INTRODUCTION TO GRAPH THEORY

LECTURE 1

WHAT IS A GRAPH ?

Graph G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V,E), dengan:

V: himpunan vertex / titik / simpul yang tidak kosong.

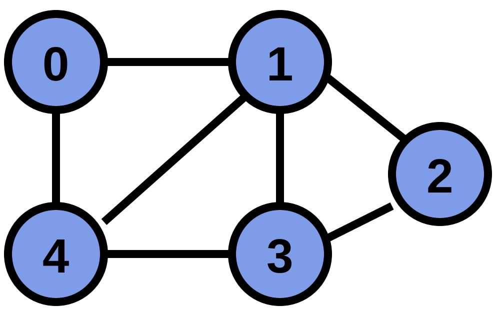
E : himpunan edge / sisi / busur yang menghubungkan sepasang simpul

Ditulis G = (V,E) .

WHAT IS A GRAPH ?

Secara geometris, graph digambarkan sebagai kumpulan simpul yang dihubungkan dengan sisi-sisi.

Contoh:



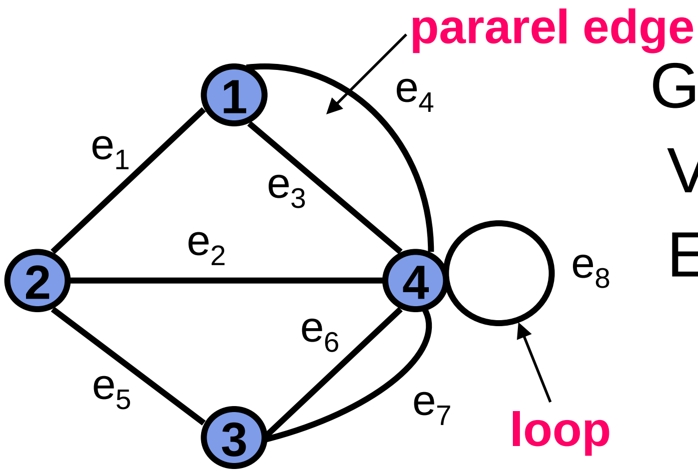
G_1

G_1= (V,E) dengan

V = {0,1,2,3,4}

E = {(0,1),(1,2),(2,3),(1,3),(1,4),
(0,4),(3,4)}

WHAT IS A GRAPH ?



G_2

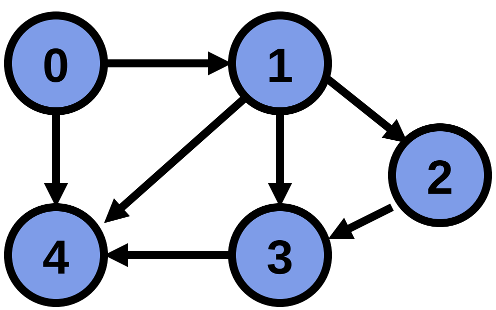
G_2= (V,E) dengan

V = {0,1,2,3,4}

E = $\{e_1,e_2,e_3,e_4,e_5,e_6,e_7,e_8\}$

{(1,2),(2,4),(1,4),(1,4),(2,3),(3,4)

(3,4),(4,4)}



G_3

G_3= (V,E) dengan

V = {0,1,2,3,4}

E = {(0,1),(0,4),(1,4),(1,3),(1,2),(2,3),

(3,4)}

CLASIFICATION OF GRAPHS

a. Berdasar ada tidaknya loop/pararel edge:

- Graph sederhana: graph yang tidak memuat loop/pararel edge.
- Graph tidak sederhana: graph yang memuat loop/pararel edge.

b. Berdasar orientasi arah:

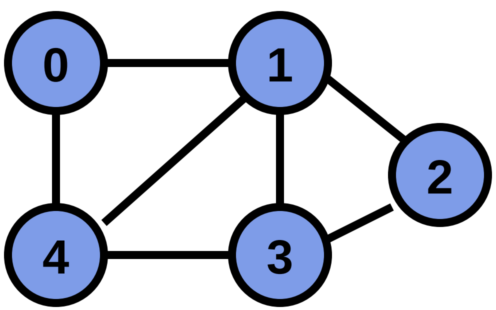
- Graph berarah: graph yang setiap sisinya diberi orientasi arah.
- Graph tidak berarah: graph yang setiap sisinya tidak diberi orientasi arah.

