0	1/2
1		p	0

Dari kedua tabel di atas

- Jika peubah acak X_1 dan Y_1 mempunyai distribusi peluang yang sama, tentukan nilai k dan p
- Selidiki kebebasan antara X_1 dan X_2 serta antara Y_1 dan Y_2

c. Tentukan distribusi dari $Y = |X_1 - X_2|$