Dosen

LAPORAN PENELITIAN

ESTIMASI FUNGSI REGRESI DENGAN MENGGUNAKAN WAVELET

Oleh :
Drs. Bambang Avip Priatna Martadiputra., M.Si
Dewi Rachmatin., S.Si., M.Si.

Dibiayai oleh Proyek Peningkatan Kualitas Sumber Daya Manusia
Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional
Nomor : 014/LIT/BPPK-SDM/III/2001
Tanggal 15 Maret 2001

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
:ULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN A
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA
2001

LEMBAR PENGESAHAN

1. Judul Penelitian		: Estimasi Fungsi Regresi Dengan Menggunakan Wavelet
2. Kepala Proyek Penelitian		
	a. Nama Lengkap	: Drs. Bambang Avip Priatna M, M.Si.
	b. Pangkat/Gol/NIP	: Penata/III-c/131911637
	c. Jabatan	: Lektor
	d. Fakultas/Jurusan	: FPMIPA/Pendidikan Matematika
	e. Universitas	: Universitas Pendidikan Indonesia
3. Jumlah Peneiitian		: 2 (dua) orang
4. Lokasi Penelitian		: Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI
5. Jangka Waktu Penelitian		: 12 bulan
6. Biaya Penelitian		: Rp 3.800.000,- *(Tiga juta delapan ratus ribu rupiah)*

Bandung, November 2001
Kepala Proyek Penelitian,

Mengetahui :
Dekan FPMIPA UPI,

Drs. Harry Firman, M.Pd.
NIP. 130514761

Drs. Bambang Avip P M, M.Si.
NIP. 131911637

Mengetahui
Ketua Lembaga Penelitian UPI,

DR. H. Muhammad Ali, M.Pd., MA.
NIP. 130809424

ABSTRAK

Judul : Estimasi Fungsi Regresi Dengan Menggunakan Wavelet

Misalkan diberikan suatu model regresi nonparametrik standar

$$Y_j = r(x_j) + \varepsilon_j ; \mathrm{j} = 1,2,\ldots,\mathrm{n} \, , \varepsilon_\mathrm{j} \sim iid\ \mathrm{N}(0,\sigma^2) \qquad \ldots (1)$$

dengan fungsi regresi r tidak diketahui.

Jika diasumsikan bahwa $x_1 . x_2 ,\ldots, x_n$ terletak pada ruang yang sama dan tanpa mengurangi keumuman, misalkan $x_j = \frac{j}{n}$ untuk j = 1, 2, ..., n terletak pada interval satuan [0,1] maka estimator wavelet untuk proyeksi r pada ruang aproksimasi V_j, yaitu

$$\hat{r}_j(u) = \sum_{k \in Z} \hat{c}_{j,k} \phi_{j,k}(u) \qquad \ldots (2)$$

Ini adalah versi wavelet untuk estimator deret orthogonal klasik menggunakan basis $\{\phi_{j,k} ; k \in Z\}$. Karena estimator deret orthogonal wavelet ini ekuivalen dengan estimator kernel berdasarkan wavelet maka diperoleh :

$$\hat{r}_j(u) = \sum_{\mathbf{j}=\mathbf{1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{Y}_\mathbf{j} \int_{\frac{j-1}{n}}^{\frac{j}{n}} E_j(u,v)dv \qquad \ldots (3)$$

dengan $$E_j(u,v) = \sum_{k \in Z} \phi_{j,k}(u) \phi_{j,k}(v) \qquad \ldots (4)$$

adalah kernel wavelet yang didefinisikan oleh Mayer (1990)

dan $$\phi_{j,k}(u) = 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j u - k) ; \mathbf{k} \in \mathbf{Z} \qquad \ldots (5)$$

adalah fungsi skala yang didilasi dan ditranslasi untuk suatu keluarga tertentu dari

Berdasarkan hasil analisis lebih lanjut diketahui bahwa estimator wavelet (3) bersifat takbias asimtotik. Seperti dalam estimator deret orthogonal diketahui bahwa kenaikkan jumlah j dalam estimator wavelet akan menurunkan kualitas penghalusan. Suatu kernel wavelet $E_j(u,v)$ menjadi terbatas untuk j yang besar. Sama halnya seperti estimasi dengan menggunakan sebuah bandwidth kecil untuk estimator kernel standar.

Estimator wavelet (3) mempunyai keuntungan jika dibandingkan dengan estimator yang diperoleh dengan menggunakan metode-metode klasik untuk estimasi fungsi regresi nonparametric, seperti metode kernel atau metode deret orthogonal. Salah satu keuntungannya adalah tingkat asimtotis untuk konvergensi estimator wavelet dipenuhi untuk syarat-syarat yang lebih lemah pada fungsi-fungsi yang mendasari dalam memperoleh hasil yang sama untuk jenis-jenis fungsi yang diperhalus. Hal ini terjadi karena basis wavelet menyesuaikan letak dan skalanya terhadap data yang diaproksimasi sehingga wavelet dapat menangani masalah-masalah local dari fungsi yang diestimasi, seperti diskontinu dalam derivatif, berbentuk paku (shape spike), dan diskontinu dalam fungsi itu sendiri yang tidak dapat ditangani oleh basis Fourier.

Keuntungan kedua dari estimator wavelet adalah lebih mudah dalam persoalan pemilihan j daripada persoalan pemilihan bandwidth b untuk estimator kernel (dalam Odgen (1997), h. 57). Hal ini terjadi karena suatu bandwidth b secara esensial akan direduksi menjadi suatu bentuk $\mathbf{2}^{-j}$ dengan $j < (\frac{1}{2})\ {}^{2}\log n$ untuk meminimalkan fungsi validasi silang (cross validation function), yaitu

$$CV(j) = n^{-1} \sum_{j=1}^{n} \left(Y_j - \hat{r}_{(j)}(t_j)\right)^2 \qquad \ldots (6)$$

dengan $\hat{r}_{(j)}(t)$ adalah estimator yang diperoleh dengan menilai $\hat{r}$ sebagai suatu fungsi dari j dan t tanpa mengikutkan titik data ke-j. Sehingga dalam aplikasi untuk ukuran sampel antara 100 dan 200 cukup untuk dicoba j = 3, 4, dan 5 (dalam Antoniadis (1994), h. 1348). Keuntungan lainnya dari estimasi fungsi regresi menggunakan wavelet adalah akan diperoleh bentuk estimator yang lebih sederhana; lokalisasi waktu-frekwensi yang sangat bagus dan algoritma perhitungannya juga cepat.