

# INTRODUCTION TO GRAPH THEORY: *SOME APPLICATIONS*

---

## LECTURE 3



# SOME APPLICATIONS



- Shortest Path (Lintasan Terpendek)
- Minimum Spanning Tree (Pohon Rentang Minimum)

# SHORTEST PATH



- Graph yang digunakan adalah graph bobot. Bobot biasanya merepresentasikan jarak, waktu, atau biaya.
- Tujuan: Meminimumkan bobot.
- Algoritma yang digunakan: Algoritma Dijkstra.

# SHORTEST PATH (SOME VERSIONS)



Beberapa macam persoalan lintasan terpendek:

- Lintasan terpendek antara dua buah simpul.
- Lintasan terpendek antara semua pasang simpul.
- **Lintasan terpendek dari satu simpul ke semua simpul yang lain.**

# ALGORITMA DIJKSTRA



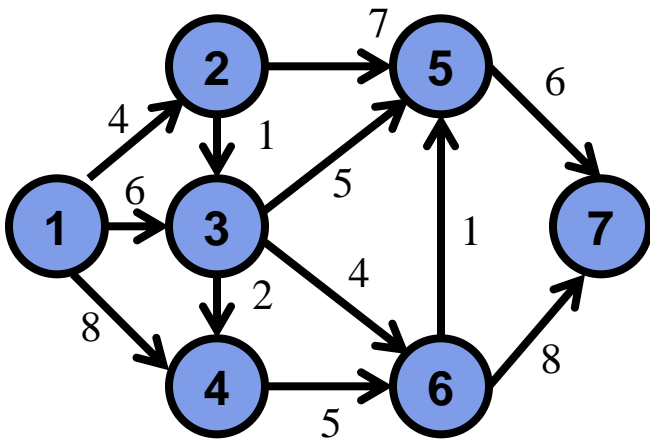
Misal lintasan terpendek dari A ke setiap simpul yang lain.

1. Buat  $L(A) = 0$ ,  $L(v) = d(A,v) \forall v$  dengan  $d(a,v)$  adalah bobot sisi yang menghubungkan simpul A dengan v.
2.  $T = V - \{A\}$
3. While  $x \in T$  do  
begin
  - 3.1 Cari semua simpul yang adjacent dengan A, sebut y
  - 3.2 Hitung  $L(y) = \min\{L(y), L(A) + d(A,y)\}$
  - 3.3 Cari simpul dalam T dengan label terendah, sebut p
  - 3.4  $T = T - \{p\}$
  - 3.5 Anggap p sebagai Aend

# SHORTEST PATH (an Example)



Jarak terpendek dari 1 ke setiap simpul yang lain:



## • Iterasi 1:

$$\begin{aligned} L(1) &= 0 & L(2) &= 4 \\ T &= \{2,3,4,5,6,7\} & L(3) &= 6 \\ & & L(4) &= 8 \\ & & L(5) &= \infty \\ & & L(6) &= \infty \\ & & L(7) &= \infty \end{aligned}$$

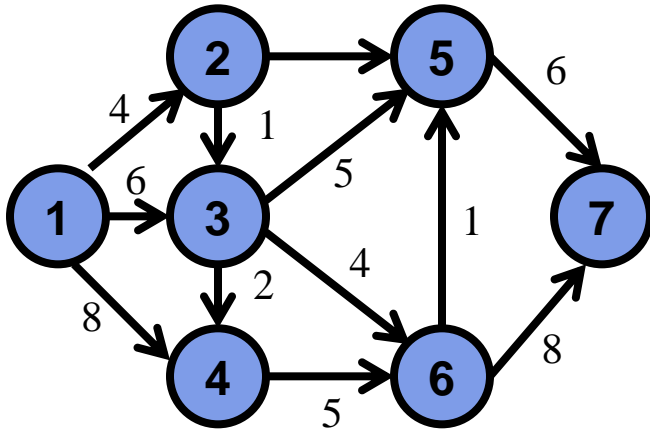
## • Iterasi 2: Pilih simpul 2

$$\begin{aligned} L(1) &= 0 & L(3) &= \min\{6, L(2)+d(2,3)\} = 5 \\ L(2) &= 4 & L(4) &= \min\{8, L(2)+d(2,4)\} = 8 \\ T &= \{3,4,5,6,7\} & L(5) &= \min\{\infty, L(2)+d(2,5)\} = 11 \\ & & L(6) &= \infty \\ & & L(7) &= \infty \end{aligned}$$

## • Iterasi 3: Pilih simpul 3

$$\begin{aligned} L(1) &= 0 & L(4) &= \min\{8, L(3)+d(3,4)\} = 7 \\ L(2) &= 4 & L(5) &= \min\{11, L(3)+d(3,5)\} = 10 \\ L(3) &= 5 & L(6) &= \min\{\infty, L(3)+d(3,6)\} = 9 \\ T &= \{4,5,6,7\} & L(7) &= \infty \end{aligned}$$

