DESAIN EKSPERIMEN TERSARANG

PENDAHULUAN

1-1. Latar Belakang

Bab ini memperkenalkan desain eksperimental yaitu desain yang bersarang. Desain ini cukup luas aplikasinya dalam penggunaan industri. Desain ini sering melibatkan satu atau lebih faktor-faktor acak, sehingga beberapa konsep yang diperkenalkan dalam Eksperimen dengan Faktor Acak akan ditemukan aplikasinya di sini.

1-2. Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas dalam makalah ini yaitu:

1. Apa pengertian desain tersarang dua tahap?
2. Bagaimana analisis variansi untuk desain tersarang dua tahap?
3. Apa pengertian desain tersarang m-tahap?
4. Bagaimana analisis variansi untuk desain tersarang m-tahap?
5. Bagaimana desain faktorial tersarang?

1-3. Tujuan

Adapun tujuan dari penyusunan makalah adalah sebagai berikut :

1. Mengetahui pengertian desain tersarang dua tahap.
2. Menganalisis variansi untuk desain tersarang dua tahap.
3. Mengetahui pengertian desain tersarang m-tahap.
4. Menganalisis variansi untuk desain tersarang m-tahap.
5. Mengetahui desain faktorial tersarang.

KAJIAN TEORITIS

Dalam desain eksperimen factorial axb untuk dua faktor A bertaraf a buah dan B bertaraf b buah, a x b buah kombinasi perlakuan dan berdasarkan kepada data hasil respon kombinasi ini, dengan menggunakan ANOVA kita dapat meneliti efek-efek tiap faktor dan interaksinya. Jika eksperimennya dilakukan secara acak sempurna, maka kita memiliki model matematis sebagai berikut :

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_{j(i)} + \epsilon_{(ij)k} \qquad \begin{cases} i = 1, 2, \ldots, a \\ j = 1, 2, \ldots, b \\ k = 1, 2, \ldots, n \end{cases}$$

Dalam penggunaan desain eksperimen tidak jarang ditemui keadaan yang sepintas lalu nampaknya merupakan eksperimen faktorial, jadi sepintas lalu seperti terjadi persilangan antara setiap taraf sehingga terbentuk kombinasi perlakuan, padahal jika diteliti sebagai seksama, hal demikian tidak terjadi. Ambil umpamanya hal berikut.

Katakanlah kita mempunyai tiga golongan pemuda yang dikelompokkan berdasarkan kekuatan fisiknya. Ketiga golongan itu kita sebut saja lemah, kuat, dan sedang. Dari tiap golongan pemuda ini kita bentuk dua tim sehingga dengan demikian keseluruhannya ada enam tim, dua tim golongan lemah, dua tim golongan sedang, dan dua tim golongan kuat. Tim yang kita bentuk ini dimaksudkan untuk mengukur kemampuan/ketrampilan (dinyatakan dengan menit) dalam menyelesaikan suatu tugas, melalui suatu eksperimen. Apakah ini merupakan eksperimen factorial 2 x 3? Pertanyaan ini sebaiknya kita jawab dengan mengajukan pertanyaan seperti: “Apakah antara tim dan golongan terjadi persilangan sehingga terbentuk kombinasi treatment, sebagai mana halnya dalam eksperimen factorial a x b yang sudah disebutkan di atas?” Jawabnya tentulah: “tidak!” sebab tim pertama dari golongan lemah misalnya, tetap ada dalam golongan ini dan tidak pindah ke golongan sedang maupun kuat. Dengan kata lain, tim dari suatu golongan tetap dalam golongannya. Dalam desain eksperimen dikatakan bahwa tim tersarang dalam golongan. Dengan demikian kita bukan berhadapan dengan desain eksperimen factorial tetapi desain eksperimen tersarang.

