PETUNJUK PRAKTIKUM
PROGRAM APLIKASI MATEMATIKA

Oleh

Dewi Rachmatin,S.Si, M.Si.

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA
2009

PETUNJUK PRAKTIKUM

PROGRAM APLIKASI MATEMATIKA

NO	JUDUL PRAKTIKUM	MINGGU KE	PERALATAN	SOFTWARE
1	KALKULUS (Fungsi dan Grafik Fungsi Satu Peubah)	1	LCD dan Whiteboard	Maple 7
2	KALKULUS (Limit Fungsi dan Turunan Fungsi Satu Peubah)	2	idem	Maple 7
3	KALKULUS (Integral dan Penggunaan Integral)	3	idem	Maple 7
4	KALKULUS (Fungsi dan Grafik Fungsi Dua Peubah)	4	idem	Maple 7
5	KALKULUS (Limit dan Turunan Fungsi Dua Peubah)	5	idem	Maple 7
6	ALJABAR LINIER (Vektor dan Operasi-Operasi Vektor)	6	idem	Maple 7
7	ALJABAR LINIER (Matriks dan Operasi-Operasi Matriks)	7	idem	Maple 7
8	ALJABAR LINIER (Sistem Persamaan Linear, Nilai Eigen dan	8	idem	Maple 7

	Vektor Eigen)			
9	PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA	8	idem	Maple 7
10	STATISTIKA DASAR (Statistika Deskriptif dan Statistika Inferensi)	11	Idem	Minitab 13
11	STATISTIKA DASAR (Statistika Non-Parametrik)	12	idem	SPSS 10

PRAKTIKUM1

KALKULUS

(Fungsi dan Grafik Fungsi 1 Peubah)

1. MINGGU KE : 1
2. PERALATAN : LCD dan Whiteboard
3. SOFTWARE : Maple 7
4. TUJUAN

   Setelah selesai praktikum mahasiswa diharapkan dapat menyelesaikan masalah-masalah dalam matakuliah Kalkulus seperti menentukan grafik fungsi satu peubah baik secara analitis maupun secara komputasi dengan bantuan software Maple 7.
5. TEORI PENGANTAR

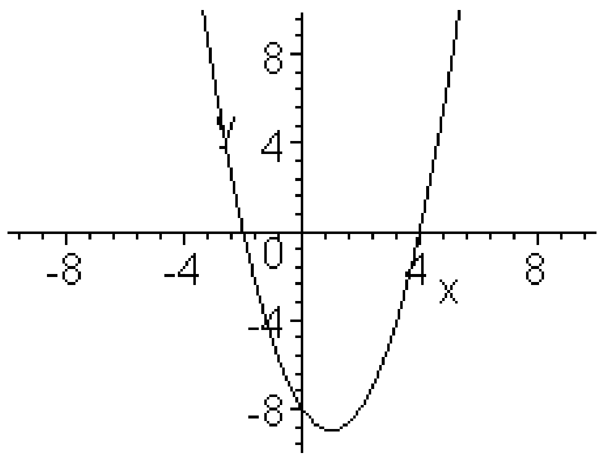
   Fungsi-fungsi satu peubah yang telah dipelajari pada matakuliah Kalkulus 1 dan Kalkulus 2 seperti fungsi aljabar, fungsi transenden, fungsi trigonometri dan fungsi-fungsi yang lainnya dengan konsep penggambaran grafik canggih dapat ditentukan grafik-grafik fungsinya. Akan tetapi hasilnya dapat langsung diperoleh dengan bantuan software Maple 7. Jadi hasil analitis dengan penggambaran grafik canggih dapat dibandingkan hasil secara komputasi dengan software Maple 7.

   Contoh :

   Sketsakan grafik fungsi berikut : $f(x) = x^2 - 2x - 8$.

Fungsi tersebut merupakan fungsi parabola yang cekung ke atas dan melalui beberapa titik diantaranya titik (0,-8) dan (4,0).

Dengan Maple7 grafik fungsi f seperti sketsa berikut :



6. LANGKAH KERJA

Penulisan perintah dengan Maple7 untuk menggambar fungsi satu peubah pada bidang Cartesius :

> plot(f, h, v);

> plot(f, h, v,...);

> plot(f, h, v, color = …, …);

di mana

f – fungsi yang digambar

h – range horisontal

v – range vertikal

color – warna grafik fungsi

Jika fungsi yang akan digambar ada 2 fungsi, maka lakukan perintah berikut:

➢ plot([f1, f2], h, v);

Jika fungsi yang akan digambar adalah fungsi implisit, lakukan :

> implicitplot(f,h,v);

Berikut ini akan diberikan perintah untuk contoh fungsi aljabar berikut :

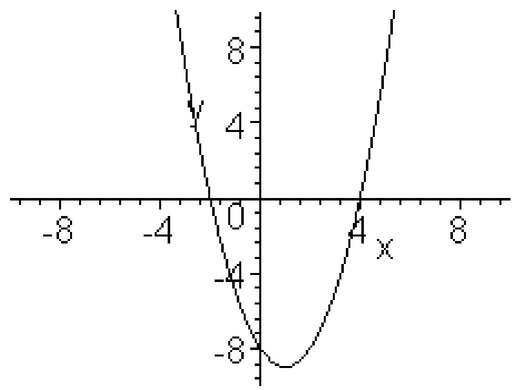
Contoh :

Sketsakan grafik fungsi berikut : f(x) = $x^2 - 2x - 8$ secara analitis dengan konsep penggambaran grafik canggih dan secara komputasi dengan Maple7.

Perintahnya :

```
> plot(x^2-2*x-8, x=-10..10, y=-10..10, color=black);
```

Warna grafik fungsi dapat diubah-ubah seperti pada contoh tadi, warna hitam bisa diganti dengan red/pink/green/cyan atau warna yang lainnya. Range nilai-nilai sumbu-X dan sumbu-Y juga dapat diganti.



7. TUGAS

Gambarkan grafik fungsi-fungsi berikut dengan penggambaran grafik canggih dan bandingkan hasilnya dengan Maple7.

1. f(x) = 2 + 8/x
2. g(x) = $\sqrt{2x+8}$
3. h(x) = e^{-2x}
4. F(x) = ln(x) + 3
5. H(x) = sin(2x)
6. f(x) = 3 cos(2x)
7. g(x) = tan(x)
8. h(x) = sec(x).
9. $y - \sqrt{5-x^2} = 0$.

Daftar Pustaka :

Purcell, Edwin dan Dale Varberg. (1984). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jilid1. Edisi ke3. Jakarta : Penerbit Erlangga.

Waterloo Maple Inc. (2001). *Maple 7 Learning Guide*. Canada.

PRAKTIKUM2
KALKULUS
(Limit Fungsi dan Turunan Fungsi Satu Peubah)

1. MINGGU KE : 2
2. PERALATAN : LCD dan Whiteboard
3. SOFTWARE : Maple 7
4. TUJUAN

   Setelah selesai praktikum mahasiswa diharapkan dapat menyelesaikan masalah-masalah dalam matakuliah Kalkulus seperti menentukan limit dan turunan fungsi satu peubah baik secara analitis maupun secara komputasi dengan bantuan software Maple 7, serta dapat menerapkannya untuk menyelesaikan *problem solving* yang berkaitan erat dengan turunan.