CLASIFICATION OF GRAPHS

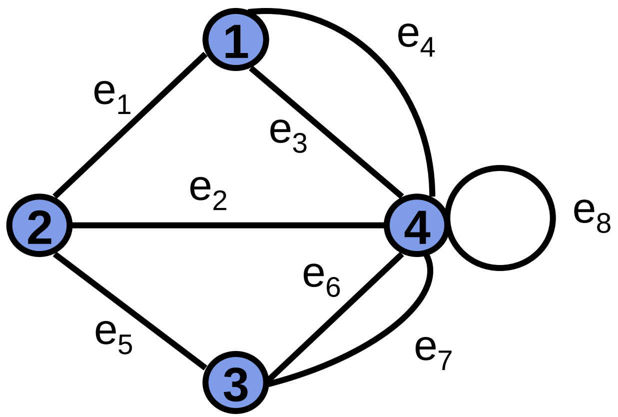
c. Berdasar jumlah simpul:

- Graph berhingga: graph dengan jumlah simpul berhingga.
- Graph tak hingga: graph dengan jumlah simpul tidak berhingga.

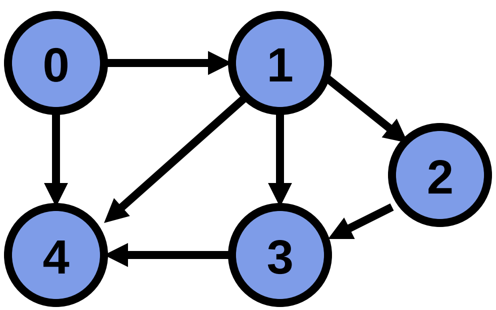
Contoh:



Graph sederhana, Tak berarah.



Graph tidak sederhana, Tak berarah.



Graph berarah

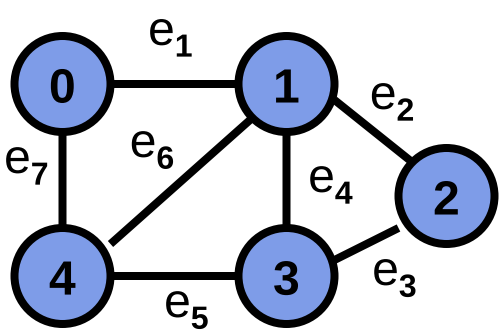
GRAPH'S TERMINOLOGY

- Adjacent (bertetangga)

  v_i adjacent dengan v_j, jika $(v_i,v_j) \in E$.

- Incident (bersisian)

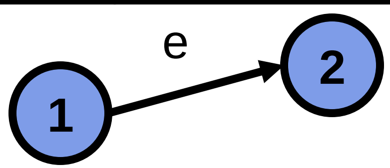
  Misal $e = (v_i,v_j)$, maka dikatakan v_i incident dengan e dan v_j incident dengan e.



0 adjacent dg 1,4
1 adjacent dg 0,2,3,4
0 tidak adjacent dg 3

0 incident dg e_1,e_7
3 incident dg e_3,e_4,e_5

<u>Untuk graph berarah</u>:



1 adjacent dg 2
2 tidak adjacent dg 1
1 incident dg e
2 tidak incident dg e

GRAPH'S TERMINOLOGY

- Degree (derajat)

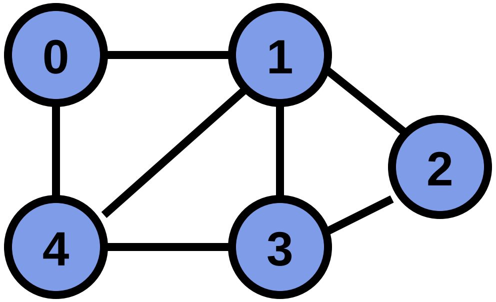
  Derajat suatu simpul v, ditulis d(v) menyatakan banyaknya sisi yang incident dengan v.