PEMBAHASAN

3-1. Desain Tersarang Dua Tahap

Dalam percobaan multifaktor tertentu tingkat satu faktor (misalnya faktor B) yang serupa tetapi tidak identik untuk berbagai tingkat faktor lain (misalnya A). Pengaturan semacam itu disebut bersarang, atau hierarkis, desain, dengan tingkat faktor B bersarang di bawah tingkat faktor A. Sebagai contoh, pertimbangkan sebuah perusahaan yang membeli bahan baku dari tiga pemasok berbeda. Perusahaan berharap untuk menentukan apakah kemurnian bahan baku yang sama dari setiap pemasok. Ada empat batch bahan mentah yang tersedia dari setiap pemasok, dan tiga penentuan kemurnian harus diambil dari setiap batch. Situasi ini digambarkan dalam gambar 13-1 pada halaman berikutnya.

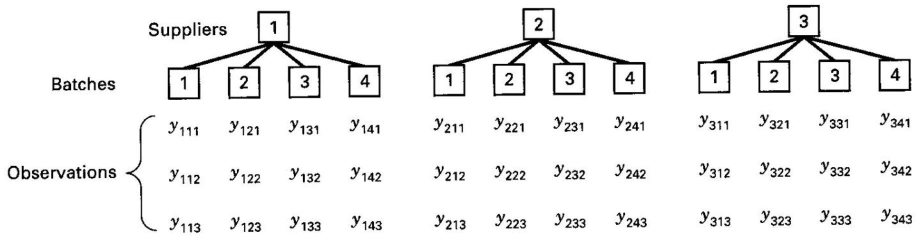

Figure 13-1 A two-stage nested design.

Ini adalah desain bersarang dua tahap, dengan batch bersarang di bawah pemasok. Pada pandangan pertama, Anda mungkin bertanya mengapa ini bukan percobaan faktorial. Jika ini adalah sebuah faktorial, kemudian batch 1 akan selalu merujuk pada batch yang sama, batch 2 akan selalu merujuk pada batch yang sama, dan seterusnya. Ini jelas tidak terjadi karena dari setiap pemasok batch 1 telah ada hubungannya dengan batch 2 dari yang lain suppllier, batch 2 dari pemasok 1 telah ada hubungannya dengan batch 2 dari pemasok lain, dan sebagainya. Untuk menekankan fakta bahwa batch dari setiap pemasok batch berbeda, kita dapat memberi nomor baru bets sebagai 1, 2, 3, dan 4 dari pemasok 1; 5, 6, 7, dan 8 dari pemasok 2; dan 9, 10, 11 , Dan 12 dari pemasok 3, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13-2 pada halaman berikutnya.

Kadang-kadang kita mungkin tidak tahu apakah faktor disilangkan dalam faktorial pengaturan atau bersarang. Jika tingkat faktor dapat renumbered sewenang-wenang seperti dalam Gambar 13-2, maka faktor bersarang.

3-1.1 Analisis statistik

Model statistik linear bagi desain bersarang dua tahap adalah

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_{j(i)} + \epsilon_{(ij)k} \qquad \begin{cases} i = 1, 2, \ldots, a \\ j = 1, 2, \ldots, b \\ k = 1, 2, \ldots, n \end{cases} \qquad (13\text{-}1)$$

Artinya, ada a level faktor A, b level faktor B bersarang di bawah setiap tingkat dari A, dan n bereplikasi. Subskrip j (i) menunjukkan bahwa tingkat ke- j faktor B adalah bersarang di bawah tingkat ke-i faktor A. Hal ini mudah untuk berpikir tentang bereplikasi sebagai bersarang dalam kombinasi tingkat A dan B; sehingga subskrip (ij) k digunakan untuk jangka kesalahan. Ini adalah **desain bersarang seimbang** karena ada jumlah yang sama tingkat B di dalam setiap tingkat A dan jumlah yang sama bereplikasi. Karena setiap level faktor B tidak muncul dengan setiap level faktor A, tidak boleh ada interaksi antara A dan B.