5. TEORI PENGANTAR

   Masalah-masalah penentuan limit dan turunan fungsi satu peubah yang telah dipelajari pada matakuliah Kalkulus 1, diselesaikan secara analitis dan dibandingkan hasilnya dengan hasil komputasi dengan software Maple7. Berikut ini contoh masalah-masalah yang diselesaikan dengan cara analitis maupun komputasi :

   Contoh 1 :

   Tentukan nilai limit berikut atau nyatakan jika tidak ada.

   $$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x}$$

   Jawaban analitis limit tersebut diperoleh dengan menerapkan Prinsip Apit (Purcel, 1984) adalah 0 (buktikan), dan dengan software Maple7 diperoleh hasilnya juga 0.

   Contoh 2 :

   Tentukan turunan fungsi-fungsi berikut :

   f(x) = x sin(cos(x))

Jawaban analitis turunan fungsi tersebut diperoleh dengan menerapkan Aturan Rantai. Hasil komputasi dengan Maple7 diperoleh :

f '(x) = sin(cos(x)) – x cos(cos(x))sin(x).

6. LANGKAH KERJA

Penulisan perintah dengan Maple7 untuk menentukan nilai limit dan turunan fungsi satu peubah

> limit(f, x=…);

> diff(f, x);

Perintah untuk contoh1:

> limit(sin(x)/x, x=0) ;

Contoh lain penentuan limit :

Tentukan nilai limit berikut atau nyatakan jika tidak ada.

$$\lim_{x\to\infty} e^x$$

Perintahnya :

> limit(exp(x), x=infinity) ;

Perintah untuk contoh2 :

> diff(x*sin(cos(x)),x) ;

7. TUGAS

Kerjakan soal-soal berikut baik secara analitis maupun secara komputasi dengan Maple7.

1. Tentukan nilai limit berikut atau nyatakan jika tidak ada.

   a. $\lim_{x\to 1^-} |x-1|$

   b. $\lim_{x\to 0^-} \dfrac{1+\cos(x)}{\sin(x)}$

   c. $\lim_{x\to\infty} x\sin\dfrac{1}{x}$

   d. $\lim_{t\to -3} \dfrac{t^2-6t-27}{t+3}$

e. $\lim_{x \to 5} x - \|x\|$

2. Tentukan turunan fungsi-fungsi berikut :

a. $y = \tan^4(\sec^2(\sin(x^2)))$

b. $y = \cos\left(\dfrac{x^3 + x}{1 - x^2}\right)$

c. $y = {}^4\log(\tan(x))$

d. $y = 5^x \ln(x^2 + x)$

e. $y = e^{x \ln(\sin(x))}$

Daftar Pustaka :

Purcell, Edwin dan Dale Varberg. (1984). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jilid1. Edisi ke3. Jakarta : Penerbit Erlangga.

Waterloo Maple Inc. (2001). *Maple 7 Learning Guide*. Canada.

PRAKTIKUM3

KALKULUS

(Integral dan Penggunaan Integral)

1. MINGGU KE : 3
2. PERALATAN : LCD dan Whiteboard
3. SOFTWARE : Maple 7
4. TUJUAN

   Setelah selesai praktikum mahasiswa diharapkan dapat menyelesaikan masalah-masalah dalam matakuliah Kalkulus seperti menentukan integral fungsi satu peubah, menentukan luas daerah dan menentukan volume benda putar dengan bantuan software Maple 7.
5. TEORI PENGANTAR

   Masalah-masalah penentuan integral fungsi satu peubah, penentuan luas daerah dan penentuan volume benda putar yang telah dipelajari pada matakuliah Kalkulus 1 diselesaikan secara analitis dan dibandingkan hasilnya dengan hasil komputasi dengan software Maple7. Berikut ini contoh masalah-masalah yang diselesaikan dengan cara analitis maupun komputasi.

   Contoh1 :

   Tentukan anti turunan untuk integral tak tentu berikut : $\int_2^4 \frac{x}{x^3-1}\,dx$.

   Jawaban dari masalah penentuan integral tak tentu tersebut diperoleh dengan menerapkan teknik pengintegralan fungsi rasional dan Teorema Dasar Kalkulus.

   Hasil komputasi dengan Maple7 :

   $$\frac{1}{3}\sqrt{3}\arctan(3\sqrt{3})+\frac{1}{6}\ln(3)-\frac{1}{3}\sqrt{3}\arctan(\frac{5}{3}\sqrt{3}).$$

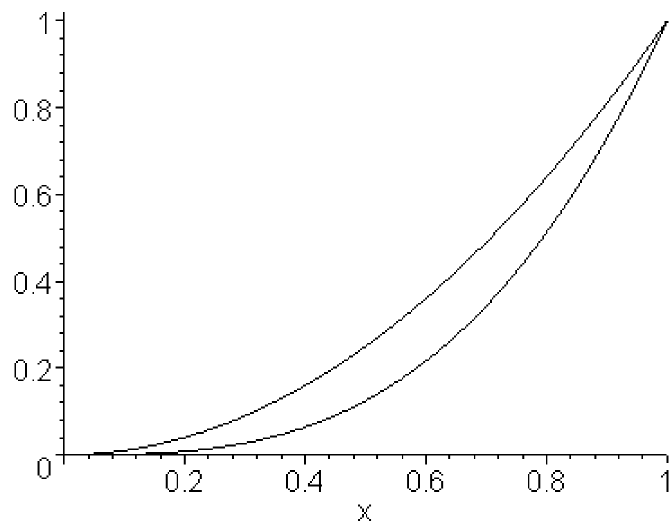
Contoh2 :

Tentukan luas daerah A yang dibatasi oleh grafik fungsi : y = x^3 dan grafik fungsi : y = x^2 .

Rumus untuk mencari luas daerah A adalah :

$$\int_0^1 (x^2 - x^3)\, dx$$

karena daerah yang dicari adalah :



Hasil komputasi dengan Maple7 : 1/12 satuan luas.

Contoh3 :

Tentukan volume benda putar yang terbentuk oleh daerah A pada contoh2 jika diputar terhadap sumbu-X.

Rumus untuk mencari volume benda yang dicari dengan metode cincin adalah :

$$\int_0^1 [(x^2)^2 - (x^3)^2]\, dx = \int_0^1 [x^4 - x^6]\, dx$$

Hasil komputasi dengan Maple7 : 2/35 satuan isi.

6. LANGKAH KERJA

Penulisan perintah dengan Maple7 untuk menentukan integral fungsi f dengan batas bawah =a dan batas atas = b adalah :

> int(f, h, x=a..b);

Perintah untuk contoh1 :

> int(x/(x^3-1),x=2..4);

Perintah untuk contoh2 :

> int(x^2-x^3,x=0..1);

Perintah untuk contoh3 :

> int(x^4-x^6,x=0..1);

7. TUGAS

Kerjakan soal-soal berikut baik secara analitis maupun secara komputasi dengan Maple7.

1. Tentukan integral tak tentu/integral tentu berikut :

   a. $\int e^{2x} \sec^2(x)dx$

   b. $\int \cos^5(x)dx$

   c. $\int y\sqrt{(y-2)^3}dy$

   d. $\int \frac{1}{(t-1)^2+25}dt$

   e. $\int_0^{\pi/2} \sin^2(x)\cos(x)dx$

   f. $\int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-16x^4}}dx$

2. Hitung volume benda putar yang terjadi jika daerah yang terbentuk oleh kurva $y=\frac{x^2}{4}-1$, x=0, x=4, dan y=0 diputar terhadap sumbu-X.

3. Hitung volume benda putar yang terbentuk oleh daerah $x - y - 2 = 0$ dan $y^2 - x = 0$ diputar mengelilingi sumbu-Y.

Daftar Pustaka :

Purcell, Edwin dan Dale Varberg. (1984). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jilid1. Edisi ke3. Jakarta : Penerbit Erlangga.

