

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

Jl. DR. Setiabudi No. 229 Telp (fax): (022) 2004508

UJIAN TENGAH SEMESTER

Mata Kuliah : Teori Bilangan

Hari/Tanggal: Jumat, 25 April 2008

Kerjakan semua soal di bawah ini !

1. Perhatikan bukti dari pernyataan:

“ $7^n - 2^n$ habis dibagi 5 untuk setiap bilangan asli n ”

Misalkan $P(n) = 7^n - 2^n$ habis dibagi 5.

Untuk $n = 1$, $P(1) = 7 - 2 = 5$ habis dibagi 5. Sehingga $P(1)$ benar.

Misalkan $P(k)$ benar untuk $n = k$, maka

$7^k - 2^k$ habis dibagi 5

Sekarang perhatikan : $P(k + 1) = 7^{k+1} - 2^{k+1}$

$$= 7^k \cdot 7 - 7 \cdot 2^k + 7 \cdot 2^k - 2 \cdot 2^k$$

$$= 7(7^k - 2^k) + 5 \cdot 2^k$$

$$= 7 \cdot 5t + 5 \cdot 2^k \quad (\text{asumsi } P(k) \text{ benar})$$

$$= 5(7t + 2^k)$$

Ini berarti bahwa $P(k+1)$ habis dibagi 5. Dengan demikian, $P(n)$ benar untuk semua bilangan asli n .

Gunakan argumentasi seperti pada pembuktian di atas untuk membuktikan bahwa

“ $5^n - 4n - 1$ habis dibagi 16 untuk setiap bilangan asli n ”

2. Misalkan a dan b bilangan bulat. Berdasarkan algoritma pembagian, terdapat bilangan bulat q dan r sehingga $a = bq + r$. Tunjukkan bahwa

$$\text{ppb}(a, b) = \text{ppb}(b, r).$$

3. Gunakan Algoritma Euclid untuk memperoleh bilangan bulat x dan y sehingga:

$$\text{ppb}(3741, 2378) = 3741x + 2378y$$

4. Misalkan a, b, c dan d adalah bilangan bulat dengan $\text{ppb}(a, b) = 1$, $d \mid ac$, dan $d \mid bc$. Tunjukkan bahwa $d \mid c$.

5. Misalkan $\text{ppb}(a, b) = 1$ dengan a dan b bilangan bulat. Tunjukkan bahwa

$$\text{ppb}(2a + 3b, 3a + 2b) = 1 \text{ atau } 5$$

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

Jl. DR. Setiabudi No. 229 Telp (fax): (022) 2004508

UJIAN TENGAH SEMESTER

Mata Kuliah : Teori Bilangan

Kelas : Mat C

Hari/Tanggal : Selasa, 14 April 2009

Kerjakan semua soal di bawah ini !

1. Gunakan induksi matematika untuk membuktikan

$$21 \mid 4^{n+1} + 5^{2n-1}$$

2. Buktikan bahwa $\frac{a(5a^2 + 7)}{6}$ adalah bilangan bulat

3. Gunakan Algoritma Euclid untuk menentukan bilangan bulat x dan y sehingga:

$$\text{ppb}(12378, 10689) = 12378x + 10689y$$

4. Periksa kebenaran pernyataan di bawah ini untuk $a, b, c,$ dan d bilangan bulat:

a. Jika $a \mid b$ dan $c \mid d$ maka $(a + c) \mid (b + d)$

b. Jika $a \mid b$ dan $c \mid d$ maka $ac \mid bd$

5. Misalkan a dan b bilangan bulat yang relatif prima. Tentukan nilai dari

$$\text{ppb}(3a + 2b, 4a - 2b)$$

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

Jl. DR. Setiabudi No. 229 Telp (fax): (022) 2004508

UJIAN TENGAH SEMESTER

Mata Kuliah : Teori Bilangan

Kelas : Mat A/B

Hari/Tanggal : Selasa, 14 April 2009

Kerjakan semua soal di bawah ini !

1. Gunakan induksi matematika untuk membuktikan

$$13 \mid 3^{n+1} + 4^{2n-1}$$

2. Buktikan bahwa $\frac{a(7a^2 + 5)}{6}$ adalah bilangan bulat

3. Gunakan Algoritma Euclid untuk menentukan bilangan bulat x dan y sehingga:

$$\text{ppb}(25174, 42722) = 25174x + 42722y$$

4. Periksa kebenaran pernyataan di bawah ini untuk $a, b, c,$ dan d bilangan bulat:

a. Jika $a \mid (b + c)$ maka $a \mid b$ dan $a \mid c$

b. Jika $(b + c) \mid a$ dan $b \mid c$ maka $b \mid a$

5. Misalkan a dan b bilangan bulat yang relatif prima. Tentukan nilai dari

$$\text{ppb}(2a + 3b, 4a - 3b)$$