  Untuk graph berarah, $d(v) = d_{in}(v) + d_{out}(v)$
  dengan $d_{in}(v)$: banyaknya sisi yg masuk ke v

  $d_{out}(v)$: banyaknya sisi yg keluar dari v
- Derajat loop di hitung 2

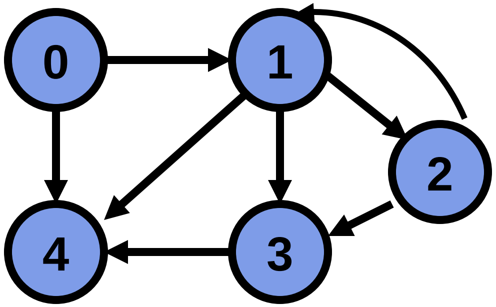
DEGREE

- Contoh 1



d(0)=2; d(1)=4; d(2)=2; d(3)=3;d(4)=3

- Contoh 2



$d_{in}(0)=0;d_{out}(0)=2$
$d_{in}(1)=2;d_{out}(1)=3$
$d_{in}(2)=1;d_{out}(2)=2$
$d_{in}(3)=2;d_{out}(3)=1$
$d_{in}(4)=3;d_{out}(4)=0$

DEGREE

- Pada graph berarah G=(V,E) berlaku:

$$\sum_{v \in V} d_{in}(v) = \sum_{v \in V} d_{out}(v) = |E|$$

- **Lemma Jabat tangan**: Jumlah derajat semua simpul pada suatu graph adalah genap, yaitu dua kali jumlah sisinya:

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|$$

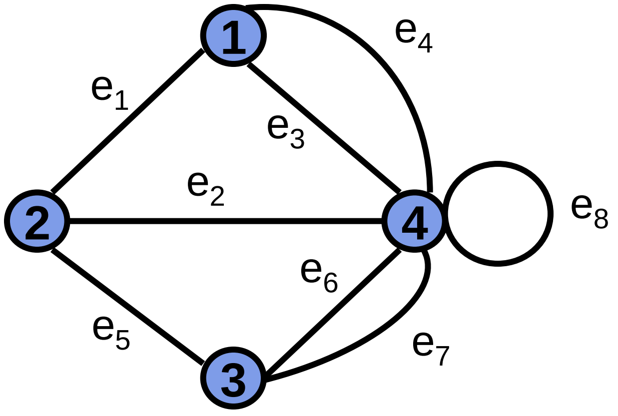
- **Teorema 1**: Untuk sembarang graph G, banyaknya simpul berderajat ganjil selalu genap

WALK (JALAN), TRAIL (JEJAK), PATH (LINTASAN),CYCLE (CIRCUIT)

- Walk dengan panjang n dari u ke v, adalah sebuah barisan $ue_1v_1e_2v_2. . . e_nv$ yang suku-sukunya bergantian antara simpul dan sisi.
- Walk yang semua sisinya berlainan disebut trail.
- Trail yang semua simpulnya berlainan disebut path.

  Biasanya path cukup ditulis sebagai barisan simpul saja.
- Path yang simpul awal dan simpul akhirnya sama disebut cycle (circuit)

WALK (JALAN), TRAIL (JEJAK), PATH (LINTASAN),CYCLE (CIRCUIT)



- Walk dari 1 ke 3

  $1e_34e_73$; $1e_44e_84e_63$
- Trail dari 1 ke 2

  $1e_34e_73e_52$; $1e_12$
- Path dari 1 ke 2

  142 ; 1432
- Circuit

  1241 ; 12341