

Pengujian Hipotesis

Oleh :

Dewi Rachmatin



Hipotesis

- Suatu anggapan yang mungkin benar atau tidak mengenai suatu populasi atau lebih
- Akan digunakan istilah diterima atau ditolak pada bagian ini
- Penolakan suatu hipotesis berarti menyimpulkan bahwa hipotesis itu tidak benar
- Penerimaan hipotesis menunjukkan bahwa tidak cukup petunjuk untuk mempercayai sebaliknya



Galat

Peluang	Kenyataan H_0 benar	Kenyataan H_0 salah
menolak H_0	α Galat tipe I (taraf keberartian)	$1 - \alpha$
menerima H_0	$1 - \beta$	β Galat tipe II (kuasa uji)

- Memperkecil galat jenis II akan menaikkan peluang melakukan galat jenis I
- Peluang melakukan kedua jenis galat dapat diperkecil dengan memperbesar ukuran sampel
- Daerah kritis = daerah penolakan H_0



Uji tentang Rataan

- Misalkan rata-rata berat mahasiswa pria di suatu PT berdistribusi normal dengan simpangan baku populasi 3,6 kg. Uji bahwa rata-rata berat mahasiswa pria tsb 68 kg lawan rata-rata berat mahasiswa tsb tidak sama dengan 68 kg. Jika diambil sampel berukuran 36 dan dihitung ternyata dengan rata-rata sampel 67 kg. Apa kesimpulan anda ? Pilih taraf keberartian : $\alpha = 5\%$.



Langkah Pengujian Hipotesis

1. Rumuskan hipotesis nol dan hipotesis tandingannya
2. Pilih taraf keberartian atau α
3. Pilih uji statistik yang sesuai dan cari daerah kritisnya
4. Hitunglah nilai statistik dari sampel acak ukuran n
5. Kesimpulan : tolak H_0 bila statisyyik tsb mempunyai nilai dalam daerah kritis ; jika tidak terima H_0 .



Solusi :

- Akan diuji $H_0 : \mu = 68 (\mu_0)$ vs $H_1 : \mu \neq 68$
- Dibawah H_0 : $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

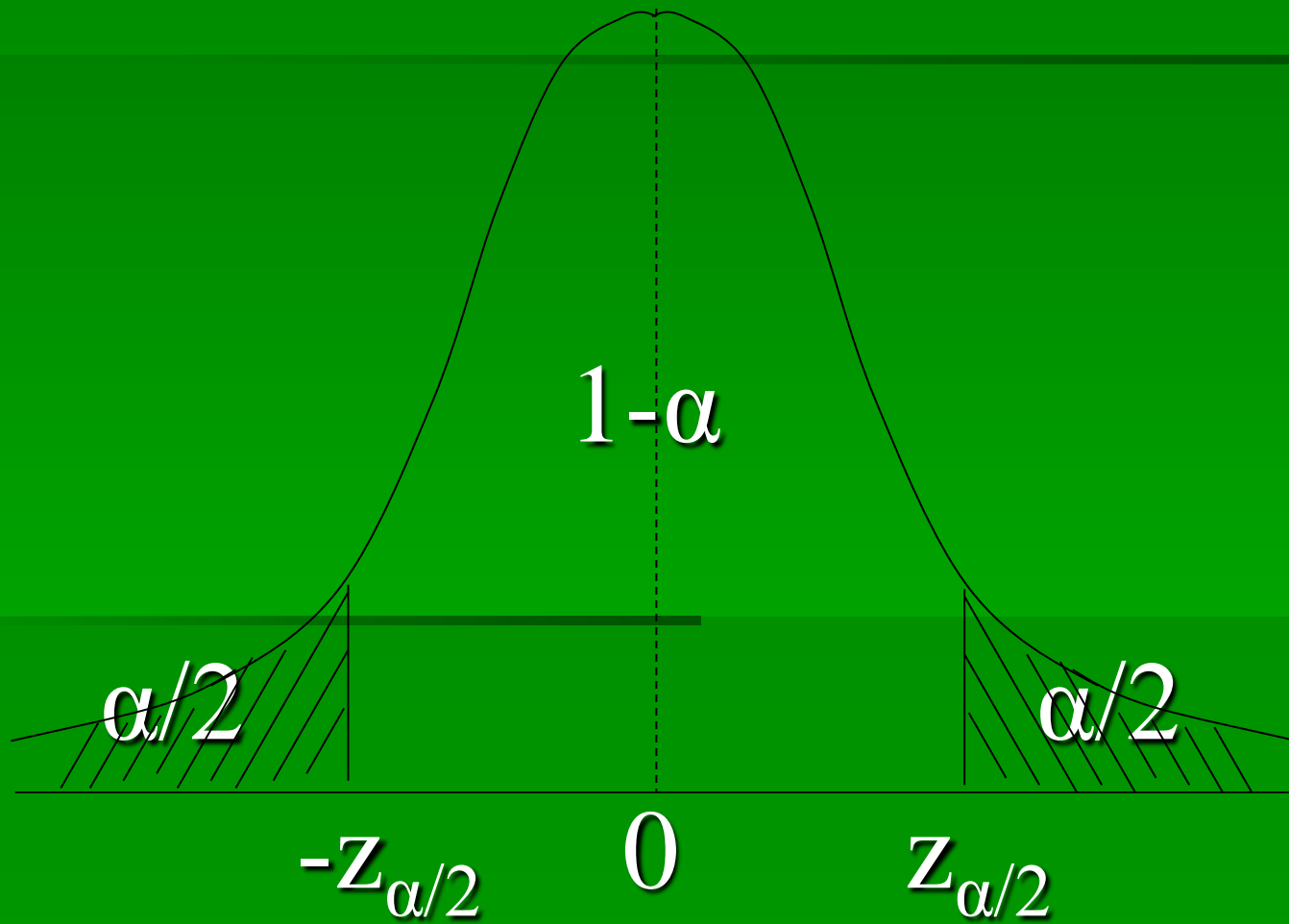
Jika dipilih $\alpha = 5\%$, maka berarti :

