PENGGUNAAN PROGRAM ISETL DALAM PEMBELAJARAN ALJABAR

Oleh :
Elah Nurlaelah *)
Ema Carnia **)

ABSTRAK

Salah satu inovasi pembelajaran Aljabar adalah pembelajaran dengan menggunakan program komputer. ISETL merupakan program komputer yang bersifat interaktif dan dipergunakan untuk membantu mahasiswa dalam memahami suatu konsep matematika. ISETL didesain sedemikian rupa sehingga bahasa yang dipergunakannya mudah dipahami dan cukup dekat dengan bahasa matematika, seperti logika matematika, himpunan sebagai pasangan terurut, dan fungsi sebagai suatu proses.

Yang mendasari tersusunnya program ISETL adalah teori APOS (Action, Process, Object, Schema). Teori tersebut bertujuan untuk mengkonstruksi mental mahasiswa dalam memahami suatu konsep Matematika. Implementasi dari teori APOS adalah pembelajaran dengan siklus ACE (Activities, Class discussion, Exercises). Aktifitas pada siklus tersebut dilakukan oleh mahasiswa di laboratorim komputer dengan menggunakan program ISETL.

Kata kunci : Teori APOS (Action, Process, Object, Schema), Program ISETL, siklus ACE (Activities, Class discussion, Exercises).

*) Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA – UPI

**) Jurusan Matematika FMIPA - UNPAD

I. Pendahuluan

Mata kuliah Aljabar merupakan salah satu mata kuliah pokok yang harus diikuti oleh seluruh mahasiswa Program Studi Matematika di seluruh Perguruan Tinggi. Tetapi pada umumnya mata kuliah ini merupakan salah satu mata kuliah yang sulit, karena memuat konsep – konsep yang Abstrak dan teorema – teorema yang perlu dibuktikan. Sehingga mereka harus mempelajari konsep- konsep abstrak tersebut, memahami konsep –konsep dasar matematika, dan menggunakannya di dalam pembelajaran mata kuliah Aljabar.

Dengan metoda pembelajaran konvensional biasanya dosen yang menyampaikan materi kepada mahasiswa, pemberian tugas- tugas, dan diakhiri dengan ujian tulis. Metoda pembelajaran ini dirasakan belum cukup. Dalam artian penguasaan konsep mahasiswa dalam mata kuliah ini tidak begitu mendalam dan mudah dilupakan, bahkan sering terjadi pemahaman konsep yang salah oleh mahasiswa. Sebagai contoh dalam mata kuliah Struktur Aljabar mahasiswa menganggap bahwa Z_n adalah subgrup dari Z, setiap koset adalah subgrup dan lain-lain. Sementara kesalahan yang sering dijumpai pada mata kuliah Aljabar Linear adalah mahasiswa sering menganggap bahwa yang dimaksud dengan ruang vektor adalah himpunan ruas garis berarah yang memenuhi kesepuluh aksioma, mahasiswa tidak mudah memahami operasi penjumlahan dan perkalian skalar yang didefinisikan secara tertentu.

Berdasarkan fenomena tersebut maka diperlukan suatu pengembangan pembelajaran yang dapat membantu mahasiswa mengatasi masalah di atas dan dapat meringankan kesulitan – kesulitan yang berkaitan dengan mata kuliah ini, sehingga dapat meningkatkan pemahaman mereka dalam mempelajari materi – materi pada mata kuliah Aljabar.

Metoda pembelajaran yang diharapkan adalah metoda pembelajaran yang dapat memberikan kesempatan kepada mahasiswa agar mereka dapat mengungkap seluruh potensi yang mereka miliki dan menarik minat dalam mengikuti mata kuliah Aljabar. Dengan demikian mahasiswa akan termotivasi dalam mengikuti perkuliahan secara sungguh- sungguh.

Metoda pembelajaran yang ditawarkan adalah pembelajaran dengan menggunakan program ISETL berdasarkan teori APOS. Program ISETL mendukung pembelajaran konsep – konsep matematika (himpunan; nilai kebenaran suatu pernyataan (Boolean); logika matematika; fungsi sebagai suatu proses dan objek seperti algoritma atau himpunan – himpunan sebagai pasangan terurut ; dan lain – lain) yang kesemuanya menggunakan notasi matematika standar.

II. Teori APOS

Teori APOS muncul dengan tujuan untuk memahami mekanisme *refleksi abstraksi* yang diperkenalkan oleh Piaget yang menjelaskan perkembangan berfikir logis untuk anak-anak. Ide tersebut kemudian dikembangkan untuk konsep matematika yang lebih luas, terutama untuk membentuk perkembangan berfikir logis bagi mahasiswa (Dubinsky, 1991). Teori ini dimulai dengan hipotesis sebagai berikut;

" An individual's mathematical knowledge is her or his tendency to respond to mathematical problem situations by reflecting on them in a social context, constructing or reconstructing mathematical actions, processes and objects and organizing these in schemas to use in dealing with the situations."

