INSTRUMEN PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian matematika murni atau bisa dikatakan sebagai penelitian terhadap literatur yang selanjutnya dikembangkan sendiri, sehingga untuk menjawab permasalahan yang dihadapi akan digunakan literatur/teori yang telah ada dan relevan. Untuk keperluan itu, perhatikan hal-hal yang mendasari penelitian ini.

Misalkan Ω himpunan buka di $\Re^2$. Fungsi u di $C^2(\Omega)$ yang memenuhi persamaan Laplace $\lfloor u=0$ disebut fungsi *Harmonik*. Sedangkan, fungsi u di $C^2(\Omega)$ yang memenuhi persamaan Yukawa $\lfloor u=\mu^2 u$ disebut fungsi *Panharmonik*. Kedua fungsi di atas memeiliki korelasi yang cukup baik. Hal ini dapat dijelaskan oleh adanya korespondensi dari kelas fungsi panharmonik di $\Re^2$ terhadap subkelas fungsi harmonik di $\Re^3$. Jika $u(x,y)$ panharmonik pada $\Omega\subseteq\Re^2$ maka fungsi $v(x,y,z)=u(x,y)\cos\mu z$ merupakan fungsi harmonik di $\Omega x\Re\subseteq\Re^3$. Sebaliknya, jika $u(x,y)$ harmonik pada $\Omega\subseteq\Re^2$ maka fungsi $v(x,y,z)=u(x,y)\cosh\mu z$ merupakan fungsi panharmonik di $\Omega x\Re\subseteq\Re^3$, juga $v(x,y,z)=u(x,y)\sinh\mu z$. Ini mengatakan bahwa sifat yang berlaku di salah datu fungsi akan dapat memberikan inspirasi untuk fungsi lainnya.

Dengan adanya korespondensi dari kedua kelas fungsi tersebut, dan mengingat teori fungsi harmonik telah berkembang sejak dahulu, maka untuk memunculkan masalah-masalah dalam pengembangan teori fungsi panharmonik dapat diadopsi dari masalah fungsi harmonik. Sebagai contoh, bila satu A dipenuhi oleh fungsi harmonik, maka selalu muncul pertanyaan,"Apakah sifat A juga berlaku untuk fungsi panharmonik ?".

Selanjutnya, perhatikan pula pengembangan fungsi harmonik bernilai kompleks yang memenuhi syarat-syarat tertentu berikut.
Misalkan u dan v fungsi-fungsi di C^1. Sistem persamaan yang memenuhi $u_x=v_y$ dan $u_y=-v_x$ disebut persamaan *Cauchy Riemann* dan sistim persamaan yang memenuhi $u_x=v_y+\mu u$ dan $u_y=-v_x-\mu v$ disebut persamaan Cauchy Riemann yang diperluas. Sebuah fungsi bernilai kompleks $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ yang memenuhi persamaan Cauchy Riemann disebut fungsi Analitik, sedangkan fungsi tersebut yang memenuhi persamaan Cauchy Riemann yang diperluas disebut fungsi μ-Regular(analitik semu).

Seperti halnya fungsi harmonik dan panharmonik, fungsi analitik dengan fungsi μ regularpun memiliki hubungan yang cukup erat. Perhatikan bahwa,

Jika $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ analitik pada $|z|<a$ maka fungsi

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \psi_n(\mu r)+\sum_{n=0}^{\infty} a_{-n}\overline{z^n}\,\psi_n(\mu r) \text{ dimana } a_{-n-1}=\frac{\mu}{2(n+1)}\overline{a_n}, n=0,1,2,\ldots$$

adalah fungsi μ regular pada $|z| < a$. Dengan adanya hubungan ini, selanjutnya perhatikan bahwa, jika A(D) ruang fungsi analitik pada disk satuan D, dan Aμ*(D)* ruang fungsi μ *regular, maka* relasi

$$\begin{aligned} T : A(D) &\to A_\mu(D) \\ f \quad &\mapsto F_f \end{aligned}$$

merupakan isomorpisma ruang vektor ke dalam ruang Aμ*(D)* atas real. Seperti halnya pada fungsi panharmonik dan harmonik, maka untuk kedua fungsi yang terakhirpun memiliki permasalahan yang sama, yakni bahwa sifat yang berlaku di salah satu fungsi akan memberikan inspirasi untuk fungsi lainnya.

Selanjutnya, dalam hal pengujian kedua fungsi, dapat digunakan operator diferensial $L = \frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}$. Suatu fungsi bernilai kompleks *f* yang memenuhi *Lf=0* disebut fungsi analitik, dan yang memenuhi $Lf = \mu\overline{f}$ disebut fungsi μ regular.

Berdasarkan data di atas, baik ditinjau dari jenis penelitian yang sedang dilakukan maupun dari segi keterkaitan fungsi-fungsi di atas yang cukup erat, maka lat yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah sbb:

1. Pembuktian Langsung

Pembuktian secara langsung ini diartikan sebagai pembuktian yang menggunakan sifat-sifat yang sudah berlaku pada fungsi panharmonik itu sendiri atau sifat yang sudah berlaku pada fungsi μ regular itu sendiri, tanpa memanfaatkan hubungan "korespondensi" baik antara kelas fungsi harmonik dengan kelas fungsi panharmonik maupun antara kelas fungsi analitik dengan kelas fungsi μ regular.

2. Pembuktian Tidak Langsung

Pembuktian tidak langsung diartikan sebagai pembuktian yang memanfaatkan hubungan korespondensi baik antara kelas fungsi harmonik dengan kelas fungsi panharmonik maupun antara kelas fungsi analitik dengan kelas fungsi μ regular.

DEPARTEMEN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDRAL PENDIDIKAN TINGGI

INSTRUMEN PENELITIAN
ANALISIS TERHADAP FUNGSI PANHARMONIK DALAM TEORI POTENSIAL YUKAWA

BIDANG : MATEMATIKA MURNI

OLEH
DRS. ENDANG CAHYA M.A., M.Si

FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA
BANDUNG
2002