DISTRIBUSI SAMPLING

Oleh :

Dewi Rachmatin

Distribusi Rata-rata

Misalkan sebuah populasi berukuran hingga N dengan parameter rata-rata μ dan simpangan baku σ. Dari populasi ini diambil sampel acak berukuran n, jika tanpa pengembalian maka ada $\binom{N}{n}$ buah sampel yang berlainan.

Jika pada tiap sampel yang berlainan tsb diambil rata-ratanya maka diperoleh $\binom{N}{n}$ rata-rata.

Dari kumpulan rata-rata tsb dapat dihitung rata-rata dan simpangan bakunya.

Rata-rata yang diperoleh dari kumpulan data baru tsb adalah $\mu_{\overline{X}}$ dan simpangan bakunya adalah $\sigma_{\overline{X}}$. Berlaku :

(n/N) > 5% $\quad \mu_{\overline{X}} = \mu \text{ dan } \sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}$

Jika N cukup besar dibandingkan n, maka :

(n/N) ≤ 5% $\quad \mu_{\overline{X}} = \mu \text{ dan } \sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

- $\sigma_{\overline{X}}$: ukuran variasi rata-rata sampel sekitar rata-rata populasi atau besarnya perbedaan rata-rata yang diharapkan dari sampel ke sampel
- $\sigma_{\overline{X}}$ dinamakan kekeliruan standar rata-rata
- Menurut dalil limit pusat : jika n cukup besar, maka distribusi rata-rata sampel mendekati distribusi normal
- Akibatnya : untuk n $\geq$30 pendekatan normal dapat digunakan

- Apabila dari populasi diketahui variansi dan perbedaan antara rata-rata dari sampel ke sampel diharapkan tidak lebih dari sebuah harga d yang ditentukan maka berlaku :

$$\sigma_{\bar{X}} \leq d \text{ atau } \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq d$$

Distribusi Proporsi

Misalkan sebuah populasi berukuran hingga N di dalamnya terdapat peristiwa A sebanyak Y, maka parameter proporsi peristiwa A sebesar $\mu = Y/N$.

Dari populasi ini diambil sampel acak berukuran n dan dimisalkan di dalamnya ada peristiwa A sebanyak X, maka proporsi peristiwa A dalam sampel $= X/n$.

- Jika semua sampel yang mungkin diambil dari populasi tsb maka diperoleh sekumpulan harga-harga statistik proporsi.
- Untuk (n/N) > 5% : rata-rata : $\mu_{X/n} = \pi$
  simpangan bakunya :

$$\sigma_{X/n} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

- Untuk (n/N) ≤ 5% : rata-rata : $\mu_{X/n} = \pi$
  simpangan baku : $\sigma_{X/n} = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$

- Untuk n ≥30 pendekatan normal dapat digunakan, sehingga :

$$Z = \frac{X/n - \pi}{\sigma_{X/n}} \sim N(0,1)$$

- Apabila dari populasi diketahui variansi dan perbedaan antara proporsi dari sampel ke sampel diharapkan tidak lebih dari sebuah harga d yang ditentukan maka berlaku :

$$\sigma_{X/n} \leq d$$

Distribusi Simpangan Baku

- Misalkan sebuah populasi berukuran hingga N, dari populasi ini diambil sampel acak berukuran n, lalu untuk setiap sampel dihitung simpangan bakunya yaitu S. Dari kumpulan sampel dihitung rata-ratanya yaitu μ_S dan simpangan bakunya σ_S .
- Untuk n ≥ 100, distribusi simpangan baku sangat mendekati distribusi normal dengan rata-rata : $\mu_S = \sigma$ dan simpangan baku : $\sigma_S = \dfrac{\sigma}{\sqrt{2n}}$

- Transformasi yang diperlukan untuk membuat distribusi normal baku :

$$Z = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \sim N(0,1)$$

Distribusi Median

- Jika populasi berdistribusi normal atau hampir normal, maka untuk sampel acak berukuran n ≥ 30, maka distribusi median akan mendekati distribusi normal dengan rata-rata : $\mu_{Me} = \mu$ dan simpangan baku :

$$\sigma_{Me} = \frac{1{,}2533\sigma}{\sqrt{n}}$$

dengan μ dan σ merupakan parameter populasi.