Waterloo Maple Inc. (2001). *Maple 7 Learning Guide*. Canada.

PRAKTIKUM4
KALKULUS
(Fungsi dan Grafik Fungsi Dua Peubah)

1. MINGGU KE : 4
2. PERALATAN : LCD dan Whiteboard
3. SOFTWARE : Maple 7
4. TUJUAN

   Setelah selesai praktikum mahasiswa diharapkan dapat menggambar permukaan fungsi dua peubah yang persamaannya diberikan, baik secara analitis dengan teknik kalkulus maupun secara komputasi dengan bantuan software Maple7.
5. TEORI PENGANTAR

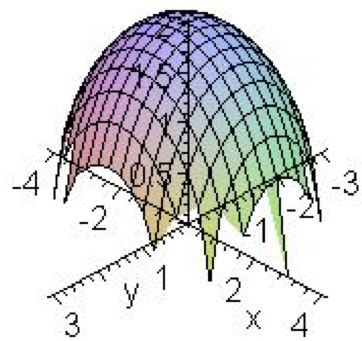
   Fungsi dan grafik fungsi dua peubah telah dipelajari pada matakuliah Kalkulus 3, akan tetapi teknik penggambarannya tidaklah mudah. Dengan software Maple sketsa permukaan fungsi dua peubah dapat diperoleh cepat bahkan untuk fungsi dua peubah yang rumit sekalipun.

   Berikut ini diberikan contoh permukaan fungsi dua peubah yang sederhana.

   Contoh1 :

   Gambarlah permukaan fungsi : f(x,y) = $\frac{1}{3}\sqrt{36-9x^2-4y^2}$.

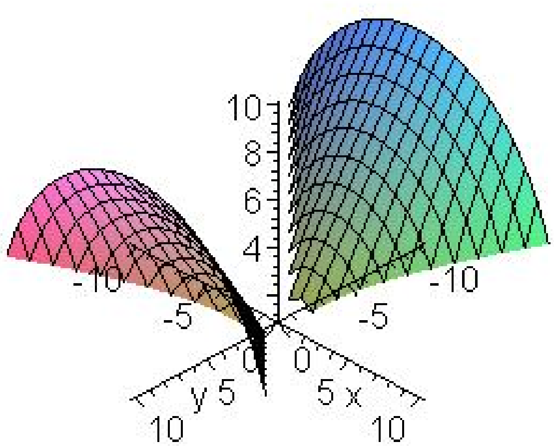
Sketsa permukaan fungsi f tersebut :



Contoh2 :

Gambarlah permukaan fungsi : g(x,y) = $\sqrt{x^2 - y^2 - 1}$.

Sketsa permukaan fungsi g tersebut :

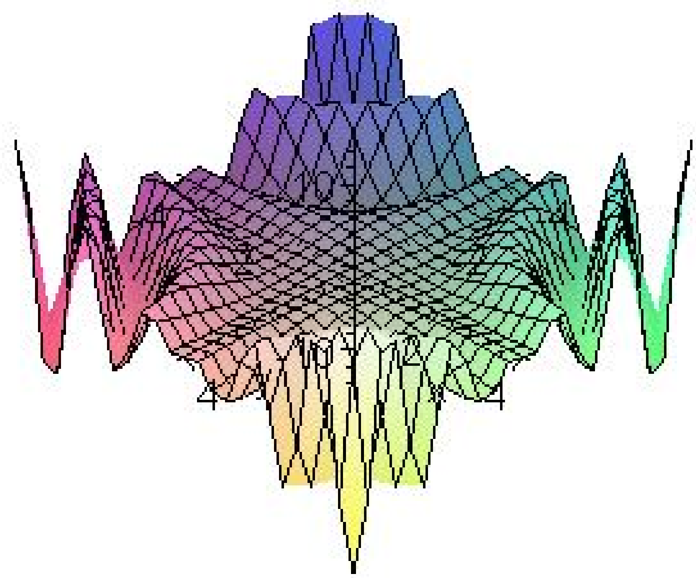


Berikut ini diberikan contoh permukaan fungsi dua peubah yang lebih rumit.

Contoh3 :

Gambarlah permukaan fungsi : h(x,y) = $xy\cos(xy)$.

Sketsa permukaan fungsi h tersebut :



6. LANGKAH KERJA

Penulisan perintah dengan Maple7 untuk menggambar fungsi dua peubah z = f(x,y) :

```
> with(plots) :
> plot3d(f , x=a..b, y=c..d, axes = normal) ;
```

Menggambar 2 permukaan sekaligus :

```
> plot3d([f,g], a..b, c..d) ;
```

Menggambar fungsi implisit dua peubah G=G(x,y,z)=c :

```
> implicitplot3d(G = c , x=a..b, y=c..d, z=m..n) ;
```

Perintah untuk contoh1 :

```
> plot3d(sqrt(36-9*x^2-4*y^2)/3,x=-3..3,y=-4..4,axes=normal);
```

Perintah untuk contoh2 :

```
> plot3d(sqrt(x^2-y^2-1),x=-10..10,y=-10..10,axes=normal);
```

Perintah untuk contoh3 :

```
> plot3d(x*y*cos(x*y),x=-4..4,y=-4..4,axes=normal);
```

Perintah untuk menggambar sebuah bola yang berpusat di (a,b,c) dengan jari-jari = R :

```
> implicitplot3d( (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R, x= x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2);
```

7. TUGAS

1. Sketsakan grafik permukaan fungsi dua peubah berikut dengan teknik kalkulus secara analitis dan bandingkan hasilnya dengan hasil yang diperoleh dengan Maple7.
   a. $f(x,y) = 6 - x$
   b. $g(x,y) = x^2 - y^2$
2. Sketsakan grafik permukaan fungsi dua peubah berikut dengan teknik kalkulus secara analitis dan bandingkan hasilnya dengan hasil yang diperoleh dengan Maple7 (dengan menggunakan implicitplot3d).
   a. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$
   b. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{9} = 1$
   c. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{9} = 1$
   d. $z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16}$
   e. $z = \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9}$

f. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}-\frac{z^2}{9}=0$

Daftar Pustaka :

Purcell, Edwin dan Dale Varberg. (1984). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jilid2. Edisi ke3. Jakarta : Penerbit Erlangga.

Waterloo Maple Inc. (2001). *Maple 7 Learning Guide*. Canada.

PRAKTIKUM5

KALKULUS

(Limit dan Turunan Fungsi Dua Peubah)

1. MINGGU KE : 5
2. PERALATAN : LCD dan Whiteboard
3. SOFTWARE : Maple7
4. TUJUAN :

Setelah praktikum ini mahasiswa diharapkan dapat menentukan limit dan turunan fungsi dua peubah dan menerapkan cara-cara penentuan turunan fungsi dua peubah dalam masalah-masalah yang melibatkan turunan fungsi dua peubah.

5. TEORI PENGANTAR

Mahasiswa telah mempelajari limit dan turunan fungsi dua peubah ini dalam matakuliah Kalkulus 3. Sehingga diharapkan pada matakuliah ini mereka dapat mengingat kembali beberapa konsep yang penting pada fungsi dua peubah seperti limit dan turunan parsial.

Berikut diuraikan definisi limit fungsi dua peubah.

