

PRAKTIKUM 4
SOLUSI MATEMATIKA DENGAN MAPLE
(BAGIAN 3)

- 1. MINGGU KE : 5**
2. PERALATAN : LCD, E-LEARNING
3. SOFTWARE : MAPLE
4. TUJUAN

- Dengan menggunakan Maple, mahasiswa dapat
- Mencari solusi dari persamaan diferensial.
 - Menyatakan fungsi dalam bentuk deret.
 - Menyelesaikan masalah dalam aljabar linier dengan paket **LinierAlgebra**.
 - Menyelesaikan masalah dalam statistik dengan paket **stats**.
 - Menggunakan paket **simplex** untuk menyelesaikan masalah optimasi.

5. TEORI PENGANTAR DAN LANGKAH KERJA

A. PERSAMAAN DIFERENSIAL

Persamaan diferensial adalah persamaan yang di dalamnya memuat diferensial. Persamaan diferensial biasa (*ordinary differential equation/ODE*) adalah persamaan diferensial dengan satu variabel, misalnya $y'' + 5y' + 6y = 0$. Yang menjadi masalah dalam persamaan diferensial adalah menentukan solusi dari persamaan diferensial. Solusi persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang memenuhi persamaan diferensial tersebut. Solusi dari persamaan diferensial di atas adalah $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-2x}$ dengan C_1 dan C_2 sebarang bilangan konstanta, karena bila disubstitusikan persamaan ini memenuhi persamaan diferensial di atas. Solusi ini disebut solusi umum. Dengan Maple solusi ini dapat diperoleh dengan perintah **dsolve**.

```
>ode1:={diff(y(x),x,x) + 5*diff(y(x),x)+6*y(x)=0};
>soln:=dsolve(ode1);
```

Bila nilai awal dari suatu persamaan diferensial diketahui, maka persamaan diferensial tadi disebut masalah nilai awal. Solusi yang diperoleh dari masalah nilai awal disebut solusi khusus, karena tidak lagi mengandung bilangan konstanta C. Untuk memperoleh solusi umum dari masalah nilai awal dari persamaan diferensial di atas bila $y(0) = 0$ dan $D(y)(0) = 1$ tuliskan

```
> ic:={y(0)=0,D(y)(0)=1};
>soln:=dsolve(ode1 union ic,{y(x)});
```

Untuk mendefinisikan solusi ini menjadi y_1 sebagai fungsi dari x , tuliskan

```
>eval(y(x),soln);
>y1:=unapply(%,x);
```

B. DERET

Dalam kalkulus, suatu fungsi dapat dinyatakan dalam bentuk deret. Dengan menggunakan rumus Mac Laurin uraian fungsi dalam bentuk deret adalah:

$$f(x) = f(0) + f'(x).x + \frac{f''(x)}{2!}.x^2 + \frac{f'''(x)}{3!}.x^3 + \dots + O(R_n)$$

Misalnya uraian dari $\sin x$ dalam bentuk deret dengan sisa pangkat 10 adalah

$$x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{1}{5040}x^7 + \frac{1}{362880}x^9 + O(x^{10}).$$

Dengan Maple hal ini dapat diperoleh dengan perintah **series**

```
>series(sin(x),x=0,10);
```

C. ALJABAR LINIER

Dalam aljabar linier, himpunan vektor bebas linier yang membangun ruang vektor disebut basis. Himpunan vektor $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ bebas linier jika dan hanya jika

$$\text{apabila } c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_nv_n = 0 \text{ maka } c_1 = c_2 = \dots = c_n = 0.$$

Untuk menentukan basis dari ruang vektor yang dibangun oleh vektor $[1, -1, 0, 1]$, $[5, -2, 3, 1]$, dan $[6, -3, 3, 0]$, tuliskan

```
>with(LinearAlgebra):  
>v1:=<1|-1|0|1>:  
>v2:=<5|-2|3|-1>:  
>v3:=<6|-3|3|0>:  
>ruangvektor:=<v1,v2,v3>;
```