Distribusi Selisih Rata-rata

Misalkan ada dua populasi masing-masing berukuran N_1 dan N_2. Populasi kesatu mempunyai rata-rata μ_1 dan simpangan baku σ_1, sedangkan populasi kedua mempunyai rata-rata μ_2 dan simpangan baku σ_2 .

Dari populasi kesatu diambil secara acak sampel-sampel berukuran n_1 dan dari populasi kedua diambil secara acak sampel-sampel berukuran n_2.

- Untuk populasi kesatu digunakan peubah X, dan untuk populasi kedua digunakan peubah Y.
- Dari sampel-sampel tadi dihitung rata-ratanya dan diperoleh :

$$\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots, \overline{X}_k \text{ dan } \overline{Y}_1, \overline{Y}_2, \ldots, \overline{Y}_r$$

- Dengan k banyak sampel yang dapat diambil dari populasi kesatu dan r banyak sampel yang dapat diambil dari populasi kedua

- Bentuk selisih antara rata-rata dari sampel ke sampel pada kumpulan kesatu dan rata-rata dari sampel ke sampel pada kumpulan kedua, sehingga didapat kumpulan selisih rata-rata :

  $\overline{X}_i - \overline{Y}_j$ dengan i=1,2,…,k dan j=1,2,…,r.
- Untuk N_1 dan N_2 yang cukup besar dan sampel-sampel acak diambil secara independen satu sama lain diperoleh :

$$\mu_{\overline{X}-\overline{Y}} = \mu_1 - \mu_2 \text{ dan } \sigma_{\overline{X}-\overline{Y}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

- Diperoleh juga :

$\overline{Y}_j - \overline{X}_i$ dengan i=1,2,…,k dan j=1,2,…,r.

- Berlaku :

$$\mu_{\overline{Y}-\overline{X}} = \mu_2 - \mu_1 \text{ dan } \sigma_{\overline{Y}-\overline{X}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$\mu_{\overline{X}+\overline{Y}} = \mu_1 + \mu_2 \text{ dan } \sigma_{\overline{X}+\overline{Y}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

- Transformasi yang diperlukan untuk membuat distribusi normal baku :

$$Z = \frac{\left(\overline{\mathrm{X}} - \overline{\mathrm{Y}}\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sigma_{\overline{\mathrm{X}} - \overline{\mathrm{Y}}}} \sim N(0,1)$$

- Jika variansi kedua populasi sama dan tidak diketahui gunakan :

$$T = \frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{n_1 + n_2 - 2}$$

Simpangan baku sampel gabungan untuk kedua populasi

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Cara Sandi untuk Selisih Rataan

- Misalkan $\bar{X} - \bar{Y} = \bar{D}$, μ_1-μ_2=μ_D dan S_d simpangan baku selisih yang membentuk sampel, jika populasi dianggap normal maka

$$T = \frac{\bar{D} - \mu_D}{S_d / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

- Selang kepercayaan (1-α)100% untuk μ_D :

$$\bar{d} - t_{\alpha/2} \frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_d < \bar{d} + t_{\alpha/2} \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

Distribusi Selisih Proporsi

Misalkan ada dua populasi masing-masing berdistribusi binomial, keduanya berukuran cukup besar. Jika proporsi terjadinya peristiwa A pada populasi kesatu π_1 dan pada populasi kedua π_2. Dari populasi kesatu diambil secara acak sampel-sampel berukuran n_1 dan dari populasi kedua diambil secara acak sampel-sampel berukuran n_2.

- Bentuk selisih antara proporsi dari sampel ke sampel pada kumpulan kesatu dan rata-rata dari sampel ke sampel pada kumpulan kedua, sehingga didapat kumpulan selisih proporsi : $\frac{X_i}{n_1} - \frac{Y_j}{n_2}$ dengan i=1,2,…,k dan j=1,2,…,r.
- Rata-rata selisih proporsi : $\mu_{sp} = \pi_1 - \pi_2$
- Simpangan baku selisih proporsi :

$$\sigma_{sp} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

- Teori Penaksiran