Definisi

Untuk mengatakan bahwa $\lim\limits_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L$

berarti bahwa untuk setiap ε > 0 terdapat δ > 0 yang berpadanan sedemikian sehingga $|f(x,y) - L| < \varepsilon$ dengan syarat bahwa $0 < |(x,y) - (a,b)| < \delta$.

Berikut diuraikan definisi turunan parsial pertama fungsi dua peubah.

Definisi

Andaikan *f* suatu fungsi dua peubah *x* dan *y*. Turunan parsial fungsi *f* terhadap *x* adalah fungsi f_x yang nilainya di titik (*x*,*y*) sebarang dalam wilayah *f* adalah

$$f_x(x,y) = \frac{\partial}{\partial x} f(x,y) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x}$$

asalkan limit ini ada. Turunan parsial fungsi *f* terhadap *y* adalah fungsi f_y yang nilainya di titik (*x*,*y*) sebarang dalam wilayah *f* adalah

$$f_y(x,y) = \frac{\partial}{\partial y} f(x,y) = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y}$$

asalkan limit ini ada (Purcell, 1987).

6. LANGKAH KERJA

Perintah baku untuk menentukan limit fungsi dua peubah dengan Maple7 sebagai berikut :

limit(f, points)

limit(f, points, dir)

di mana

f - *an algebraic expression* (fungsi 2 peubah yang diberikan)

points - *a set of equations of the form* x=a (titik limit yang diujikan)

dir - *(optional) direction* (arah pendekatan limit kiri atau limit kanan).

Berikut perintah baku untuk menentukan turunan parsial fugsi dua peubah dengan Maple7.

diff(a, x1, x2, ..., xn)

Diff(a, x1, x2, ..., xn)

diff(a, [x1, x2, ..., xn])

Diff(a, [x1, x2, ..., xn])

a - *an algebraic expression* (fungsi dua peubah yang diberikan)

x1, x2, ..., xn - *names* (nama variabel-variabel fungsi dua peubah).

Berikut ini diberikan beberapa contoh penentuan limit dan turunan parsial fungsi dua peubah.

Contoh :

```
> limit((x^2-y^2)/(x^2+y^2), {x=0,y=0});
                              undefined
```

```
> limit(x+1/y, {x=0,y=infinity});
```

$$0$$

```
> limit(x*y, {x=0,y=infinity});
```

$$undefined$$

```
> diff(f(x,y),x);
```

$$\frac{\partial}{\partial x}\, f(x, y)$$

```
> diff(f(x,y),y);
```

$$\frac{\partial}{\partial y}\, f(x, y)$$

```
> diff(f(x,y),x,y);
```

$$\frac{\partial^2}{\partial y\, \partial x}\, f(x, y)$$

```
> diff(f(x,y),y,y);
```

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\, f(x, y)$$

```
> f := exp(x*y);
```

$$f := \mathbf{e}^{(x\, y)}$$

```
> diff(f,x);
```

$$y\, \mathbf{e}^{(x\, y)}$$

```
> diff(f,y);
```

$$x\, \mathbf{e}^{(x\, y)}$$

```
> diff(f,x,y);
```

$$\mathbf{e}^{(x\, y)} + y\, x\, \mathbf{e}^{(x\, y)}$$

```
> diff(f,y,y);
```

$$x^2\, \mathbf{e}^{(x\, y)}$$

7. TUGAS

Kerjakan soal-soal berikut secara analitis dan bandingkan hasilnya dengan Maple7.

1. Apakah $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy}{x^2 + y^2}$ ada ? Terangkan.

2. Tunjukkan bahwa $\lim\limits_{(x,y)\to(2,-2)} \ln\left(\dfrac{4 + x^2}{y + 2}\right)$ tidak ada.

3. Tentukan turunan parsial pertama fungsi dua peubah yang diberikan.

   a. $f(x, y) = y\cos(x^2 + y^2)$

   b. $f(x, y) = \ln\left(\dfrac{x^2 - 2}{y^4 + 3}\right)$

   c. $h(x, y) = \tan^{-1}\left(\dfrac{x}{y}\right)$

   d. $F(x, y) = e^{-xy} - \ln(xy)$.

Daftar Pustaka :

Purcell, Edwin dan Dale Varberg. (1984). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jilid2. Edisi ke3. Jakarta : Penerbit Erlangga.

Waterloo Maple Inc. (2001). *Maple 7 Learning Guide*. Canada.

PRAKTIKUM6
ALJABAR LINEAR
(Vektor dan Operasi-Operasi Vektor)

1. MINGGU KE : 6
2. PERALATAN : LCD dan Whiteboard
3. SOFTWARE : Maple7
4. TUJUAN

   Setelah mengikuti praktikum diharapkan mahasiswa dapat menentukan hasil operasi-operasi vektor seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dengan skalar, serta dapat menentukan hasil kali silang, hasil kali dalam dan panjang vektor.

5. TEORI PENGANTAR

   Mahasiswa diharuskan sebelumnya telah mengambil matakuliah Aljabar Linear sehingga dapat menentukan hasil operasi-operasi vektor seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dengan skalar, serta dapat menentukan hasil kali silang, hasil kali dalam dan panjang vektor. Sehingga hasil penghitungan secara manual dapat dibandingkan dengan hasil penghitungan secara analitis.

   Berikut beberapa operasi vektor yang telah dikenal.

   Misalkan $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ dan $\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3)$. Maka :

   $\mathbf{v} + \mathbf{w} = (v_1 + w_1, v_2 + w_2, v_3 + w_3)$;

   $k\,\mathbf{v} = (kv_1, kv_2, kv_3)$ di mana k adalah sebarang scalar ;

   Panjang vektor $\mathbf{v}$: $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$;

   $\mathbf{u} \bullet \mathbf{v} = \|\mathbf{u}\|\ \|\mathbf{v}\| \cos\theta$ dengan θ adalah sudut di antara $\mathbf{u}$ dan $\mathbf{v}$;

   $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_2v_3 - u_3v_2, u_3v_1 - u_1v_3, u_1v_2 - u_2v_1)$.

6. LANGKAH KERJA

Berikut ini diberikan beberapa contoh penulisan vektor dan operasi-operasi pada vektor dengan Maple7.

> linalg[vector](4,[1,x,x^2,x^3]);

$$[1, x, x^2, x^3]$$

> array(1..3,[1,2,3]);

$$[1, 2, 3]$$

> Vector(1..3,5);

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

> Vector[row]([1,2,3]);

$$[1, 2, 3]$$

> with(linalg): V:=<1,2,3>;

$$V := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

> W := <2,1,1>;

$$\mathrm{W} := \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

> dotprod(V ,W) ;

$$7$$

> crossprod(V,W);

$$[-1, 5, -3]$$

> norm(V,2);

$$\sqrt{14}$$

7. TUGAS

Kerjakan soal berikut dan bandingkan hasilnya dengan Maple7.

1. Misalkan $\mathbf{v}$ = (2, -1, 1) dan $\mathbf{w}$ = (3, 2, 5). Tentukan :
   a. $\mathbf{v} + \mathbf{w}$, $\mathbf{v} - \mathbf{w}$, $2\mathbf{v} - 3\mathbf{w}$
   b. $\|\mathbf{5v} + \mathbf{7w}\|$, $\|\mathbf{-2u}\| + 2\|\mathbf{u}\|$, $\mathbf{v}/\|\mathbf{v}\|$ dan $\mathbf{w}/\|\mathbf{w}\|$
   c. $\mathbf{u} \bullet \mathbf{v}$
   d. $\mathbf{u}$ x $\mathbf{v}$.
2. Misalkan $\mathbf{v}$ = (0, 0, 1) dan $\mathbf{w}$ = (0, 2, 2). Tentukan :
   a. $3\mathbf{v} - 5\mathbf{w}$
   b. $\|\mathbf{-2v} + \mathbf{3w}\|$
   c. $\mathbf{u} \bullet \mathbf{v}$
   d. $\mathbf{u}$ x $\mathbf{v}$.