$$\alpha = P(Z < -z_{\alpha/2} \mid H_0 \text{ benar}) \\ + P(Z > z_{\alpha/2} \mid H_0 \text{ benar})$$



- Dari tabel : $z_{\alpha/2} = z_{0,025} = 1,96$
- z hitung = $(\bar{x} - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n})$
 $= (67 - 68) / (3,6 / 6) = 1,67$
- Karena z hitung $< z_{\alpha/2}$, maka H_0 diterima
“ z hitung masuk dalam daerah penerimaan
yaitu daerah diantara $-z_{\alpha/2}$ dan $z_{\alpha/2}$ ”





- Contoh tadi merupakan uji dua arah karena ada dua daerah penolakan yaitu $Z > z_{\alpha/2}$ untuk $\mu > \mu_0$ (kanan) dan $Z < -z_{\alpha/2}$ untuk $\mu < \mu_0$ (kiri).
- Uji satu arah :
 - (i) $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu > \mu_0$
 - (ii) $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu < \mu_0$



Uji Satu Arah

- Rata-rata waktu yang diperlukan siswa untuk mendaftar pada permulaan kuliah baru di suatu PT pada waktu lalu adalah 50 menit dengan simpangan baku 10 menit. Suatu cara pendaftaran baru dengan menggunakan komputer yang sedang dicobakan. Bila sampel acak dengan 12 mahasiswa membutuhkan rata-rata mendaftarkan diri 42 menit dengan simpangan baku 11,9 menit menggunakan cara baru, ujilah hipotesis bahwa rata-rata populasi sekarang lebih kecil dari 50 dengan menggunakan taraf keberartian 0,05 dan 0,01. Anggap populasi waktu mendaftar berdistribusi normal.



Uji Selisih Rata-rata

- Suatu percobaan dilakukan untuk membandingkan keausan karena gosokan dua bahan yang dilapisi. Dua belas potong bahan 1 diuji dengan memasukkan tiap potong bahan ke dalam mesin pengukur aus. Sepuluh potong bahan 2 diuji dengan cara yang sama dan diamati. Sampel bahan 1 memberikan rata-rata keausan (setelah disandi) sebanyak 85 satuan dengan simpangan baku 4. Sedang bahan 2 rata-ratanya 81 dan simpangan baku 5. Uji hipotesis bahwa kedua jenis bahan memberikan rata-rata keausan yang sama pada taraf keberartian 0,10. Anggap kedua populasi hampir normal dengan variansi sama.