Konstruksi matematika pada hipotesis diatas merupakan konstruksi mental yang terdiri dari *action, processes, objects* dan diorganisasikan dalam suatu *schema*, selanjutnya disebut sebagai teori APOS. Berikut adalah penjelasan ringkas mengenai komponen-komponen dalam teori APOS;

Action. Suatu transformasi merupakan suatu *action* jika merupakan reaksi dari stimulus yang berasal dari luar (eksternal).

Process. Ketika seseorang merefleksikan *action* dan menginteriorisasikannya maka *action* dapat menjadi bagian dari dirinya (internal) yang dapat dikontrol.

Object. Ketika individu menyadari suatu *process* sebagai suatu totalitas, menyadari bahwa transformasi dapat dilakukan padanya dan juga dapat mengkonstruksi transformasi tersebut, maka *process* sudah menjadi suatu *object*.

Schema Koleksi dari *process* dan ***object*** dapat diorganisasikan dalam suatu struktur untuk membentuk suatu *schema.* Beberapa *schema* dapat diperlakukan sebagai suatu *object* di dalam suatu *schema* yang lebih tinggi tingkatannya.

Teori APOS dapat digunakan secara langsung dalam membandingkan keberhasilan atau kegagalan individu. Hal tersebut berkaitan dengan konstruksi mental yang terbentuk untuk suatu konsep matematika. Misalkan dua individu yang kelihatannya menguasai konsep tertentu dengan kemampuan yang sama, tetapi salah satunya dapat menyelesaikan suatu permasalahan lebih jauh dari yang lain, maka dapat disimpulkan bahwa individu pertama mencapai konstruksi mental APOS lebih tinggi dari yang satunya. Selanjutnya teori APOS dapat membuat prediksi yang mantap tentang pemahaman suatu konsep, artinya jika kumpulan *action, process, object* dan *schema* tertentu dikonstruksi oleh seorang individu dengan baik, maka individu tersebut akan berhasil menggunakan konsep matematika tersebut dalam menyelesaikan suatu persoalan.

III Desain Pembelajaran Berdasarkan Siklus *ACE*

Desain pembelajaran yang menunjang pembelajaran berdasarkan teori APOS adalah pengajaran berdasarkan *siklus ACE (Activities, Class discussion, Exercises).* Implementasi pengajaran berdasarkan siklus ACE adalah belajar menggunakan komputer dan belajar secara berkelompok. Mahasiswa dikelompokkan ke dalan grup secara tetap selama mengikuti perkuliahan Aljabar, masing – masing kelompok terdiri dari 3 atau 4 orang. Proses belajar mengajar dilaksanakan sebanyak 2 kali dalam seminggu, terdiri dari satu kali di Laboratorium komputer dan satu kali dalam pertemuan kelas tanpa komputer. Di laboratorium komputer mahasiswa diberi lembar kerja yang berisi program ISETL yang harus dikerjakan, dimana program tersebut berkaitan dengan konsep – konsep yang belum diajarkan di kelas. Tujuan mengerjakan lembar kerja ini dimaksudkan untuk memberikan stimuli dan pengalaman yang mengarah pada konstruksi suatu konsep. Hasil yang diperoleh selama melakukan aktivitas di laboratorium akan di diskusikan di kelas pada pertemuan berikutnya.

Sementara diskusi kelas bertujuan untuk memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk mengemukakan temuan – temuan yang mereka peroleh di laboratorium. Berbagai masalah yang muncul dari setiap kelompok selama berada di laboratorium dikemukakan pada pertemuan kelas ini. Keuntungan dari diskusi kelas ini akan terjadi pertukaran informasi yang saling melengkapi sehingga mahasiswa mempunyai konsep yang sama. Sementara itu dosen berperan sebagai fasilitator dalam mengarahkan diskusi mahasiswa menuju ke arah konsep yang benar .

Untuk memantapkan konsep yang telah diperoleh, mahasiswa diberi tugas tambahan baik berupa tugas yang harus menggunakan komputer ataupun tugas yang berupa latihan – latihan soal.

IV. Beberapa Contoh Pembelajaran dengan Program ISETL.

Dibawah ini akan disajikan beberapa contoh pembelajaran Aljabar.