# SHORTEST PATH (an Example)



## • Iterasi 4: Pilih simpul 4

$$L(1) = 0$$

$$L(2) = 4$$

$$L(3) = 5$$

$$L(4) = 7$$

$$T = \{5,6,7\}$$

$$L(5) = \min\{10, L(4)+d(4,5)\} = 10$$

$$L(6) = \min\{9, L(4)+d(4,6)\} = 9$$

$$L(7) = \infty$$

## • Iterasi 5: Pilih simpul 6

$$L(1) = 0$$

$$L(2) = 4$$

$$L(3) = 5$$

$$L(4) = 7$$

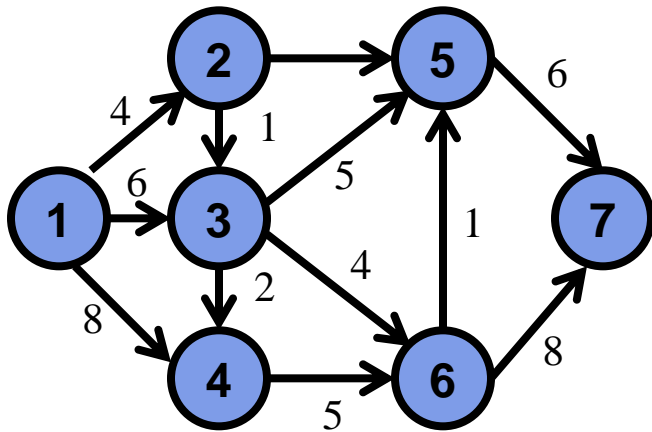
$$L(6) = 9$$

$$T = \{5,7\}$$

$$L(5) = \min\{10, L(6)+d(6,5)\} = 10$$

$$L(7) = \min\{\infty, L(6)+d(6,7)\} = 17$$

# SHORTEST PATH (an Example)



- **Iterasi 6: Pilih simpul 5**

$$L(1) = 0$$

$$L(7) = \min\{17, L(5) + d(5,7)\} = 16$$

$$L(2) = 4$$

$$L(3) = 5$$

$$L(4) = 7$$

$$L(6) = 9$$

$$L(5) = 10$$

$$T = \{7\}$$

- **Iterasi 7: Pilih simpul 7**

$$L(1) = 0$$

$$T = \{ \}$$

$$L(2) = 4$$

$$L(3) = 5$$

$$L(4) = 7$$

$$L(6) = 9$$

$$L(5) = 10$$

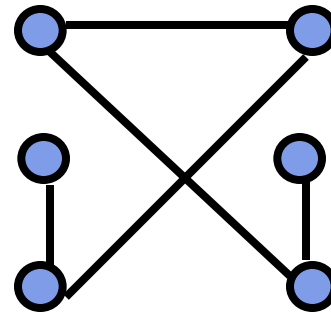
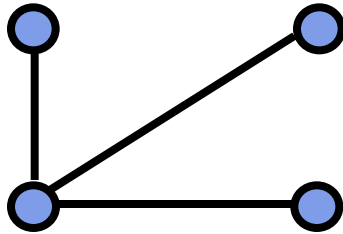
$$L(7) = 16$$





# MINIMUM SPANNING TREE

- **Tree** (pohon) adalah graph tak berarah terhubung yang tidak memuat sirkuit.



- **Spanning Tree** (Pohon Rentang) adalah pohon yang memuat semua simpul dari suatu graph.

# MINIMUM SPANNING TREE



- Jika  $G$  adalah graph berbobot, maka bobot pohon rentang  $T$  dari  $G$  adalah jumlah semua bobot dari sisi di  $T$ .
- Pohon rentang yang berbobot paling minimum diantara pohon rentang yang lain disebut ***minimum spanning tree*** (pohon rentang minimum).
- Algoritma untuk mencari MST:
  - Algoritma Prim
  - Algoritma Kruskal



# PRIM ALGORITM

Misal  $G$  adalah graph dengan  $n$  simpul.  $T$  pohon dalam  $G$ .

- $T = \{ \}$
- Ambil sisi dalam  $G$  yang berbobot paling minimum, masukkan ke  $T$ .
- Pilih sisi  $(u,v)$  yang berbobot minimum dan incident dengan simpul di  $T$  tetapi tidak membentuk sirkuit . Tambahkan  $(u,v)$  ke  $T$ .
- Ulangi langkah 2 sebanyak  $n-2$  kali.

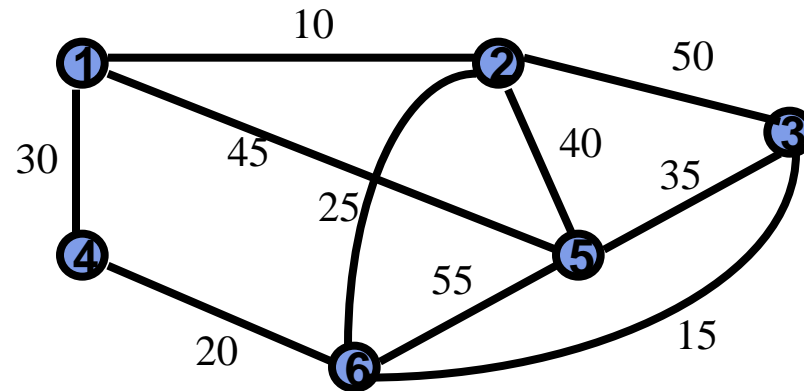


# KRUSKAL ALGORITM

Misal  $G$  adalah graph dengan  $n$  simpul.  $T$  pohon dalam  $G$ .

- Urutkan sisi dalam graph berdasarkan bobotnya (dari bobot terkecil ke bobot yang terbesar).
- $T = \{ \}$
- Pilih sisi  $(u,v)$  dengan bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit di  $T$ . Tambahkan  $(u,v)$  ke dalam  $T$ .
- Ulangi Langkah 3 sebanyak  $(n - 2)$  kali

# MINIMUM SPANNING TREE (an EXAMPLE)



MST graph diatas adalah sbb:

