

Interpolasi Spline

Spline Linear

- Misalkan diketahui $n+1$ buah pasang titik data.
- Sambungkan diantara dua buah titik dengan garis.
- Persamaan spline linearnya adalah:

$$f(x) = \begin{cases} f(x_0) + m_0(x - x_0) & x_0 \leq x \leq x_1 \\ f(x_1) + m_1(x - x_1) & x_1 \leq x \leq x_2 \\ \vdots & \\ f(x_{n-1}) + m_{n-1}(x - x_{n-1}) & x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases}$$

Spline Kuadratik

- Spline kuadratik diperoleh dengan menurunkan sebuah polinom orde kedua untuk setiap interval diantara titik-titik data
- Misalkan diketahui $n+1$ pasang titik data.
- Harus dikonstruksi persamaan pada tiap intervalnya

$$f_i(x) = a_i x^2 + b_i x + c_i$$

- Oleh karena haruslah dicari $3n$ konstanta (a, b, c), maka diperlukan $3n$ persamaan.
 - Harga-harga tersebut dapat diperoleh dengan langkah berikut:
1. Harga-harga fungsi harus sama pada simpul-simpul terdalam. Kondisi ini dapat dinyatakan sebagai:

$$a_{i-1}x_{i-1}^2 + b_{i-1}x_{i-1} + c_{i-1} = f(x_{i-1})$$

$$a_i x_{i-1}^2 + b_i x_{i-1} + c_i = f(x_{i-1})$$

untuk $i=2$ hingga n . Karena yang dipakai hanya simpul-simpul terdalam, persamaan di atas masing-masing memberi $n - 1$ atau secara keseluruhan akan ada $2n - 2$ kondisi.

2. Fungsi pertama dan terakhir harus melalui titik-titik ujung. Ini akan menambahkan dua persamaan tambahan, yakni :

$$a_1 x_0^2 + b_1 x_0 + c_1 = f(x_0)$$

$$a_n x_n^2 + b_n x_n + c_n = f(x_n)$$

untuk keseluruhannya $2n - 2 + 2 = 2n$.

3. Turunan pertama pada simpul terdalam harus sama. Secara umum turunan pertama dari persamaan kuadrat adalah $f'(x) = 2x + b$. Karena itu, kondisi dapat dinyatakan secara umum sebagai:

$$2a_{i-1}x_i + b_{i-1} = 2a_i x_i + b_i$$

untuk $i = 2$ hingga n . Ini memberikan $n - 1$ kondisi lainnya, sehingga secara total telah ada $2n + n - 1 = 3n - 1$.

4. Satu kondisi lagi diasumsikan bahwa turunan kedua adalah nol pada titik pertama. Karena turunan kedua dari persamaan kuadrat adalah $2a$, maka

$$a_1 = 0$$