Uji tentang Sampel yang Berpasangan

- Lima sampel zat yang mengandung besi diuji untuk menentukan apakah ada perbedaan kandungan besi antara analisis kimia secara lab dengan analisis pendar flour sinar-X. Tiap sampel dibagi menjadi dua anak sampel dan kedua jenis analisis digunakan. Berikut data yang telah disandi menunjukkan kandungan besi

	1	2	3	4	5
X	2,0	2,0	2,3	2,1	2,4
Kim	2,2	1,9	2,5	2,3	2,4



Uji Simpangan Baku

- Suatu pengusaha pembuat baterai mobil menyatakan umur baterainya berdistribusi normal dengan simpangan baku sama dengan 0,9 tahun. Bila sampel acak sebesar 10 baterai mempunyai simpangan baku 1,2 tahun, apakah simpangan baku lebih dari 0,9 tahun? Gunakan $\alpha = 5\%$.



Ukuran Sampel untuk Menguji Rataan

- Hipotesis : $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu > \mu_0$
dengan taraf keberartian α dan σ^2

- Kuasa Uji :
$$1 - \beta = P \left[\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} > z_\alpha \mid H_1 \text{ benar} \right]$$
$$= P \left[\frac{\bar{X} - (\mu_0 + \delta)}{\sigma / \sqrt{n}} > z_\alpha - \frac{\delta}{\sigma / \sqrt{n}} \mid \mu = \mu_0 + \delta \right]$$

- Di bawah H_1 :
$$Z = \frac{\bar{X} - (\mu_0 + \delta)}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$



Untuk uji satu arah :

$$1 - \beta = P \left[Z > z_{\alpha} - \frac{\delta \sqrt{n}}{\sigma} \right]$$

$$-z_{\beta} = z_{\alpha} - \frac{\delta \sqrt{n}}{\sigma} \Leftrightarrow n = \frac{(z_{\alpha} + z_{\beta})^2 \sigma^2}{\delta^2}$$



- Misalkan hipotesis yang diuji :

$$H_0 : \mu = 68 \text{ vs } H_1 : \mu > 68$$

dengan $\alpha = 5\%$, bila $\sigma = 5$.

Hitung ukuran sampel yang diperlukan jika kuasa uji tersebut 95% bila rata-rata sesungguhnya 69.



Uji tentang Proporsi

- Suatu pabrik mengeluarkan suatu pernyataan bahwa 90% dari barang produksinya tidak cacat. Suatu peningkatan proses sedang dicobakan dan menurut mereka akan menurunkan proporsi yang cacat di bawah 10% yang sekarang. Dalam suatu percobaan dengan 100 barang yang dihasilkan dengan proses baru tsb ternyata ada 5 yang cacat. Apakah kenyataan ini cukup untuk menyimpulkan bahwa telah ada peningkatan proses ? Gunakan taraf keberartian 0,05.



- Misalkan $H_0 : p = p_0$ vs $H_1 : p > p_0$
- Jika n cukup besar dapat digunakan hampiran normal, sehingga di bawah H_0 :

$$Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}} = \frac{X - np_0}{\sqrt{np_0 q_0}} \sim N(0,1)$$

- Tolak H_0 jika $z = \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0 q_0}} > z_\alpha$



Uji tentang Selisih Dua Proporsi

- Misalkan $H_0 : p_1 = p_2$ vs $H_1 : p_1 > p_2$ atau $p_1 < p_2$ atau $p_1 \neq p_2$
- Jika n_1 dan n_2 cukup besar dapat digunakan hampiran normal :

$$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}$$

- Tolak H_0 jika z jatuh di daerah kritis



Pengujian Dua Sampel Terikat dan Kedua Variansi Tidak Diketahui

- Jika skor postes dianggap tidak lepas dari pengaruh pretes, artinya seseorang yang hanya menempuh postes ada kemungkinan nilainya akan lebih jelek bila orang itu tidak menempuh pretes. (Ruseffendi, 1998).
- Simpangan baku untuk selisih antara dua buah rataan yg bergantungan :

$$\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{(\sigma_{\bar{X}}^2 + \sigma_{\bar{Y}}^2 - 2\rho_{XY}\sigma_X\sigma_Y)}$$

σ_X = simpangan baku dari rataan X

σ_Y = simpangan baku dari rataan Y

ρ_{XY} = koef. kor. populasi dari pasangan X dan Y

sehingga nilai hampirannya :

$$s_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{\left(s_{\bar{X}}^2 + s_{\bar{Y}}^2 - 2r s_{\bar{X}}s_{\bar{Y}}\right)}$$

- Statistik ujinya di bawah H_0 berdistribusi normal baku :

$$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{s_{\bar{X}-\bar{Y}}} \sim N(0,1)$$

- Analisis Regresi