Daftar Pustaka

Purcell, Edwin dan Dale Varberg. (1989). *Kalkulus dan Goemetri Analitis*. Jilid 2. Edisi Keempat. Jakarta : Penerbit Erlangga.

Anton, Howard. (1987). *Aljabar linear Elementer*. Edisi Kelima. Jakarta : Penerbit Erlangga.

PRAKTIKUM7

ALJABAR LINEAR

(Matriks dan Operasi-Operasi Matriks)

1. MINGGU KE : 7
2. PERALATAN : LCD dan Whiteboard
3. SOFTWARE : Maple7
4. TUJUAN

   Setelah mengikuti praktikum diharapkan mahasiswa dapat menentukan hasil operasi-operasi matriks seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, serta dapat menentukan determinan matriks, transpos matriks dan invers matriks.

5. TEORI PENGANTAR

   Mahasiswa diharuskan sebelumnya telah mengambil matakuliah Aljabar Linear sehingga dapat menentukan hasil operasi-operasi matriks seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, serta dapat menentukan determinan matriks, transpos matriks dan invers matriks (Anton, 1987). Sehingga hasil penghitungan secara manual dapat dibandingkan dengan hasil penghitungan secara analitis.

6. LANGKAH KERJA

   Berikut ini diberikan beberapa contoh penulisan matriks dan operasi-operasi pada matriks dengan Maple7.

```
> A := Matrix([[1,2,3],[4,5,6]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

```
> B := Matrix([[1],[2],[1]]);
```

$$B := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
> A . B;
```

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 20 \end{bmatrix}$$

```
> multiply(A,B);
```

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 20 \end{bmatrix}$$

```
> C := Matrix([[0],[1],[0]]);
```

$$C := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

```
> B - C ;
```

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
> 5*A ;
```

$$\begin{bmatrix} 5 & 10 & 15 \\ 20 & 25 & 30 \end{bmatrix}$$

```
> E := Matrix([[2,1],[1,1]]);
```

$$E := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> transpose(A);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

```
> F := array([[1,-1],[1,1]]);
```

$$F := \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> inverse(F);
```

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

```
> det(F);
```

$$2$$

7. TUGAS

Tinjaulah matriks-matriks

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \; B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \; C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \; D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \text{ dan } E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Hitunglah :

a. A B, D + E, D - E

b. D E, ED, -7B

c. Determinan matriks B, D dan E

d. Invers matriks B, D dan E

e. Transpos matriks A, B, C dan D.

Daftar Pustaka

Purcell, Edwin dan Dale Varberg. (1989). *Kalkulus dan Goemetri Analitis*. Jilid 2. Edisi Keempat. Jakarta : Penerbit Erlangga.

Anton, Howard. (1987). *Aljabar linear Elementer*. Edisi Kelima. Jakarta : Penerbit Erlangga.

PRAKTIKUM8

ALJABAR LINEAR

(Sistem Persamaan Linier, Nilai Eigen dan Vektor Eigen)

1. MINGGU KE : 8
2. PERALATAN : LCD dan Whiteboard
3. SOFTWARE : Maple7
4. TUJUAN

   Setelah mengikuti praktikum diharapkan mahasiswa dapat menentukan solusi suatu Sistem Persamaan Linear (SPL), menentukan nilai eigen dan vektor eigen serta menyelesaikan berbagai masalah yang berkaitan dengan SPL dan vektor eigen.

5. TEORI PENGANTAR

   Mahasiswa diharuskan sebelumnya telah mengambil matakuliah Aljabar Linear sehingga dapat menentukan solusi suatu SPL dan menentukan nilai eigen serta vektor eigen.

   Mahasiswa sebelumnya telah mempelajari eksistensi solusi SPL atau syarat ada tidaknya solusi suatu SPL n persamaan dengan n peubah, serta mengetahui syarat ketunggalan solusi suatu SPL. Sehingga hasil-hasil yang diperoleh secara manual dapat dibandingkan dengan hasil komputasi dengan bantuan software Maple7.

   Berikut diulas kembali sebuah teorema ketunggalan solusi SPL :

   Teorema : Jika A adalah matriks nxn yang dapat dibalik (*invertible*), maka untuk setiap matriks B yang berukuran nx1, sistem persamaan :

   A X = B mempunyai persis satu pemecahan, yakni $X = A^{-1} B$. □

   Perhatikan contoh berikut :

   Contoh1 : Pecahkanlah sistem-sistem

   (a)
   $$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= 5 \\ x_1 \qquad\quad + 8x_3 &= 9 \end{aligned}$$

   (b)
   $$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= 6 \\ x_1 \qquad\quad + 8x_3 &= -6 \end{aligned}$$

Pemecahan. Kedua sistem mempunyai matriks koefisien yang sama. Jika diperbesar matriks koefisien ini dengan kolom konstanta pada ruas kanan dari sistem-sistem ini, kemudian matriks ini direduksi terhadap bentuk eselon baris tereduksi akan dihasilkan :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & | & -1 \end{bmatrix} \text{ (buktikan).}$$

Jadi solusi SPL (a) adalah : $x_1 = 1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$ dan solusi SPL (b) :
$x_1 = 2$, $x_2 = 1$, $x_3 = -1$.

Berikut ini diberikan sebuah contoh penentuan nilai eigen dan vektor eigen.

Contoh2 :

Carilah nilai eigen dan vektor eigen dari

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Pemecahan. Persamaan karakteristik dari A adalah $(\lambda - 1)(\lambda - 5)^2 = 0$ (buktikan), sehingga nilai-nilai eigen dari A adalah λ=1 dan λ=5. Misalkan $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ adalah vektor eigen A yang bersesuaian dengan λ yang memenuhi persamaan :

$$\begin{bmatrix} \lambda - 3 & 2 & 0 \\ 2 & \lambda - 3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dengan memecahkan sistem ini, untuk λ = 1 diperoleh :

x_1 = -s , x_2 = s dan x_3 = t (buktikan).

Jadi vektor-vektor eigen A yang bersesuaian dengan λ = 1 adalah :

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ (buktikan).}$$

Untuk $\lambda = 5$ diperoleh vektor eigen : $\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}$ (buktikan).

6. LANGKAH KERJA

Berikut ini diberikan contoh SPL dan solusinya ditentukan dengan Maple7.

```
> solve({x+2*y+3*z=4,2*x+5*y+3*z=5,x+8*z=9},{x,y,z});
```

$$\{y = 0, z = 1, x = 1\}$$

```
> solve({x+2*y+3*z=1,2*x+5*y+3*z=6,x+8*z=-1*6},{x,y,z});
```

$$\{z = -1, y = 1, x = 2\}$$

```
> with(linalg): A:=matrix(3,3,[3,-2,0,-2,3,0,0,0,5]);
```

$$A := \begin{bmatrix}3 & -2 & 0\\-2 & 3 & 0\\0 & 0 & 5\end{bmatrix}$$

```
> eigenvals(A);
```

$$1, 5, 5$$

```
> eigenvects(A);
```

$$[1, 1, \{[1, 1, 0]\}], [5, 2, \{[0, 0, 1], [-1, 1, 0]\}]$$

7. TUGAS

Kerjakanlah soal-soal berikut dan bandingkan hasilnya dengan Maple7.