Secara simbolis, kita dapat menulis persamaan 13-3 sebagai berikut

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(y_{ijk}-\bar{y}_{...})^2 = bn\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{...})^2 + n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{ij.}-\bar{y}_{i..})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(y_{ijk}-\bar{y}_{ij.})^2 \qquad (13\text{-}3)$$

$abn-1$ adalah derajat kebebasan untuk SS_T, $a-1$ adalah derajat kebebasan untuk SS_A, $a(b-1)$ adalah derajat kebebasan untuk $SS_{B(A)}$, $ab(n-1)$ adalah derajat kebebasan untuk error. Jika error adalah NID$(0,\sigma^2)$,kita dapat membagi setiap sum of squares pada ruas kanan persamaan 13-4 oleh masing-masing derajat kebebasan untuk memperoleh mean square yang berdistribusi secara independen sedemikian sehingga rasio dari setiap dua mean square yang berdistribusi F.

Table 13-1 Expected Mean Squares in the Two-Stage Nested Design

$E(MS)$	A Fixed, B Fixed	A Fixed, B Random	A Random, B Random
$E(MS_A)$	$\sigma^2 + \frac{bn \sum \tau_i^2}{a-1}$	$\sigma^2 + n\sigma_\beta^2 + \frac{bn \sum \tau_i^2}{a-1}$	$\sigma^2 + n\sigma_\beta^2 + bn\sigma_\tau^2$
$E(MS_{B(A)})$	$\sigma^2 + \frac{n \sum \sum \beta_{j(i)}^2}{a(b-1)}$	$\sigma^2 + n\sigma_\beta^2$	$\sigma^2 + n\sigma_\beta^2$
$E(MS_E)$	σ^2	σ^2	σ^2

Statistik yang sesuai untuk menguji efek faktor A dan B tergantung pada apakah A dan B adalah tetap atau acak. Jika faktor A dan B adalah tetap, kita mengasumsikan bahwa $\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0$ dan $\sum_{j=1}^{b} \beta_{j(i)} = 0$ $(i = 1,2,\ldots,a)$. Jelasnya, efek treatment A sama dengan nol, dan efek treatment B sama dengan nol dalam setiap tingkat A. Sebagai alternatif, jika A dan B acak, kita asumsikan bahwa τ_i adalah NID$(0,\sigma_\tau^2)$ dan $\beta_{j(i)}$ adalah NID$(0,\sigma_\beta^2)$. Model campuran dengan A tetap dan B acak juga banyak dijumpai. Ekspektasi mean square dapat ditentukan oleh aplikasi langsung pada eksperimen dengan faktor acak. Untuk model campuran, ekspektasi mean squarenya dapat mengasumsikan bentuk model eksperimen dengan faktor acak terbatas. Tabel 13-1 memberikan ekspektasi mean square untuk situasi ini.

Tabel 13-1 menunjukkan bahwa jika tingkat A dan B adalah tetap, H_0: $\tau_i = 0$ diuji oleh MS_A / MS_E dan H_0: $\beta_{j(i)} = 0$ diuji oleh $MS_{B(A)}$ /MS_E. Jika A adalah faktor yang tetap dan B adalah acak, kemudian H_0: $\tau_i = 0$ diuji oleh $MS_A/MS_{B(A)}$ dan H_0 : $\sigma_\beta^2 = 0$ diuji oleh $MS_{B(A)}/MS_E$. Akhirnya jika A dan B keduanya adalah faktor acak, kita menguji H_0 : $\sigma_\tau^2 = 0$ diuji oleh $MS_A/MS_{B(A)}$ dan H_0 : $\sigma_\beta^2 = 0$ diuji oleh $MS_{B(A)}/MS_E$. Prosedur pengujiannya dirangkum dalam tabel analisis varians yang ditunjukkan pada Tabel 13-2. Penghitungan rumus sum of square dapat diperoleh dengan memperluas persamaan 13-3 dan menyederhanakan.

$$SS_A = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \qquad (13\text{-}5)$$

$$SS_{B(A)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 - \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 \qquad (13\text{-}6)$$

$$SS_E = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 \qquad (13\text{-}7)$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \qquad (13\text{-}8)$$

