

# JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

Jl. DR. Setiabudi No. 229 Telp (fax): (022) 2004508

---

## UJIAN TENGAH SEMESTER

**Mata Kuliah : Teori Bilangan**

Hari/Tanggal: Jumat, 25 April 2008

**Kerjakan semua soal di bawah ini !**

1. Perhatikan bukti dari pernyataan:

“ $7^n - 2^n$  habis dibagi 5 untuk setiap bilangan asli  $n$ ”

Misalkan  $P(n) = 7^n - 2^n$  habis dibagi 5.

Untuk  $n = 1$ ,  $P(1) = 7 - 2 = 5$  habis dibagi 5. Sehingga  $P(1)$  benar.

Misalkan  $P(k)$  benar untuk  $n = k$ , maka

$7^k - 2^k$  habis dibagi 5

Sekarang perhatikan :  $P(k + 1) = 7^{k+1} - 2^{k+1}$

$$= 7^k \cdot 7 - 7 \cdot 2^k + 7 \cdot 2^k - 2 \cdot 2^k$$

$$= 7(7^k - 2^k) + 5 \cdot 2^k$$

$$= 7 \cdot 5t + 5 \cdot 2^k \quad (\text{asumsi } P(k) \text{ benar})$$

$$= 5(7t + 2^k)$$

Ini berarti bahwa  $P(k+1)$  habis dibagi 5. Dengan demikian,  $P(n)$  benar untuk semua bilangan asli  $n$ .

Gunakan argumentasi seperti pada pembuktian di atas untuk membuktikan bahwa

“ $5^n - 4n - 1$  habis dibagi 16 untuk setiap bilangan asli  $n$ ”

2. Misalkan  $a$  dan  $b$  bilangan bulat. Berdasarkan algoritma pembagian, terdapat bilangan bulat  $q$  dan  $r$  sehingga  $a = bq + r$ . Tunjukkan bahwa

$$\text{ppb}(a, b) = \text{ppb}(b, r).$$

3. Gunakan Algoritma Euclid untuk memperoleh bilangan bulat  $x$  dan  $y$  sehingga:

$$\text{ppb}(3741, 2378) = 3741x + 2378y$$

4. Misalkan  $a, b, c$  dan  $d$  adalah bilangan bulat dengan  $\text{ppb}(a, b) = 1$ ,  $d \mid ac$ , dan  $d \mid bc$ . Tunjukkan bahwa  $d \mid c$ .

5. Misalkan  $\text{ppb}(a, b) = 1$  dengan  $a$  dan  $b$  bilangan bulat. Tunjukkan bahwa

$$\text{ppb}(2a + 3b, 3a + 2b) = 1 \text{ atau } 5$$

# JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

Jl. DR. Setiabudi No. 229 Telp (fax): (022) 2004508

---

## UJIAN TENGAH SEMESTER

**Mata Kuliah : Teori Bilangan**

**Kelas : Mat C**

**Hari/Tanggal : Selasa, 14 April 2009**

**Kerjakan semua soal di bawah ini !**

1. Gunakan induksi matematika untuk membuktikan

$$21 \mid 4^{n+1} + 5^{2n-1}$$

2. Buktikan bahwa  $\frac{a(5a^2 + 7)}{6}$  adalah bilangan bulat

3. Gunakan Algoritma Euclid untuk menentukan bilangan bulat  $x$  dan  $y$  sehingga:

$$\text{ppb}(12378, 10689) = 12378x + 10689y$$

4. Periksa kebenaran pernyataan di bawah ini untuk  $a, b, c,$  dan  $d$  bilangan bulat:

a. Jika  $a \mid b$  dan  $c \mid d$  maka  $(a + c) \mid (b + d)$

b. Jika  $a \mid b$  dan  $c \mid d$  maka  $ac \mid bd$

5. Misalkan  $a$  dan  $b$  bilangan bulat yang relatif prima. Tentukan nilai dari

$$\text{ppb}(3a + 2b, 4a - 2b)$$

# JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

Jl. DR. Setiabudi No. 229 Telp (fax): (022) 2004508

---

## UJIAN TENGAH SEMESTER

**Mata Kuliah : Teori Bilangan**

**Kelas : Mat A/B**

**Hari/Tanggal : Selasa, 14 April 2009**

**Kerjakan semua soal di bawah ini !**

1. Gunakan induksi matematika untuk membuktikan

$$13 \mid 3^{n+1} + 4^{2n-1}$$

2. Buktikan bahwa  $\frac{a(7a^2 + 5)}{6}$  adalah bilangan bulat

3. Gunakan Algoritma Euclid untuk menentukan bilangan bulat  $x$  dan  $y$  sehingga:

$$\text{ppb}(25174, 42722) = 25174x + 42722y$$

4. Periksa kebenaran pernyataan di bawah ini untuk  $a, b, c$ , dan  $d$  bilangan bulat:

a. Jika  $a \mid (b + c)$  maka  $a \mid b$  dan  $a \mid c$

b. Jika  $(b + c) \mid a$  dan  $b \mid c$  maka  $b \mid a$

5. Misalkan  $a$  dan  $b$  bilangan bulat yang relatif prima. Tentukan nilai dari

$$\text{ppb}(2a + 3b, 4a - 3b)$$