1. Tentukanlah solusi SPL berikut :

(a)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= -1\\ x_1 + 3x_2 + x_3 &= 4\\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} 2x + x_2 + x_3 &= 7\\ 3x + 2x_2 + x_3 &= -3\\ x_2 + x_3 &= 5 \end{aligned}$$

2. Carilah nilai eigen dan vektor eigen matriks berikut :

$$A = \begin{bmatrix}4 & 0 & 1\\-2 & 1 & 0\\-2 & 0 & 1\end{bmatrix} B = \begin{bmatrix}3 & 0\\8 & -1\end{bmatrix}.$$

Daftar Pustaka

Purcell, Edwin dan Dale Varberg. (1989). *Kalkulus dan Goemetri Analitis*. Jilid 2. Edisi Keempat. Jakarta : Penerbit Erlangga.

Anton, Howard. (1987). *Aljabar linear Elementer*. Edisi Kelima. Jakarta : Penerbit Erlangga.

PRAKTIKUM9
PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA

1. MINGGU KE : 9
2. PERALATAN : LCD dan Whiteboard
3. SOFTWARE : Maple 7
4. TUJUAN

   Setelah mengikuti praktikum diharapkan mahasiswa dapat menentukan solusi persamaan diferensial biasa dan menerapkan teknik-teknik penentuan solusi persamaan diferensial biasa dalam menyelesaikan berbagai masalah yang melibatkan persamaan diferensial biasa dalam kehidupan sehari-hari.
5. TEORI PENGANTAR

   Mahasiswa sebelumnya telah mengambil matakuliah Persamaan Diferensial Biasa (PDB) sehingga telah menguasai teknik-teknik penentuan solusi PDB. PDB yang dibahas kembali pada praktikum PAM diantaranya adalah :

   - PD Peubah-peubah Terpisahkan

     Bentuk umum PD Peubah-peubah Terpisahkan adalah :

     $f(x)dx + g(y)dy = 0$

     Solusi umum PD ini adalah :

     $\int f(x)dx + \int g(y)dy = c, c$ adalah konstanta sebarang
   - PD Homogen

     PD berikut : $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ dikatakan PD Homogen jika $M(x,y)$ dan $N(x,y)$ adalah homogen dan berderajat sama. Teknik penentuan PD ini adalah dengan menggunakan transformasi

     $\mathrm{y = ux, dy = xdu + udx}$ atau $\mathrm{x = uy, dx = y\,du + u\,dy}$.

- PD Eksak

  Bentuk umum PD Eksak adalah :

  $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ dikatakan PD Eksak jika $\dfrac{\partial M}{\partial y} = \dfrac{\partial N}{\partial x}$.

  Solusi umum PD ini adalah $f(x,y) = c$.

- PD Linear Tingkat Satu (PD Linear Orde Satu)

  Bentuk umum PD Linear Tingkat Satu : $\dfrac{dy}{dx} + P(x).y = Q(x)$.

  PD ini mempunyai faktor integrasi $e^{\int P(x)dx}$.

  Solusi umum PD ini adalah :

  $ye^{\int P(x)dx} = \int Q(x).e^{\int P(x)dx}dx + c$

- PD Homogen Tingkat Dua dengan Koefisien Konstan

  Bentuk umum PD ini adalah :

  $$y'' + a_1 y' + a_2 y = 0.$$

  Solusi umum PD ini tergantung pada akar-akar persamaan bantu $r^2 + a_1 r + a_2 = 0$ yang bersesuaian dengan PD tersebut :

  1. Jika akar-akar riil persamaan bantu merupakan 2 akar riil yang berlainan yaitu r_1 dan r_2, maka solusi umumnya :

     $y = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}$.

  2. Jika akar-akar riil persamaan bantu merupakan akar riil yang berulang yaitu r_1, maka solusi umumnya :

     $y = c_1 e^{r_1 x} + c_2 x e^{r_1 x}$

  3. Jika akar-akar riil persamaan bantu merupakan akar kompleks yang saling konjugat yaitu $\alpha \pm \beta\, i$, maka solusi umumnya : $y = c_1 e^{\alpha x} \cos \beta x + c_2 e^{\alpha x} \sin \beta x$.

- PD Tak Homogen Tingkat Dua dengan Koefisien Konstan

  Bentuk umum PD ini adalah :

  $$y'' + a_1 y' + a_2 y = k(x).$$

  Metode atau teknik penentuan PD ini ada 2 yaitu metode koefisien tak-tentu dan metode variasi parameter (Purcell, 1984).

  Solusi umum PD ini adalah :

  $y = y_h + y_p$ dengan y_h adalah solusi umum PD Homogen untuk PD yang bersesuaian dan y_p adalah solusi khusus/partikulir yang dapat ditentukan oleh metode koefisien tak-tentu dan metode variasi parameter (Purcell, 1984).

6. LANGKAH KERJA

Berikut ini penulisan perintah yang baku dengan Maple7 :

> with(DEtools):

> dsolve({ODE, ICs}, y(x))

> dsolve({ODE, ICs}, y(x), extra_args)

ODE - *an ordinary differential equation* (PDB)

y(x) - *the dependent variable (indeterminate function)*

ICs - *initial conditions for y(x) and/or its derivatives*

(syarat awal/batas untuk y dan turunan dari y)

Berikut ini diberikan sebuah contoh dan hasil komputasinya dengan Maple7.

Contoh :

Tentukan solusi khusus PD berikut :

$$y'' + 6y' - 7y = 0; y = 0, y' = 4 \text{ pada } x = 0.$$

Berikut langkah kerja yang dilakukan dengan Maple7 dan hasilnya :

> ode := diff(y(t),t,t)+6*diff(y(t),t)-7*t=0;

$$ode := \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\,\mathrm{y}(t)\right) + 6\left(\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{y}(t)\right) - 7\,t = 0$$

> ans := dsolve(ode);

$$ans := \mathrm{y}(t) = \frac{7}{12}\,t^2 - \frac{1}{6}\,\mathbf{e}^{(-6\,t)}\,\_C1 - \frac{7}{36}\,t + \_C2$$

> ans := dsolve({ode, y(0)=0, D(y)(4)=0}, y(t));

$$ans := \mathrm{y}(t) = \frac{7}{12}\,t^2 + \frac{\frac{161}{216}\,\mathbf{e}^{(-6\,t)}}{\mathbf{e}^{(-24)}} - \frac{7}{36}\,t - \frac{161}{216}\,\frac{1}{\mathbf{e}^{(-24)}}$$

Bandingkan hasil ini dengan hasil penghitungan secara manual.

7. TUGAS

Tentukan solusi Persamaan Diferensial berikut dengan teknik-teknik penentuan solusi PD yang telah dipelajari dan bandingkan hasilnya dengan hasil yang diperoleh dengan Maple7 :

1. $x^5\,dx + (y+2)^2\,dy = 0$
2. $9y\dfrac{dy}{dx} + 4x = 0$
3. $(x + 2y)\,dx + (2x + 3y)\,dy = 0$
4. $(y^2 - x^2)\,dx + xy\,dy = 0$
5. $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{x}$
6. $y' + \dfrac{2y}{x+1} = (x+1)^3$
7. $y'' + 7y' + 12y = 0$
8. $y'' - 2y' - y = 0$
9. $y'' - 4y' + 13y = 0$
10. $y'' - 2y' + y = x^2 + x$
11. $y'' + 2y' + 2y = 3e^{-2x}$.