Table 13-2 Analysis of Variance Table for the Two-Stage Nested Design

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square
A	$bn \sum (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2$	$a - 1$	MS_A
B within A	$n \sum \sum (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..})^2$	$a(b - 1)$	$MS_{B(A)}$
Error	$\sum \sum \sum (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2$	$ab(n - 1)$	MS_E
Total	$\sum \sum \sum (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2$	$abn - 1$	

3-1.2 Pengujian Diagnostik

Alat utama yang digunakan dalam uji diagnostik adalah analisis residu. Untuk desain tersarang
dua tahap, residunya yaitu

$$e_{ijk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk}$$

Nilai kecocokan adalah

$$\hat{y}_{ijk} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i + \hat{\beta}_{j(i)}$$

dan jika kita membuat pembatasan biasa pada model parameter $(\sum_i \hat{\tau}_i = 0$ dan $\sum_i \hat{\beta}_{j(i)} = 0, i = 1,2,\ldots,$塚$)$ maka $\hat{\mu} = \bar{y}_{...}$, $\hat{\tau}_i = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}, dan\ \hat{\beta}_{j(i)} = \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..}$.

Akibatnya, nilai kecocokannya adalah

$$\begin{aligned}\hat{y}_{ijk} &= \bar{y}_{...} + (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..}) \\ &= \bar{y}_{ij.}\end{aligned}$$

Dengan demikian, residu dari desain tersarang dua tahap adalah

$$e_{ijk} = y_{ijk} - \bar{y}_{ij.} \qquad (13\text{-}9)$$

Dimana mana $\overline{y}_{ij.}$ adalah rata-rata batch individu.

3-1.3 Komponen Variansi

Untuk kasus efek acak, metode analisis varians dapat digunakan untuk memperkirakan komponen varians σ^2, σ_β^2 dan σ_τ^2. Dari ekspektasi mean square pada kolom terakhir Tabel 13-1, diperoleh

$$\hat{\sigma}^2 = MS_E \qquad (13\text{-}10)$$

$$\hat{\sigma}_\beta^2 = \frac{MS_{B(A)} - MS_E}{n} \qquad (13\text{-}11)$$

dan

$$\hat{\sigma}_\tau^2 = \frac{MS_A - MS_{B(A)}}{bn} \qquad (13\text{-}12)$$

Beberapa aplikasi dari desain tersarang termasuk model campuran, dengan faktor utama (A) tetap dan faktor tersarang (B) acak.

3-1.4 Desain Tersarang Bergiliran

Sebuah masalah potensial dalam penerapan desain tersarang adalah bahwa kadang-kadang untuk mendapatkan jumlah yang wajar dari derajat kebebasan pada tingkat tertinggi, kita dapat mengakhirinya dengan beberapa derajat kebebasan (mungkin terlalu banyak) pada tahap yang lebih rendah. Sebagai mengilustrasikan, anggaplah bahwa kita sedang menyelidiki perbedaan potensial dalam analisis kimia di antara lot-lot material yang berbeda. Kita berencana untuk mengambil lima sampel per lot, dan masing-masing sampel akan diukur dua kali. Jika kita ingin mengestimasi komponen varians lot, maka 10 lot tidak akan menjadi pilihan yang tidak masuk akal. Hal ini menghasilkan 9 derajat kebebasan untuk lot, 40 derajat kebebasan untuk sampel, dan 50 derajat kebebasan untuk pengukuran.

Salah satu cara untuk menghindari hal ini adalah dengan menggunakan tipe-tipe tertentu pada desain bersarang yang tidak seimbang disebut desain tersarang bergiliran. Sebuah contoh desain tersarang bergiliran ditunjukkan pada Gambar 13-4. Perhatikan bahwa hanya dua sampel yang diambil dari tiap lot, salah satu sampel diukur dua kali, sedangkan sampel lainnya diukur sekali. Jika *a* merupakan lot, maka derajat kebebasannya $a - 1$ untuk lot (atau, secara umum, tahap yang paling tinggi), dan semua tahap yang lebih rendah akan memiliki tepat satu derajat kebebasan.