Jika ketiga vektor ini bebas linier, akan membangun suatu basis. Untuk menguji kebebasan linier, nyatakan dalam persamaan $c_1v_1 + c_2v_2 + c_3v_3 = 0$. Diperoleh empat persamaan

$$\begin{aligned}c_1 + 5c_2 + 6c_3 &= 0 \\ -c_1 - 2c_2 - 3c_3 &= 0 \\ 3c_2 + 3c_3 &= 0 \\ c_1 - c_2 &= 0\end{aligned}$$

```
>LinearSolve(Transpose(ruangvektor),<0,0,0,0>);
```

Vektornya bergantung linier karena masing-masing produk linier dari satu variabel. Jadi tidak dapat membuat basis. Perintah RowSpace memberikan basis untuk ruang vektor itu.

```
>b:=RowSpace(ruangvektor);  
>b1:=b[1]; b2:=b[2];  
>basis:=<b1,b2>;
```

Untuk menyatakan $[1,2,3,-5]$ dalam koordinat terhadap basis ini

```
>LinearSolve(Transpose(basis),<1|2|3|-5>);
```

D. STATISTIK

Paket **stats** mempunyai banyak perintah untuk analisa dan manipulasi data, dan berbagai jenis plot statistik. Paket stats memuat subpaket. Dalam setiap subpaket, perintah-perintah dikelompokkan oleh kegunaannya.

```
>with(stats);
```

Paket stats bekerja pada data dalam list statistis.

```
>marks:=  
>[64,93,75,81,45,68,72,82,76,73];
```

Subpaket describe memuat perintah untuk analisa data

Untuk mengetahui nilai rata-rata

```
>describe[mean](marks);
```

Untuk mengetahui range data

```
> describe[range](marks);
```

Untuk nilai simpangan baku

```
>describe[standarddeviation](marks);
```

Paket stats memuat banyak distribusi statistik. Untuk membangkitkan 50 data acak dari distribusi normal

```
>random_data:=[random[normala](50)];
```

E. OPTIMALISASI LINIER

Paket simplex memuat perintah untuk optimalisasi linier dengan menggunakan algoritma simpleks. Optimalisasi linier adalah menemukan solusi optimal untuk persamaan-persamaan di bawah konstrain/batasan.

Misalkan untuk mencari solusi optimal dari model matematika

$$\text{Maksimum: } w = -x + y + 2z$$

$$\text{Konstrain: } 3x + 4y - 3z \leq 23$$

$$5x - 4y - 3z \leq 10$$

$$7x + 4y + 11z \leq 30$$

```
>with(simplex);  
>w:=-x+y+2*x;  
>c1:=3*x+4*y-3*z<=23;  
>c2:=5*x-4*y-3*z<=10;  
>c3:=7*x+4*y+11*z<=30;  
>maximize(w,{c1,c2,c3}, NONNEGATIVE);
```

6. TUGAS:

Dengan menggunakan Maple

1. Selesaikan masalah nilai awal $y'' - 3y' + 2 = e^x$, dengan $y(0) = 1$ dan $y'(0) = -1$. Dan namakan solusinya y_1 .
2. Uraikan $\cos^2 x$ dalam deret Taylor sampai dengan suku ke-10. Hitung errornya untuk $x = \pi/4$, yaitu selisih dari nilai sesungguhnya dengan nilai pendekatan deret Taylornya.
3. Diberikan vektor-vektor $[1,2,3,3]$, $[0,-2,-1,3]$, dan $[4,5,3,-7]$. Periksa apakah ketiga vektor ini bebas linier. Bila ya, tentukan basisnya dan nyatakan $[10,2,-5,6]$ dalam basis tersebut.
4. Bangkitkan 100 data acak yang berdistribusi normal. Tentukan rata-ratanya variasi dan standar deviasi. Gambarkan histogram dan box-plotnya.
5. Maksimumkan: $f=150 x_1 + 100 x_2$

$$\text{Konstrain: } x_1 + x_2 \leq 600$$

$$2x_1 + x_2 \leq 1.000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$