Daftar Pustaka

Purcell, Edwin dan Dale Varberg. (1989). *Kalkulus dan Goemetri Analitis*. Jilid 2. Edisi Keempat. Jakarta : Penerbit Erlangga.

Kartono. (1994). *Penuntun Belajar Persamaan Diferensial*. Edisi Pertama. Yogyakarta : Penerbit Andi Offset.

PRAKTIKUM 10

STATISTIKA DASAR

(Statistika Deskriptif dan Statistika Inferensi)

1. MINGGU KE : 10
2. PERALATAN : LCD dan Whiteboard
3. SOFTWARE : Minitab 13
4. TUJUAN

   Setelah mengikuti praktikum diharapkan mahasiswa dapat :

   a. menghitung statistik-statistik seperti mean sampel, simpangan baku sampel, dan variansi sampel ;
   b. menguji hipotesis dan menarik kesimpulan untuk uji menyangkut rata-rata, uji kesamaan dua variansi dan uji selisih dua rata-rata.

5. TEORI PENGANTAR

   Pada umumnya rata-rata dan variansi populasi yang diteliti tidak diketahui, oleh karena itu untuk mengetahui karakteristik populasi dilakukan penarikan sampel dari populasi dan dihitung statistik-statistik yang dianggap mewakili populasi seperti mean sampel, simpangan baku sampel dan variansi sampel.

   Dalam pekerjaannya seorang matematikawan mungkin akan melakukan suatu penelitian yang menyangkut pemberian suatu perlakuan pada individu/objek penelitian. Demikian pula seorang pendidik mungkin akan melakukan suatu penelitian yang menyangkut pemberian metode terbaru yang dicobakan pada siswa/mahasiswanya untuk suatu topik tertentu yang telah diajarkan, serta ingin mengetahui keefektifan pemberian metode terbaru tersebut. Oleh karena itu pada praktikum11 ini dipandang sangat perlu mengkaji kembali beberapa teori yang dipelajari pada matakuliah Statistika Dasar, yaitu :

- Uji tentang Rata-Rata

  $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu \neq \mu_0$ atau $H_1 : \mu > \mu_0$ atau $H_1 : \mu < \mu_0$.

- Uji Kesamaan Dua Variansi

  $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ vs $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$ atau $H_1 : \sigma_1 > \sigma_2$ atau $H_1 : \sigma_1 < \sigma_2$.

- Uji Selisih Dua Rata-Rata

  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ vs $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ atau $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ atau $H_1 : \mu_1 < \mu_2$.

6. LANGKAH KERJA

Misalkan diberikan data sebagai berikut :

Dari hasil sebuah Penelitian Tindakan Kelas (PTK) mengenai pemberian metode pembelajaran multimedia interaktif terhadap siswa salah satu SMU di Kodya Bandung pada suatu topik matematika di kelas X-1 dan X-2 diperoleh data sebagai berikut :

kelas eksperimen

no_siswa	pretest	posttest
1	30	67
2	27	64
3	28	62
4	16	58
5	20	57
6	24	52
7	35	51
8	30	50
9	32	49
10	36	55
11	30	50
12	27	48
13	25	44
14	23	44
15	25	44
16	20	42
17	22	46
18	23	48
19	20	43
20	19	42
21	20	48
22	20	44
23	18	42
24	19	42
25	18	50
26	22	46

kelas kontrol

no_sisa	pretest	postest
1	20	23
2	23	26
3	25	28
4	16	19
5	16	19
6	18	21
7	20	23
8	18	21
9	30	33
10	23	26
11	18	21
12	17	20
13	18	21
14	17	20
15	23	26
16	25	28
17	20	23
18	20	23
19	22	25
20	20	23
21	17	20
22	17	20
23	17	20
24	18	21
25	17	20
26	20	21

27	20	45		27	20	21
28	20	45		28	17	20
29	22	46		29	18	19
30	20	45		30	18	19

Asumsikan bahwa kedua data hasil tes awal dan tes akhir untuk kedua kelas tersebut berdistribusi normal, dan gunakan taraf keberartian 5%.

1. Hitunglah mean sampel, variansi sampel dan simpangan baku sampel untuk kedua data.
2. Ujilah hipotesis berikut :

   H_0 : rata-rata nilai pretest adalah 30 lawan

   H_1 : rata-rata nilai pretest tidak sama dengan 30.
3. Ujilah hipotesis berikut :

   H_0 : $\sigma_1 = \sigma_2$ (variansi nilai tes akhir kelas eksperimen = variansi nilai tes akhir kelas kontrol) lawan

   H_1 : $\sigma_1 \neq \sigma_2$ (variansi nilai tes akhir kedua kelas tidak sama).
4. Ujilah hipotesis berikut :

   H_0 : tidak ada perbedaan yang berarti antara nilai rata-rata tes akhir kelas eksperimen dengan nilai rata-rata tes akhir kelas kontrol lawan

   H_1 : ada perbedaan yang berarti antara nilai rata-rata tes akhir kelas eksperimen dengan nilai rata-rata tes akhir kelas kontrol.

   Uji tersebut sama saja dengan :

   $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ vs $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$.

Berikut ini langkah-langkah yang harus dilakukan dengan Minitab untuk keempat soal tersebut.

1. Masukkan kedua data ke dalam lembar kerja (*worksheet*) Minitab dengan cara mengetikkan seperti di Microsoft Excel dan tulis nama variabel pada baris judul yang tidak bernomor. Kemudian lakukan langkah berikut :

   - Klik Stat
   - Sorot Basic Statistics

- Klik Display Deskriptive Statistics
- Setelah muncul kotak dialog klik ganda variabel yang akan dihitung mean dan variansi sampelnya. Klik OK.
- Lakukan lagi untuk ketiga variabel yang lainnya.

2. Untuk uji yang pertama, lakukan langkah-langkah berikut :

- Klik Stat
- Sorot Basic Statistics
- Klik 1-Sample t
- Klik ganda variabel yang akan diuji pada kolom Variabels.
- Klik pada kolom Test mean, dan ketikkan angka 30
- Klik Options
- Ketikkan confidence level 95 jika dipilih α=5%
- Jika hipotesis alternatifnya adalah tidak sama maka pada Alternative : not equal. Akan tetapi jika > maka pilih greater than atau pilih less than jika < .
- Klik OK.

2. Untuk uji yang kedua, lakukan langkah-langkah berikut :

- Klik Stat
- Sorot Basic Statistics
- Klik 2 Variances
- Klik pada Samples in different columns
- Klik ganda variabel posttest untuk kelas eksperimen pada kolom First dan klik ganda variabel posttest untuk kelas kontrol
- Klik Options
- Ketikkan confidence level 95 jika dipilih α=5%
- Klik pada Title : “Pengujian Kesamaan Dua Variansi”
- Klik OK.

3. Untuk uji yang ketiga, lakukan langkah-langkah berikut :

- Klik Stat
- Sorot Basic Statistics

- Klik 2-Sample t
- Klik pada Samples in different columns
- Klik ganda variabel posttest untuk kelas eksperimen pada kolom First dan klik ganda variabel posttest untuk kelas kontrol
- Klik Assume equal variances jika diasumsikan variansi keduanya sama sebaliknya berarti variansi keduanya tidak sama
- Klik Options
- Ketikkan confidence level 95 jika dipilih α=5%
- Jika hipotesis alternatifnya adalah tidak sama maka pada Alternative : not equal. Akan tetapi jika > maka pilih greater than atau pilih less than jika < .
- Klik OK.

7. TUGAS

Kerjakan soal berikut dan analisa hasil perhitungan dengan Minitab yang dilakukan untuk pengujian hipotesis masing-masing soal berikut.

1. Apa kesimpulan anda untuk hasil pegujian ketiga hipotesis yang telah diujikan pada bagian 6 tadi ?
2. Untuk data yang sama, lakukan pengujian kesamaan variansi tetapi untuk nilai tes awal kedua kelas dan uji apakah ada perbedaan yang berarti antara nilai rata-rata tes awal kedua kelas.
3. Siswa SMU IPA kelas XI yang banyaknya 45 orang memperoleh dua macam responsi. Aljabar (X) responsinya oleh guru dan Statistika (Y) responsinya oleh siswa IPA kelas XII. Bila hasil ulangan hariannya sebagai berikut, ujilah apakah rata-ratanya berbeda secara berarti. Gunakan α = 5%.

Daftar Pustaka

Walpole, Ronald dan Raymond H Myers. (1986). *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Edisi kedua. Bandung : Penerbit ITB.

Ruseffendi, H. E. T. (1998). *Statistika Dasar untuk Penelitian Pendidikan*. Bandung : UPI Press.

Minitab Tutorial Release 13 and Minitab Guide Release 13.

PRAKTIKUM 11

STATISTIKA DASAR

(Statistika Non-Parametrik)

1. MINGGU KE : 11
2. PERALATAN : LCD dan WhiteBoard
3. SOFTWARE : SPSS 10
4. TUJUAN

   Setelah selesai mengikuti praktikum diharapkan mahasiswa dapat :

   - Menguji kenormalan dengan uji khi-kuadrat dan Kolmogorov-Smirnov dengan bantuan software SPSS ;
   - Menguji perbedaan dua rata-rata dengan uji Mann-Whitney dengan bantuan software SPSS.

5. TEORI PENGANTAR

   Kebanyakan cara pengujian hipotesis yang dibicarakan sampai sekarang didasarkan pada anggapan bahwa sampel acak diambil dari populasi normal. Untungnya, kebanyakan uji tersebut masih cukup dapat diandalkan bila penyimpangan dari kenormalan sedikit, terutama sekali bila ukuran sampelnya besar. Pada praktikum keenam ini akan dibahas sejumlah cara pengujian yang sama sekali tidak berdasarkan pengetahuan tentang distribusi populasi yang dibicarakan. Uji seperti ini disebut uji *nonparametrik* atau *bebas-distribusi*.

   Beberapa contoh uji statistika non parametrik yang dipelajari pada praktikum matakuliah Statistika Dasar : uji kenormalan dengan uji khi-kuadrat dan Kolmogorov-Smirnov dan uji perbedaan dua rata-rata dengan uji Mann-Whitney.

Hipotesis yang diuji pada uji kenormalan adalah :

$H_0 : F(x) = F^*(x)$ untuk semua x

$H_1 : F(x) \neq F^*(x)$ untuk paling sedikit satu x

Fungsi distribusi normal untuk v. a. X :

$$F^*(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$$

- **Uji Khi-Kuadrat (*Chi-Square*)**

Asumsi : sampelnya adalah sampel acak dan skala pengukurannya adalah skala nominal.

Statistik ujinya : $T = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$.

Di bawah H_0 , T berdistribusi $\chi^2_{(1-\alpha);(k-1)}$.

Tolak H_0 jika pada tingkat kepercayaan α , jika $T \geq \chi^2_{(1-\alpha);(k-1)}$.

- **Uji Kolmogorov-Smirnov**

Asumsi : sampelnya adalah sampel acak.

Statistik Uji : $T = \sup_x \left| F^*(x) - S(x) \right|$.

S(x) = fungsi distribusi empiris.

Tolak H_0 jika pada tingkat kepercayaan α , jika $T \geq w_{1-\alpha}$ (Conover, 1980).

- **Uji untuk Perbedaan Dua Rata-rata (Uji Mann-Whitney)**

Asumsi : sampelnya adalah sampel acak dan kedua sampel saling bebas.

Yang diuji pada uji Mann-Whitney ini adalah keberartian perbedaan pengaruh pada dua buah sampel bebas yang diambil dari satu atau dua buah populasi. Hipotesis yang akan diuji adalah :

H_0 : Tidak ada perbedaan peringkat untuk kedua cara

H_1 : Peringkat yang lebih tinggi akibat dari salah satu cara.

Misalkan X_1, X_2,…,X_n sampel acak untuk populasi pertama dan Y_1,Y_2,…,Y_m sampel acak untuk populasi kedua. Misalkan $R(X_i)$ adalah peringkat untuk X_i dan $R(Y_i)$ adalah peringkat untuk Y_i.

Sehingga hipotesis yang akan diuji adalah :

H_0 : E(X) = E(Y) lawan H_1 : E(X) ≠ E(Y) untuk uji dua arah.

Jika tidak ada yang sama peringkatnya atau hanya sedikit yang sama peringkatnya, maka statistik ujinya : $T = \sum_{i=1}^{n} R(X_i)$.

Jika banyak peringkat yang seri, maka statistik ujinya :

$$T_1 = \frac{T - n\frac{N+1}{2}}{\sqrt{\frac{nm}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N=n+m} R_i^2 - \frac{nm(N+1)^2}{4(N-1)}}} \; .$$

Tolak H_0 jika pada tingkat kepercayaan α , $T_1 < w_{\alpha/2}$ atau $T_1 > w_{1-\alpha/2}$ dengan $w_{1-\alpha/2} = n(N+1) - w_{\alpha/2}$ (Conover, 1980).

6. LANGKAH KERJA

- **Uji Khi-Kuadrat**

Setiap data mentah harus dibuat terlebih dahulu tabel distribusi frekuensinya secara manual dengan aturan Sturges, dan isi sel frekuensi setiap kelas tidak boleh kurang dari 5, kalau syarat ini tidak dipenuhi dua atau lebih kelas harus digabung, baru kemudian data kelas dengan frekuensinya ini yang dimasukkan ke dalam SPSS. Kemudian lakukan langkah berikut :

- ☐ Analyze
- ☐ Nonparametric Tests
- ☐ Chi-Square

- **Uji Kolmogorov-Smirnov**

Lakukan langkah berikut dengan SPSS :

- ☐ Analyze
- ☐ Nonparametric Tests
- ☐ 1-Sample K-S
- ☐ Pilih variabel yang mau diuji kenormalannya dan pastikan Test Distribution : Normal

- **Uji Mann-Whitney**
  - ☐ Analyze
  - ☐ Nonparametric Tests
  - ☐ 2 Independent-Samples

7. TUGAS

1. Ujilah kenormalan hasil ujian Statistika Dasar dua puluh mahasiswa berikut:

91	50	73	74	55
86	70	43	47	80
40	85	64	61	58
95	52	67	83	92

Gunakan taraf keberartian 5%.

2. Tujuh orang mahasiswa diajari Aljabar dengan metode lama, dan enam orang mahasiswa yang lainnya diajari dengan metode yang baru. Ujilah apakah metode baru yang diajarkan efektif meningkatkan hasil belajar mahasiswa atau tidak, dan gunakan taraf keberartian 10 %.

Metode	Hasil perolehan mahasiswa					
Lama	68	72	79	69	84	80	78
Baru	64	60	68	73	72	70	

Daftar Pustaka :

Conover, W. J. (1980). *Practical Nonparametric Statistics*. 2nd edition. New York: John Wiley & Sons.

SPSS for Windows Release 10.0.1. (1999).