

DESAIN FAKTORIAL FRAKSIONAL 2^{k-p} SERTA ANALISISNYA BERBASIS WEB

Candra Aji dan Dadan Dasari¹
Universitas Pendidikan Indonesia

ABSTRAK

Dalam eksperimen faktorial 2^k , yakni eksperimen yang melibatkan k buah faktor dimana masing-masing faktor terdiri atas dua taraf, seringkali peneliti tidak dapat melakukan eksperimen faktorial secara lengkap terutama untuk k lebih dari tiga faktor, sehingga eksperimen yang dilakukan hanya sebagian saja. Desain ini dinamakan dengan desain faktorial fraksional 2^{k-p} . Desain faktorial fraksional dilakukan jika peneliti dapat mengasumsikan bahwa interaksi orde tinggi (interaksi yang memuat lebih dari tiga faktor) tertentu diabaikan, kemudian informasi efek utama dan interaksi orde rendah (interaksi yang memuat dua faktor) dapat diperoleh dengan mengerjakan hanya sebagian dari eksperimen faktorial lengkap. Pada saat ini, aplikasi yang telah dikembangkan untuk menyelesaikan permasalahan eksperimen faktorial tersebut adalah aplikasi desktop, akan tetapi terdapat metode lain yang dapat dikembangkan yaitu dengan menggunakan aplikasi web, sehingga dapat digunakan sebagai alat bantu perhitungan yang lebih cepat dan mudah.

Kata Kunci : *desain eksperimen, desain faktorial 2^k , faktorial fraksional 2^{k-p} , aplikasi web*

A. PENDAHULUAN

Dalam suatu eksperimen, seringkali peneliti akan berhadapan dengan eksperimen yang melibatkan sejumlah faktor dimana tiap faktornya hanya terdiri atas dua buah taraf. Misalnya saja, eksperimen bisa terbentuk karena hanya berurusan dengan dua macam temperatur ekstrim: rendah dan tinggi, dua buah mesin: lama dan baru, dua macam pegawai: pria dan wanita, dan lain sebagainya. Desain demikian dinamakan dengan desain eksperimen faktorial 2^k .

Keterlibatan waktu, tenaga dan biaya seringkali menyebabkan peneliti tidak mungkin melakukan eksperimen faktorial secara lengkap terutama untuk k lebih dari tiga faktor, sehingga kombinasi perlakuan yang dihasilkan cukup besar.

¹ Disajikan pada Seminar Nasional Pendidikan Matematika FPMIPA UPI 2009

Oleh karena itu, untuk menghindari dari kekurangan tersebut lebih tepat menggunakan desain faktorial fraksional. Desain faktorial fraksional dilakukan jika peneliti dapat mengasumsikan bahwa interaksi orde tinggi (interaksi yang memuat lebih dari tiga faktor) tertentu diabaikan, kemudian informasi efek utama dan interaksi orde rendah (interaksi yang memuat dua faktor) dapat diperoleh dengan mengerjakan hanya sebagian dari eksperimen faktorial lengkap, akibatnya akan ada faktor-faktor yang mempunyai sifat yang sama dengan faktor lainnya. Pada saat ini, aplikasi yang telah dikembangkan untuk penyelesaian permasalahan eksperimen faktorial tersebut adalah aplikasi desktop, akan tetapi terdapat metode lain yang dapat dikembangkan yaitu dengan menggunakan aplikasi web.

B. DESAIN FAKTORIAL 2^k

Suatu eksperimen yang menyangkut k buah faktor dimana tiap faktornya terdiri atas dua buah taraf dinamakan dengan eksperimen faktorial 2^k . Dalam desain faktorial 2^k , banyaknya taraf adalah dua sedangkan banyaknya faktor adalah k yang menjadi pangkat. Demikian halnya dengan desain eksperimen yang terdiri atas dua faktor A dan B, dimana masing-masing faktor tersebut terdiri atas dua buah taraf akan ditulis sebagai desain eksperimen faktorial 2^2 . Apabila peneliti berurusan dengan tiga faktor A, B, dan C yang masing-masing terdiri atas dua taraf, maka diperoleh desain eksperimen faktorial 2^3 , dan begitu pula untuk desain eksperimen faktorial 2^4 , 2^5 , 2^6 , dan seterusnya dapat dijelaskan.

Jika untuk $k = 2$ dan $k = 3$ masing-masing akan didapatkan empat dan delapan kombinasi perlakuan, maka untuk $k = 4$ didapat 16 kombinasi perlakuan, dan begitu seterusnya, makin besar harga k makin banyak terjadi kombinasi perlakuan. Ini menyebabkan pula makin panjang aliasnya sehingga makin pula susunan sistem kontras yang menyatakan hubungan antara efek-efek dan kombinasi perlakuan.

Untuk Anava, perlu dihitung nilai jumlah kuadrat dari tiap efek atau kombinasi perlakuan sebagai berikut:

$$SS_{efek} = \frac{(kontras)^2}{n \cdot 2^k}$$

Sehingga tabel Analisis variansi untuk desain faktorial 2^k diperoleh sebagai berikut:

Sumber variasi	Derajat kebebasan	Jumlah kuadrat
k efek utama		
A	1	SS_A
B	1	SS_B
\vdots	\vdots	\vdots
K	1	SS_K
$\binom{k}{2}$ interaksi 2-faktor		
AB	1	SS_{AB}
AC	1	SS_{AC}
\vdots	\vdots	\vdots
JK	1	SS_{JK}
$\binom{k}{3}$ interaksi 3-faktor		
ABC	1	SS_{ABC}
ABD	1	SS_{ABD}
\vdots	\vdots	\vdots
IJK	1	SS_{IJK}
$\binom{k}{k} = 1$ interaksi k-faktor		
$ABC \cdots K$	1	$SS_{ABC \cdots K}$
Error	$2^k(n - 1)$	SS_E
Total	$n2^k - 1$	SS_T

C. ANALISIS DESAIN FAKTORIAL FRAKSIONAL 2^{k-p}

Desain faktorial fraksional dilakukan jika peneliti dapat mengasumsikan bahwa interaksi orde tinggi (interaksi yang memuat lebih dari dua faktor) tertentu diabaikan, kemudian informasi efek utama dan interaksi orde rendah (interaksi yang memuat dua atau tiga faktor) dapat diperoleh dengan mengerjakan hanya sebagian dari eksperimen faktorial lengkap, akibatnya akan ada faktor-faktor yang mempunyai sifat yang sama dengan faktor lainnya (Montgomery, 2003).

Desain faktorial fraksional 2^k biasanya ditulis dengan desain faktorial fraksional 2^{k-p} yaitu eksperimen dengan $1/(2^p)$ fraksi dari seluruh kombinasi percobaan yang harus dilakukan (Montgomery, 2003). Misalkan untuk $k = 5$ dan $p = 1$, berarti dilakukan eksperimen faktorial fraksional setengah dari eksperimen 2^5 , begitu pun bila diambil $p = 2$, maka eksperimen faktorial yang dilakukan sebanyak seperempat dari eksperimen 2^5 .

Penyusunan kombinasi perlakuan untuk desain faktorial fraksional dilakukan dengan memperhatikan alias (dua atau lebih efek yang mempunyai sifat yang sama), agar diperoleh desain fraksional dimana alias-alias itu tidak muncul secara bersamaan pada sebuah fraksi.

Misalkan dalam desain faktorial 2^3 , yaitu suatu eksperimen yang akan melibatkan tiga faktor A, B, C, dimana masing-masing faktor bertaraf dua. Eksperimen ini, untuk sebuah replikasi penuh memerlukan delapan eksperimen. Akan tetapi, untuk melakukan eksperimen ini peneliti tidak dapat melakukan replikasi secara penuh dan hanya bisa melakukan empat eksperimen saja. Ini berarti eksperimen hanya bisa dilakukan dengan setengah replikasi dari 8 eksperimen yang seharusnya dilakukan untuk replikasi penuh. Karena desain berisi $2^{3-1} = 4$ kombinasi perlakuan, sehingga desain yang digunakan disebut setengah fraksi dari desain 2^3 atau sering dinotasikan dengan desain faktorial fraksional 2_{III}^{3-1} .

Tanda koefisien untuk desain faktorial 2_{III}^{3-1} dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

eksperimen	Desain faktorial 2^2 penuh		2_{III}^{3-1} , I = ABC			2_{III}^{3-1} , I = -ABC		
	A	B	A	B	C=AB	A	B	C=-AB
1	-	-	-	-	+	-	-	-
2	+	-	+	-	-	+	-	+
3	-	+	-	+	-	-	+	+
4	+	+	+	+	+	+	+	-

Berdasarkan setengah dari tabel diatas diperoleh taksiran efek utama A, B dan C adalah sebagai berikut:

$$\ell_A = \frac{1}{2}(a - b - c + abc)$$

$$\ell_B = \frac{1}{2}(-a + b - c + abc)$$

$$\ell_C = \frac{1}{2}(-a - b + c + abc)$$

Sedangkan taksiran dari interaksi dua faktor adalah sebagai berikut:

$$\ell_{BC} = \frac{1}{2}(a - b - c + abc)$$

$$\ell_{AC} = \frac{1}{2}(-a + b - c + abc)$$

$$\ell_{AB} = \frac{1}{2}(-a - b + c + abc)$$

Struktur alias untuk desain dengan *defining relation* $I = ABC$ pada contoh sebelumnya dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut :

- Tentukan *defining relation* (I)
- Kalikan faktor (faktor-faktor beserta interaksinya) dengan *defining relation*
- Selesaikan dengan aljabar modulo 2

Sehingga efek-efek yang beralias diperoleh sebagai berikut:

$$A \cdot I = A \cdot ABC = A^2BC$$

karena kuadrat dari setiap kolom selalu = kolom I, maka:

$$A = BC$$

Dengan cara yang sama, didapat alias dari B dan C adalah sebagai berikut:

$$B \cdot I = B \cdot ABC = AB^2C = AC$$

dan

$$C \cdot I = C \cdot ABC = ABC^2 = AB$$

Pemilihan p generator sangatlah penting untuk desain faktorial fraksional 2^{k-p} , terutama untuk memperoleh kemungkinan terbaik dari struktur aliasnya. Alasan dari penyeleksian ini adalah agar diperoleh generator yang dapat menghasilkan desain faktorial fraksional 2^{k-p} dengan memiliki kemungkinan resolusi terbesar. Sebagai ilustrasi, untuk desain 2^{6-2}_{IV} , dimana yang menjadi generatornya adalah $E = ABC$ dan $F = BCD$ menghasilkan desain resolusi IV, yang mana merupakan desain resolusi maksimum dari desain tersebut. Jika dipilih $E = ABC$ dan $F = ABCD$, *defining relation* lengkapnya diperoleh $I = ABCE = ABCDF = DEF$, dan desain ini akan menjadi desain resolusi III, sehingga desain ini kurang tepat untuk digunakan karena terdapat resolusi yang lebih besar.

Terkadang, untuk memilih generator pada sebuah desain faktorial fraksional 2^{k-p} tidaklah mudah, walaupun dalam desain resolusi yang sama.

Sebagai contoh, dalam tabel di bawah ini terdapat tiga desain 2_{IV}^{7-2} dengan generator berbeda, masing-masing desain adalah resolusi IV, tetapi setiap desain memiliki struktur alias berbeda dengan asumsi bahwa interaksi interaksi yang memuat lebih dari dua faktor diabaikan, sehingga lebih ditekankan pada interaksi dua faktor saja. Dari ketiga desain tersebut, desain C memiliki jumlah alias yang terkecil, sehingga desain C adalah pilihan terbaik untuk desain 2_{IV}^{7-2} .

Desain A dengan generator: F = ABC, G = BCD I = ABCF = BCDG = ADFG	Desain B dengan generator: F = ABC, G = ADE I = ABCF = ADEG = BCDEFG	Desain C dengan generator: F = ABCD, G = ABDE I = ABCDF = ABDEG = CEFG
Aliasnya(interaksi dua faktor): AB = CF AC = BF AD = FG AG = DF BD = CG BG = CD AF = BC = DG	Aliasnya(interaksi dua faktor): AB = CF AC = BF AD = EG AE = DG AF = BC AG = DE	Aliasnya(interaksi dua faktor): CE = FG CF = EG CG = EF

Untuk desain A, setiap *defining relation* terdiri dari 4 huruf, pola dari panjangnya huruf pada desain A dapat dinotasikan dengan {4, 4, 4}. Untuk desain B, polanya adalah {4, 4, 6}, sedangkan untuk desain C polanya adalah {4, 5, 5}. Perhatikan bahwa *defining relation* untuk desain C, yang mempunyai 4 huruf hanya satu buah sedangkan untuk desain yang lainnya terdiri dari dua atau tiga. Jadi, desain C memiliki jumlah paling sedikit dari desain lainnya dalam *defining relation* dengan panjang terkecil.

Desain C dinamakan dengan *minimum aberration design* (desain dengan penyimpangan terkecil). *Minimum aberration* dalam desain resolusi R memastikan bahwa desain tersebut memiliki jumlah alias antara efek utama dan interaksi order R – 1 terkecil, jumlah alias antara interaksi dua faktor dan interaksi order R – 2 terkecil, dan demikian seterusnya (Montgomery, 2003).

D. STUDI KASUS

Data yang digunakan dalam studi kasus ini berupa data sekunder yaitu permasalahan suatu eksperimen yang bertujuan untuk mengetahui faktor-faktor mana saja yang mempengaruhi berat suatu zat setelah dilapisi lapisan karbon (Montgomery, 2003). Eksperimen tersebut melibatkan enam faktor dimana masing-masing faktor terdiri dari dua taraf, yaitu: faktor A = perbandingan komposisi zat (pitch) (0.45, 0.55), faktor B = jenis zat (1, 2), faktor C = suhu zat (suhu lingkungan, 325°C), faktor D = lokasi keluaran asap (di dalam ruangan, di luar ruangan), faktor E = suhu lubang cetakan (suhu lingkungan, 195°C), faktor F = waktu tunda sebelum pencetakan (0, 24 jam), sehingga desain faktorial yang dapat dibentuk adalah desain 2^6 . Berat suatu zat setelah dilapisi lapisan karbon diukur dalam gram, dan eksperimen dilakukan sebanyak tiga kali replikasi.


Peneliti menduga hanya beberapa dari enam faktor tersebut yang paling berpengaruh, dan interaksi orde tinggi dapat diabaikan. Untuk memperkuat asumsi ini, peneliti memutuskan melakukan *screening experiments* untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang paling berpengaruh dalam eksperimen dan kemudian melakukan studi lanjutan terhadap permasalahan tersebut.

Untuk membentuk desain faktorial 2^6 ini, kombinasi perlakuan yang dapat dibentuk adalah sebanyak 64 kombinasi perlakuan, akan tetapi peneliti hanya bisa melakukan delapan eksperimen saja, dengan mempertimbangkan aspek waktu serta biaya yang digunakan dalam eksperimen. Ini berarti eksperimen hanya bisa dilakukan dengan seperdelapan replikasi dari 64 eksperimen yang seharusnya dilakukan untuk replikasi penuh. Karena desain berisi $2^{6-3} = 8$ kombinasi perlakuan, sehingga desain yang digunakan disebut setengah fraksi dari desain 2^6 atau sering dinotasikan dengan desain faktorial fraksional resolusi III yaitu 2_{III}^{6-3} .

Akan tetapi, dalam menyelesaikan permasalahan desain faktorial fraksional di atas, dapat digunakan aplikasi web, sehingga dapat digunakan sebagai alat bantu perhitungan dan analisis yang lebih cepat dan mudah. Aplikasi web ini dapat diakses di alamat <http://www.desain-faktorial-2k.tk>.

Tampilan yang muncul berupa analisis dari desain faktorial fraksional 2_{III}^{6-3} , seperti gambar berikut ini:

Desain Faktorial 2^k



- home
- Desain faktorial 2^2
- Desain faktorial 2^3
- Desain faktorial 2^4
- Desain faktorial 2^5
- Desain faktorial 2^6
- Desain faktorial 2^7

Desain faktorial 2^{6-3}

Tabel koefisien Efek Faktorial 2^{6-3}

kombinasi perlakuan	efek								total respon
	total	A	B	C	D=AB	E=AC	F=BC	CD	
def	+	-	-	-	+	+	+	-	3389
af	+	+	-	-	-	-	+	+	4179
be	+	-	+	-	-	+	-	+	3308
abd	+	+	+	-	+	-	-	-	2746
cd	+	-	-	+	+	-	-	+	2291
ace	+	+	-	+	-	+	-	-	3886
bef	+	-	+	+	-	-	+	-	3877
abcdef	+	+	+	+	+	+	+	+	3708

Taksiran efek

TE(A) => A + BD + CE + CDF + BEF : 137.833333333
TE(B) => B + AD + CF + CDE + AEF : -8.83333333333
TE(C) => C + BF + BDE + ADF + BEF : 11.6666666667
TE(D=AB) => D + AB + EF + BCE + ACF : -259.666666667
TE(E=AC) => E + AC + DF + BCD + ABF : 99.8333333333
TE(F=BC) => F + BC + DE + ACD + ABE : 243.5
TE(CD) => CD + BE + AF + ABC + ADE + BDF + CEF : -34.3333333333

jumlah kuadrat

SS(A):113988.166667
SS(B):468.166666667
SS(C):816.666666667
SS(D=AB):404560.666667
SS(E=AC):59800.1666667
SS(F=BC):355753.5
SS(CD):7072.66666667
SS(Total):1319204
SS(Error):376744