1. Berikut adalah beberapa instruksi ISETL yang sederhana.

   Simbol > adalah prompt ISETL untuk menuliskan instruksi , jika instruksi tersebut belum lengkap akan muncul prompt >>

   ```
   >   7+8;
   25;
   >  13 * ( -233.8);
   -3039.400;
   >  6 = 2 * 3;
   true;
   >  5 >= 2 * 3;
   false;
   >     17
   >>    + 237 – 460
   >>    *2
   >>     ;
   -513;
   >    n :=   37 mod 23;
   >    n;
   14;
   >   (2 /= 3) and (( 5.2/3.1) > 0.9 );
   >   ( 3 <= 3 ) impl ( 3 = 2 + 1);
   ```

2. Untuk memeriksa suatu himpunan V dengan operasi "penjumlahan" dan operasi "perkalian skalar" yang didefinisikan merupakan suatu Ruang vektor, dilakukan langkah sebagai berikut :

   ```
   >   Z5 := {0,1,2,3,4};   Himpunan bilangan bulat modulo 5.
   >   V := {[a,b] |a,b in Z5}; Himpunan pasangan terurut di Z5
   ```

   Operasi penjumlahan skalar

   ```
   >   ads := func(k,l);
   >> if k in Z5 and l in Z5 then
   >> return(k + l)mod 5;
   ```

```
>> end;
>> end;
>  ads(4,4);
3;
```

Operasi Perkalian Skalar

```
>  ms := func(k,l);
>> if k in Z5 and l in Z5 then
>> return(k * l)mod 5;
>> end;
>> end;
>  ms(4,4);
1;
```

Operasi Perkalian Skalar dengan Vektor

```
>  sm := func(k,v);
>> if k in Z5 then
>> return[k * v(i) mod 5 : i in [1,2]];
>> end;
>> end;
>  sm(2,[4,4]);
[3, 3];
```

Operasi Penjumlahan Vektor

```
>  va := | v, w -> [(v(i) + w(i)) mod 5 : i in [1,2]]|;
>  va([3,4],[2,3]);
[0, 2];
```

Sifat Tertutup Terhadap Penjumlahan Vektor

```
>   is_closed_va := func(V,va);
>>  return forall v, w in V | v . va w in V;
>>  end;
>   is_closed_va(V,va);
true;
```

Sifat Komutatif Terhadap Penjumlahan Vektor

```
>   is_commun_va := func(V,va);
>>  return forall v, w in V | v .va w = w .va v;
>>  end;
>   is_commun_va(V,va);
true;
```

Sifat Assosiatif

```
>   is_assoc_va := func(V,va);
>>  return forall u, v, w in V | (u .va v) .va w = u .va (v .va w);
>>  end;
>   is_assoc_va(V, va);
true;
```

Eksistensi Vektor Nol

```
>   has_zerovec := func(V,va);
>>  VZERO := choose z in V | forall v in V |  ( v .va z) = v;
>>  return VZERO;
>>  end;
>   has_zerovec(V,va);
[0, 0];
```

Memiliki Vektor Invers

```
>   has_vinverses := func(V,va);
>> return
>> forall x in V | exists v in V  | x .va v = [0,0];
>> end;
>   has_vinverses(V,va);
true;
```

Sifat Tertutup Terhadap Perkalian Skalar

```
>   is_closed_sm := func(Z5, V, sm);
>> return forall k in Z5, v in V| ( k .sm v) in V;
>> end;
>   is_closed_sm(Z5, V, sm);
true;
```

Sifat Assosiatif Terhadap Perkalian Skalar

```
>   is_assoc_sm := func(Z5, V, sm, ms);
>> return forall s in Z5, t in Z5, v in V | s .sm ( t .sm v) = (s .ms t) .sm v;
>> end;
>   is_assoc_sm(Z5, V, sm, ms);
true;
```

Sifat Distributif 1

```
>   has_distributive1 := func(Z5, V, sm, va);
>> return forall s in Z5, v, w in V | (s .sm (v .va w)) = ( s .sm v) .va (s . sm w);
>> end;
>   has_distributive1(Z5, V, sm, va);
true;
```

Sifat Distributif 2

```
>   has_distributive2 := func(Z5, V, va, sm, ads);
```

```
>> return forall s,t in Z5, v in V | (s .ads t) .sm v = (s .sm v) .va (t .sm v);
>> end;
>  has_distributive2(Z5, V, va, sm, ads);
true;
```

Eksistensi Elemen Identitas

```
>  has_identitysclar := func(Z5, V, sm);
>> Identityscalar := choose e in Z5 | forall v in V | ( e .sm v) = v;
>> return Identityscalar;
>> end;
>  has_identitysclar(Z5, V, sm);
1;
```

Instruksi diatas memperlihatkan bahwa Z5 dengan operasi yang diberikan membentuk ruang vektor.