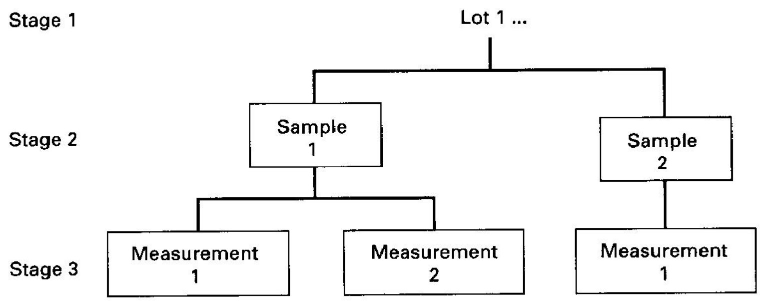

Figure 13-4 A three-stage staggered nested design.

3-2. Desain Tersarang m-Tahap

Hasil pada desain tersarang dua tahap dapat dengan mudah diperluas dalam *m* faktor tersarang secara lengkap. Desain seperti itu disebut sebagai desain tersarang m-tahap. Sebagai contoh, misalkan sebuah pengecoran ingin menyelidiki kekuatan dua formulasi yang berbeda dari logam campuran. Tiga pemanasan dari setiap campuran formulasi yang disiapkan, dua batang dipilih secara acak dari masing-masing pemanasan untuk pengujian, dan dua pengukuran kekuatan dibuat pada setiap batang. Situasi ini diilustrasikan pada Gambar 13-5.

Dalam percobaan ini, panas yang tersarang di bawah tingkat pada formulasi campuran faktor, sebuah batang tersarang di bawah tingkat faktor pemanasan. Dengan demikian,hal ini dapat disebut desain tersarang tiga tahap dengan dua replikasi.

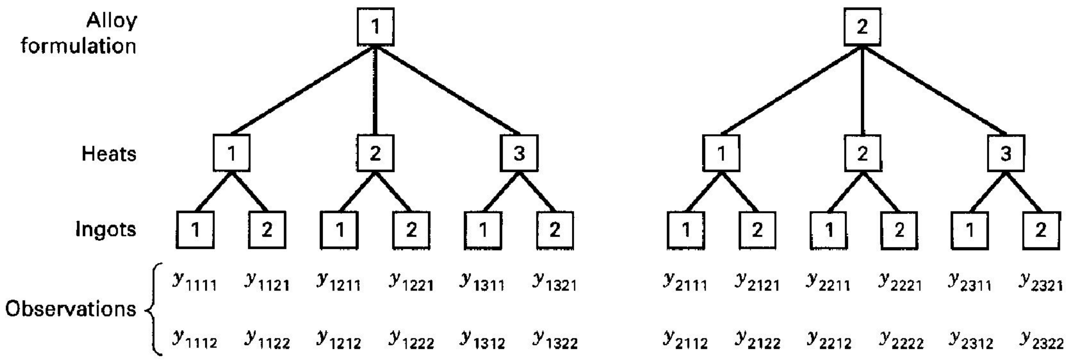

Figure 13-5 A three-stage nested design.

Model untuk desain tersarang tiga-tahap adalah

$$y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_{j(i)} + \gamma_{k(ij)} + \epsilon_{(ijk)l} \qquad \begin{cases} i = 1, 2, \ldots, a \\ j = 1, 2, \ldots, b \\ k = 1, 2, \ldots, c \\ l = 1, 2, \ldots, n \end{cases} \qquad (13\text{-}13)$$

Sebagai contoh, τ_i adalah efek dari formulasi campuran ke-i, $\beta_{j(i)}$ adalah efek dari panas ke-j dalam campuran, $\gamma_{k(ij)}$ adalah efek dari batang ke-k dalam pemanasan ke-j dan campuran ke-i, dan $\in_{(ijk)l}\, NID(0, \sigma^2)$ biasa disebut error. Perluasan model untuk m faktor sangatlah mudah.