Tabel ANAVA

sumber Variasi	jumlah kuadrat	derajat bebas (df)	rata-rata kuadrat	Fo
A	113988.166667	1	113988.166667	4.84098132065
B	468.166666667	1	468.166666667	0.0198826435634
C	816.666666667	1	816.666666667	0.0346831446995
D=AB	404560.666667	1	404560.666667	17.1813503776
E=AC	59800.1666667	1	59800.1666667	2.53966265333
F=BC	355753.5	1	355753.5	15.1085511647
CD	7072.66666667	1	7072.66666667	0.300370189483
Error	376744	16	23546.5	-
Total	1319204	23	-	-

Kesimpulan

faktor pitch berpengaruh secara signifikan dalam percobaan
faktor jenis zat tidak berpengaruh secara signifikan dalam percobaan
faktor suhu zat tidak berpengaruh secara signifikan dalam percobaan
faktor lokasi keluaran asap berpengaruh secara signifikan dalam percobaan
faktor suhu lubang cetakan tidak berpengaruh secara signifikan dalam percobaan
faktor waktu sbim.pencetakan berpengaruh secara signifikan dalam percobaan
kombinasi faktor suhu zat dan faktor lokasi keluaran asap tidak berpengaruh secara signifikan dalam percobaan

copyright 2009
candramath@gmail.com

E. KESIMPULAN

Secara teoritis, dalam pembentukan desain faktorial fraksional terdapat beberapa langkah yang dapat dilakukan, yaitu sebagai berikut:

- a. Menentukan generator untuk desain faktorial fraksional 2^{k-p} . Pemilihan generator untuk desain faktorial fraksional 2^{k-p} ini didasarkan pada kemungkinan resolusi terbesar dan juga *minimum aberration*, sehingga akan didapatkan desain optimumnya.
- b. Menyusun desain dasarnya terlebih dahulu dari eksperimen yang dilakukan secara penuh dalam $k - p$ faktor dan kemudian diasosiasikan dengan p kolom tambahan.
- c. Menentukan taksiran efek dan jumlah kuadrat untuk setiap faktor.
- d. Menyusunnya dalam tabel Anava, kemudian mengambil kesimpulan faktor mana saja yang paling berpengaruh dalam eksperimen.

Untuk menyelesaikan permasalahan desain faktorial fraksional 2^{k-p} , dapat digunakan aplikasi web sebagai alat bantu perhitungan dan analisis yang lebih cepat dan mudah. Aplikasi web ini dapat diakses di alamat <http://www.desain-faktorial-2k.tk>. Dalam studi kasus, dibahas suatu eksperimen faktorial fraksional 2_{III}^{6-3} yang bertujuan untuk mengetahui faktor-faktor mana saja yang mempengaruhi berat suatu zat setelah dilapisi lapisan karbon. Berdasarkan data yang diperoleh dari tabel Anava, dapat disimpulkan bahwa faktor A = pitch, faktor D = lokasi keluaran asap, dan faktor F = waktu tunda sebelum pencetakan, berpengaruh dalam eksperimen, sedangkan faktor B = jenis zat, faktor C = suhu zat, dan faktor E = suhu lubang cetakan, tidak berpengaruh dalam eksperimen, pada taraf signifikansi sebesar $\alpha = 5\%$.

F. DAFTAR PUSTAKA

- Box, G. E. P., dan Hunter, J. S. (2000). *The 2^{k-p} Fractional Factorial Designs Part I. Technometrics*. 42. (1), 28-47.
- Montgomery, D. C. (2003). *Design and Analysis of Experiments Fifth Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Renaldy Suteja, B. *et al.* (2005). *Mudah dan Cepat Mengusai Pemrograman WEB*. Bandung: Penerbit Informatika.

- Sidik, B. (2004). *Pemrograman WEB dengan PHP*. Bandung: Penerbit Informatika.
- Sudjana. (2002). *Desain dan Analisis Eksperimen Edisi IV*. Bandung: Penerbit Tarsito.