3. Berikut adalah serangkaian instruksi ISETL untuk menjelaskan definisi grup pada himpunan Z12 dengan operasi penjumlahan modulo 12.

```
>   Z12 := {0..11};    Himpunan bilangan bulat modulo 12
>   G := Z12;
>   a12 := | x, y -> ( x+y) mod 12 |;  Operasi penjumlahan modulo 12
```

Memeriksa Sifat Ketertutupan

```
>   is_closed := func( G, a12);
>>  return forall x, y in G | x .a12 y in G;
>>  end;
>   is_closed(G, a12);
true;
```

Memeriksa Sifat Assosiatif

```
>   is_assoc := func (G, a12);
>>  return forall a, b, c in G | a .a12 ( b . a12 c) = ( a .a12 b)  .a12 c;
```

```
>>   end func;
>    is_assoc ( G, a12);
true;
```

Memeriksa Eksistensi Elemen Identitas

```
>    has_identity := func( G, a12 );
>>   return
>>   exists e in G | ( forall a in G | e .a12 a = a);
>>   end func;
>    has_identity(G, a12);
true;
```

Menentukan Elemen Identitas

```
>    identity := func(G, a12);
>>   return choose e in G | ( forall x in G | e .a12 x = x and x . a12 e =
x);
>>   end func;
>    identity(G, a12);
0;
```

Memeriksa Eksistensi Elemen Invers

```
>    has_inverses := func(G, a12);
>>   local e; e := identity(G, a12);
>>   return
>>   is_defined(e) and (forall a in G| (exists a' in G| a' .a12 a = e));
>>   end func;
>    has_inverses(G, a12);
true;
```

Menentukan Elemen Invers

```
>    inverses := func(G,a12,x);
>>   local e;
>>   e := identity (G, a12);
>>   return choose x' in G| x' .a12 x = e;
>>   end func;
>    inverses(G,a12,7);
5;
```

Dengan instruksi ISETL diatas dapat disimpulkan bahwa Z12 dengan operasi penjumlahan modulo 12 merupakan suatu grup.

Daftar Pustaka

1. Asiala, Mark. et al . (2000). ***A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education.***. Research in Collegiate Mathematics Education II, CBMS Issues in Mathematics Education, 6, 1– 32,

2. Brown, Anne. et al (1997). ***Learning Binary Operations, Groups, and Subgroups.*** Journal of Mathematical Behavior, 16 (3), 187 – 239.

3. Dubinsky, Ed. (1995). ***ISETL : A Progrmming Language for Leraning Mathematics***. Communications on Pure and Applied Mathematics .Vol. XLVIII, 1027 – 1051.

4. Dubinsky, Ed. & Mc.Donald, M.A. (1991). ***APOS : A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research.*** Reseach in Collegiate Mathematics Education II, CBMS Issues in Mathematics Education,

5. Dubinsky, Ed. & Leron, Uri. (1994). ***Learning Abstract Algebra with ISETL.*** New York. Springer – Verlag.

6. Leron, Uri. et al (1994). ***On Learning Fundamental Concept of Group Theory,*** Educational Study in Mathematics, 27, 267 – 305.

Lampiran 1

Definisi :

Himpunan V dari objek – objek yang disebut vektor, dilengkapi dengan operasi biner “penjumlahan vektor” dan “ perkalian skalar” dikatakan sebagai Ruang Vektor atas lapangan skalar **K,** jika untuk setiap **u, v** dan **w** di V dan semua ***k,*** *j* di **K** berlaku aksioma berikut :

1. **u+v** berada dalam V. (tertutup terhadap penjumlahan vektor)
2. **u+v = v+u** (komutatif terhadap penjumlahan vektor)
3. **u + (v + w) = (u + v) + w (**assosiatif)
4. Ada suatu vektor **0** dalam V, sedemikian sehingga **v + 0 = v** untuk semua **v** dalam V (vektor nol)
5. Untuk setiap **u** dalam V, terdapat tunggal (–**u)** dalam V, sedemikian sehingga **u + (-u) = 0** (invers vektor).
6. *k***u** ada dalam V (tertutup terhadap perkalian skalar).
7. *k* **(u + v) = *k*u + *k*v** (distributif-1)
8. (*k + l*) **u** = *k***u** + *l***u** (distributif-2)
9. *k* (***l*u**) = (*kl*) **u** (assosiatif perkalian skalar)
10. Terdapat elemen *1* di **K** , sedemikia sehingga untuk setiap **u** di V, *1* **u = u** (skalar identitas)