Perhatikan bahwa dalam contoh di atas variabilitas keseluruhan dalam kekuatan terdiri dari tiga komponen, yaitu : hasil dari paduan formulasi, hasil dari pemanasan, dan hasil dari tes analitis kesalahan. Komponen pada variabilitas kekuatan secara keseluruhan diilustrasikan pada Gambar 13-6.

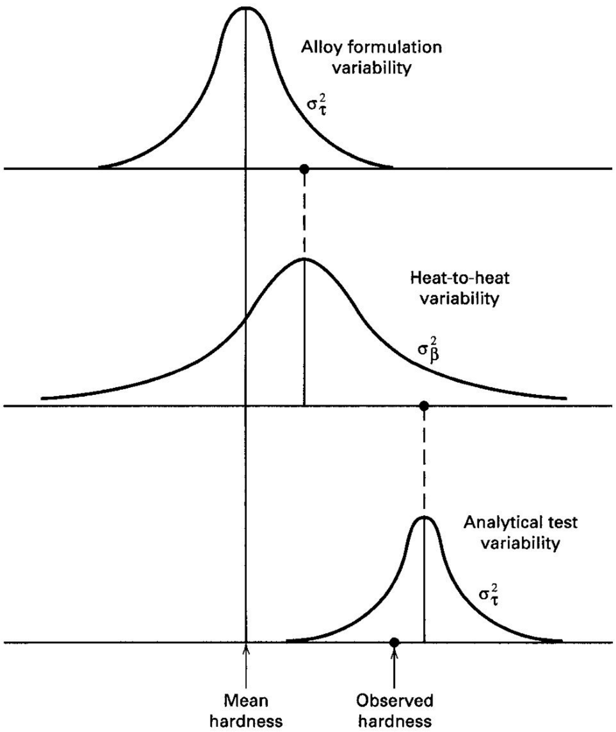

Figure 13-6 Sources of variation in the three-stage nested design example.

Contoh ini menunjukkan bagaimana desain yang bersarang sering digunakan dalam menganalisis proses-proses untuk mengidentifikasi sumber-sumber utama variabilitas dalam keluaran. Misalnya, jika rumusan campuran komponen varians besar, maka ini menunjukkan bahwa variabilitas kekuatan secara keseluruhan dapat dikurangi dengan menggunakan hanya satu formulasi campuran.

Perhitungan sum of squares dan analisis varians untuk desain tersarang m-tahap serupa dengan analisis yang disajikan dalam Desain tersarang dua tahap. Sebagai contoh, analisis varians untuk desain tersarang tiga tahap diringkas dalam Tabel 13-7. Definisi dari sum of squares juga ditunjukkan dalam tabel tersebut. Perhatikan bahwa itu merupakan perluasan formula sederhana untuk desain tersarang dua-tahap.

Table 13-7 Analysis of Variance for the Three-Stage Nested Design

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square
A	$bcn \sum_i (\bar{y}_{i...} - \bar{y}_{....})^2$	$a - 1$	MS_A
B (within A)	$cn \sum_i \sum_j (\bar{y}_{ij..} - \bar{y}_{....})^2$	$a(b - 1)$	$MS_{B(A)}$
C (within B)	$n \sum_i \sum_j \sum_k (\bar{y}_{ijk.} - \bar{y}_{....})^2$	$ab(c - 1)$	$MS_{C(B)}$
Error	$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_l (y_{ijkl} - \bar{y}_{ijk.})^2$	$abc(n - 1)$	MS_E
Total	$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_l (y_{ijkl} - \bar{y}_{....})^2$	$abcn - 1$	

Untuk menentukan statistik uji kelayakan kita harus mencari ekspektasi mean square dengan menggunakan metode desain eksperimen dengan faktor acak. Misalnya, jika faktor A dan B tetap dan faktor C acak, maka kita dapat memperoleh ekspektasi mean square seperti ditunjukkan pada Tabel 13-8.

