

**UJIAN PERBAIKAN  
KALKULUS VEKTOR**

(Khusus yang nilai B+)

1. Misalkan  $f: X \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  dan  $\mathbf{F}: Y \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  adalah fungsi skalar dan medan vektor yang masing-masing terdiferensial pada domainnya. Buktikan

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{e}_z \quad \text{dan}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{F} = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial f}{\partial r} (rF_r) + \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial z} (rF_r) \right]$$

dimana,  $\mathbf{e}_r = \cos \theta \mathbf{i} + \sin \theta \mathbf{j}$ ;  $\mathbf{e}_\theta = -\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j}$ ;  $\mathbf{e}_z = \mathbf{k}$

2. Misalkan  $\mathbf{F} = \frac{-y\mathbf{i}+x\mathbf{j}}{x^2+y^2}$  dan  $C$  adalah kurva tutup sederhana yang berada diluar lingkaran  $C_a = \{(x,y) | a^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$ . Misalkan  $C$  berorientasi berlawanan arah jarum jam, buktikan bahwa

$$\oint_C \frac{xdy-ydx}{x^2+y^2} = 2\pi$$

**UJIAN PERBAIKAN  
KALKULUS VEKTOR**

(Khusus yang nilai B+)

1. Misalkan  $f: X \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  dan  $\mathbf{F}: Y \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  adalah fungsi skalar dan medan vektor yang masing-masing terdiferensial pada domainnya. Buktikan

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{e}_z \quad \text{dan}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{F} = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial f}{\partial r} (rF_r) + \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial z} (rF_r) \right]$$

dimana,  $\mathbf{e}_r = \cos \theta \mathbf{i} + \sin \theta \mathbf{j}$ ;  $\mathbf{e}_\theta = -\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j}$ ;  $\mathbf{e}_z = \mathbf{k}$

2. Misalkan  $\mathbf{F} = \frac{-y\mathbf{i}+x\mathbf{j}}{x^2+y^2}$  dan  $C$  adalah kurva tutup sederhana yang berada diluar lingkaran  $C_a = \{(x,y) | a^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$ . Misalkan  $C$  berorientasi berlawanan arah jarum jam, buktikan bahwa

$$\oint_C \frac{xdy-ydx}{x^2+y^2} = 2\pi$$