

Ujian Statistika Matematik I
120 MENIT

Petunjuk:

Selesaikan soal-soal berikut pada tempat yang disediakan!

1. Misalkan X adalah suatu peubah acak dengan parameter α dan β dan fungsi densitas yang berbentuk:

$$f(x) = \begin{cases} \beta \frac{\alpha^\beta}{x^{\beta+1}} & , \text{jika } x \geq \alpha, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0 & , \text{untuk } x \text{ yang lain} \end{cases}$$

Apakah rerata dan variansi ada untuk semua α dan β . Jelaskan!

2. Diberikan fungsi f , p , dan g sebagai berikut:

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xy & ; 0 < x < 1; 0 < y < 1 \\ 0 & ; x, y \text{ yang lain} \end{cases}, p(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{21} & ; x = 1, 2, 3; y = 1, 2 \\ 0 & ; x, y \text{ yang lain} \end{cases},$$

$$g(y) = \begin{cases} 2y, & 0 < y < 1 \\ 0 & , y \text{ yang lain} \end{cases}$$

Tunjukkan bahwa $f(x, y)$ dan $p(x, y)$ merupakan fungsi peluang gabungan. Kemudian periksa apakah fungsi f mempunyai hubungan tertentu dengan fungsi g . Jika mempunyai hubungan tertentu, tentukan suatu fungsi h yang hubungannya dengan $p(x, y)$ **SERUPA SEPERTI** hubungan antara fungsi f dengan g . Jelaskan jawaban Anda.

JAWAB:

3. Misalkan X suatu peubah acak dengan fungsi kepadatan peluang:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}, -\infty < x < \infty$$

dan $E(X^r)$ adalah momen (takterpusat) ke r dari X .

Tunjukkan bahwa momen-momennya mempunyai pola tertentu.

Petunjuk: Gunakan $M_X(t) = 1 + \frac{EX}{1!}t + \frac{EX^2}{2!}t^2 + \frac{EX^3}{3!}t^3 + \dots + \frac{EX^r}{r!}t^r$

4. Misalkan $X_1, X_2, Y_1,$ dan Y_2 adalah peubah acak diskrit yang masing mempunyai peluang gabungan sebagai berikut:

		$p(x_1, x_2)$	
		-1	1
x_1	x_2		
	0	1/3	1/6
	1	1/6	1/3

		$p(y_1, y_2)$	
		-1	1
y_1	y_2		
	0	0	1/2
	1	1/2	0

Dari kedua tabel di atas

- Tunjukkan bahwa $p_{X_1}(t) = p_{Y_1}(t)$ serta $p_{X_2}(t) = p_{Y_2}(t)$ untuk semua t .
- Selidiki kebebasan antara X_1 dan X_2 serta antara Y_1 dan Y_2
- Tentukan distribusi bersyarat dari X_1 jika $X_2=1$ dan fungsi distribusi bersyarat dari Y_1 jika $Y_2 = 1$

5. Misalkan Anda harus memilih suatu permainan dari dua permainan yang ada.
Permainan 1: Melempar 3 buah mata uang logam yang seimbang sekaligus.

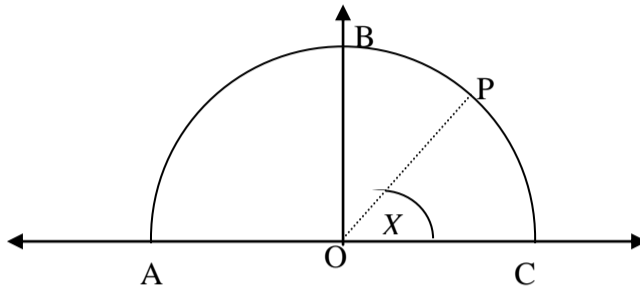
Jika muncul 3 huruf (H) atau 3 Gambar (G), maka Anda mendapat bayaran Rp. 10.000,- tapi jika muncul 1 atau 2 huruf (H) maka Anda harus membayar Rp. 2.500.-

Permainan 2: Melempar dua buah dadu yang seimbang sekaligus. Jika muncul angka

yang jumlahnya 3, 4, atau 5, maka Anda mendapat bayaran Rp. 12.500,- tapi jika muncul angka dengan jumlah lainnya, anda harus membayar Rp. 3.500,-

Permainan mana yang akan Anda pilih? Jelaskan !

6. Gambar di bawah ini merupakan setengah lingkaran satuan ABC yang berpusat di O. Misalkan P sebarang titik pada keliling lingkaran sedemikian sehingga ukuran $\angle POC = X$.



Dari gambar di atas, susunlah suatu fungsi kepadatan peluang (fkp) yang berkaitan dengan X . Beri penjelasan mengapa fungsi tersebut merupakan fungsi kepadatan peluang (fkp), kemudian berikan beberapa contoh nilai peluang dari X dengan fungsi yang Anda susun tersebut.

7. Suatu taruhan berupa melempar dadu sisi enam yang seimbang, setiap orang bebas memilih(memasang) nomor dan membayar uang taruhan. Jika muncul nomor yang dipasang akan dibayar sebanyak uang yang ditaruhkan.

Misalkan Anda main satu kali dan kalah, kemudian pada taruhan berikutnya Anda mengandaikan menang, bagaimana caranya bertaruh supaya uang kekalahan pada permainan sebelumnya kembali. Jika Anda telah kalah berturut-turut 2 kali, 3 kali dan seterusnya, tapi pada taruhan berikutnya Anda mengandaikan menang. Bagaimana caranya supaya semua uang taruhan pada permainan sebelumnya kembali. Mungkinkah Anda dapat mengalahkan bandar. Jelaskan!