Table 13-8 Expected Mean Square Derivation for a Three-Stage Nested Design with A and B Fixed and C Random

Factor	F a i	F b j	R c k	R n l	Expected Mean Square
τ_i	0	b	c	n	$\sigma^2 + n\sigma_\gamma^2 + \dfrac{bcn \sum \tau_i^2}{a - 1}$
$\beta_{j(i)}$	1	0	c	n	$\sigma^2 + n\sigma_\gamma^2 + \dfrac{cn \sum \sum \beta_{j(i)}^2}{a(b - 1)}$
$\gamma_{k(ij)}$	1	1	1	n	$\sigma^2 + n\sigma_\gamma^2$
$\epsilon_{l(ijk)}$	1	1	1	1	σ^2

3-3. Desain dengan Faktorial Faktor dan Tersarang

Telah kita ketahui bahwa dalam banyak eksperimen yang melibatkan beberapa faktor, bisa diperoleh eksperimen faktorial atau bersilang dan bisa pula taraf sebuah atau lebih faktor tersarang taraf faktor-faktor lain. Apabila dalam sebuah eksperimen secara bersama-sama terjadi faktorial dan faktor-faktor tersarang, maka eksperimen demikian sering dinamakan sebagai eksperimen faktorial tersarang, suatu nama yang menyatakan gabungan antara eksperimen faktorial dan eksperimen tersarang.

STUDI KASUS

Contoh 1

Sebuah perusahaan membeli bahan baku dalam batch dari tiga pemasok berbeda. Kemurnian bahan baku ini sangat bervariasi, yang menyebabkan masalah dalam manufaktur produk jadi. Kita akan menentukan apakah variabilitas dalam kemurnian disebabkan oleh perbedaan di antara pemasok. Empat kumpulan bahan baku yang dipilih secara acak dari setiap pemasok, dan tiga penentuan kemurnian yang dibuat pada setiap batch. Hal ini, tentu saja merupakan desain tersarang dua tahap. Data setelah coding dengan mengurangkan 93, ditunjukkan dalam Tabel 13-3. Sum of square dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
SS_T &= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \\
&= 153.00 - \frac{(13)^2}{36} = 148.31 \\
SS_A &= \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \\
&= \frac{1}{(4)(3)}[(-5)^2 + (4)^2 + (14)^2] - \frac{(13)^2}{36} \\
&= 19.75 - 4.69 = 15.06 \\
SS_{B(A)} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 - \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 \\
&= \frac{1}{3}[(0)^2 + (-9)^2 + (-1)^2 + \cdots + (2)^2 + (6)^2] - 19.75 \\
&= 89.67 - 19.75 = 69.92
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
SS_E &= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 \\
&= 153.00 - 89.67 = 63.33
\end{aligned}$$

Table 13-3 Coded Purity Data for Example 13-1 (Code: y_{ijk} = purity − 93)

		Supplier 1				Supplier 2				Supplier 3			
	Batches	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
		1	−2	−2	1	1	0	−1	0	2	−2	1	3
		−1	−3	0	4	−2	4	0	3	4	0	−1	2
		0	−4	1	0	−3	2	−2	2	0	2	2	1
Batch totals	$y_{ij.}$	0	−9	−1	5	−4	6	−3	5	6	0	2	6
Supplier totals	$y_{i..}$		−5				4				14		

Table 13-4 Analysis of Variance for the Data in Example 13-1

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	Expected Mean Square	F_0	P-Value
Suppliers	15.06	2	7.53	$\sigma^2 + 3\sigma_\beta^2 + 6 \sum \tau_i^2$	0.97	0.42
Batches (within suppliers)	69.92	9	7.77	$\sigma^2 + 3\sigma_\beta^2$	2.94	0.02
Error	63.33	24	2.64	σ^2		
Total	148.31	35				

Analisis varians diringkas dalam Tabel 13-4. Pemasok batch tetap dan acak, sehingga ekspektasi mean squares diperoleh dari kolom tengah Tabel 13-1. Dari memeriksa p-value, kita dapat menyimpulkan bahwa tidak ada efek yang signifikan pada kemurnian karena pemasok, tetapi bets kemurnian bahan baku dari pemasok yang sama tidak berbeda secara signifikan.

