

UJIAN AKHIR SEMESTER

MATA KULIAH : Kalkulus Vektor
Program : S1 – Pendidikan Matematika
Waktu : 120 menit

Kerjakan semua soal di bawah ini dengan jelas, logis, dan benar !

1. Diketahui $F(x,y) = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + 2xy\mathbf{j}$ dan \mathbf{n} adalah vektor normal. Hitung $\oint_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, ds$ dengan C adalah persegi satuan dengan titik-titik sudut $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1,1)$, dan $(0, 1)$
2. Gunakan teorema divergensi Gauss untuk menghitung $\iint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, ds$ apabila diketahui $F(x, y, z) = x^2yz\mathbf{i} + xy^2z\mathbf{j} + xyz^2\mathbf{k}$ dan S adalah kotak $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, dan $0 \leq z \leq c$.
3. Misalkan medan vektor $F = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ dan S adalah benda pejal terhadap mana teorema divergensi Gauss berlaku, tunjukkan bahwa volume S adalah
$$V(S) = \frac{1}{3} \iint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS$$
4. Gunakan Teorema Stoke untuk menghitung $\iint_S (\text{curl } \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} \, dS$ apabila diketahui medan vektor $F = (z - y)\mathbf{i} + (z + x)\mathbf{j} - (x + y)\mathbf{k}$ dan S adalah bagian dari paraboloid $z = 1 - x^2 - y^2$ di atas bidang xy dan \mathbf{n} adalah vektor normal ke arah atas.
5. Misalkan F adalah medan vektor konservatif yang bekerja pada S dan batasnya ∂S . Tunjukkan bahwa

$$\oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS = 0$$