Tujuan dari eksperimen adalah untuk menemukan sumber variabilitas dalam bahan baku kemurnian. Jika hasil dari perbedaan antara pemasok, kita mungkin dapat memecahkan masalah dengan memilih pemasok "terbaik".

Perhatikan apa yang akan terjadi jika kita salah menganalisis desain ini sebagai eksperimen faktorial dua faktor. Jika batch dianggap disilangkan dengan pemasok, kita memperoleh total batch 2, -3, -2, dan 16, dengan masing-masing batch dikalikan kolom pemasok yang mengandung tiga replikasi. Dengan demikian, sum of squares batch dan sum of squares interaksi dapat dihitung. Analisis faktorial lengkap varians dapat dilihat pada Tabel 13-5, dengan asumsi model campuran.

Analisis ini menunjukkan bahwa batch berbeda secara signifikan dan bahwa ada interaksi yang signifikan antara batch dan pemasok. Namun, sulit untuk memberikan praktis interpretasi dari pemasok dikalikan batch-batch interaksi. Sebagai contoh, apakah interaksi yang signifikan berarti bahwa efek pemasok tidak konstan dari batch ke batch? Terlebih lagi, pasangan interaksi yang signifikan dengan efek pemasok yang tidak signifikan bisa menuntun analis untuk menyimpulkan bahwa pemasok benar-benar berbeda, namun tersembunyi oleh efek interaksi yang signifikan.

Table 13-5 Incorrect Analysis of the Two-Stage Nested Design in Example 13-1 as a Factorial (Suppliers Fixed, Batches Random)

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F_0	P-Value
Suppliers (S)	15.06	2	7.53	1.02	0.42
Batches (B)	25.64	3	8.55	3.24	0.04
$S \times B$ interaction	44.28	6	7.38	2.80	0.03
Error	63.33	24	2.64		
Total	148.31	35			

KESIMPULAN

Dalam percobaan multifaktor tertentu tingkat satu faktor (misalnya faktor B) yang serupa tetapi tidak identik untuk berbagai tingkat faktor lain (misalnya A). Pengaturan semacam itu disebut bersarang, atau hierarkis, desain, dengan tingkat faktor B bersarang di bawah tingkat faktor A. Hasil pada desain tersarang dua tahap dapat dengan mudah diperluas dalam *m* faktor tersarang secara lengkap. Desain seperti itu disebut sebagai desain tersarang m-tahap.

Banyak eksperimen yang melibatkan beberapa faktor, bisa diperoleh eksperimen faktorial atau bersilang dan bisa pula taraf sebuah atau lebih faktor tersarang taraf faktor-faktor lain. Apabila dalam sebuah eksperimen secara bersama-sama terjadi faktorial dan faktor-faktor tersarang, maka eksperimen demikian sering dinamakan sebagai eksperimen faktorial tersarang, suatu nama yang menyatakan gabungan antara eksperimen faktorial dan eksperimen tersarang.

Berdasarkan studi kasus, tujuan dari eksperimen adalah untuk menemukan sumber variabilitas dalam bahan baku kemurnian. Jika hasil dari perbedaan antara pemasok, kita mungkin dapat memecahkan masalah dengan memilih pemasok "terbaik".

DAFTAR PUSTAKA

Montgomery, Douglas C. *Design and Analysis of Experiments*. 1976. New York : John Willey & Sons.

Sudjana. *Desain dan Analisis Eksperimen*. 2002. Bandung : Tarsito.