VARIABEL KOMPLEKS

SUMANANG MUHTAR GOZALI

KBK ALJABAR & ANALISIS

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

BANDUNG

2009

DAFTAR ISI

BAB 1

Sistem Bilangan Kompleks ($\mathbb{C}$)

Pada bab pertama ini kita akan mempelajari struktur bilangan kompleks, dimulai dengan definisi dan sifat-sifat aljabar kemudian ...

1.1 Pendahuluan

Pada sistem bilangan real kita tidak mengenal konsep akar dari suatu bilangan negatif. Sekarang kita mendefinisikan bilangan $i = \sqrt{-1}$, atau $i^2 = -1$. Selanjutnya, kita mendefinisikan himpunan bilangan kompleks sebagai

$$\mathbb{C} = \{x + yi \ : \ x, y \in \mathbb{R}\}.$$

Untuk kemudahan penulisan notasi, kita akan sering menggunakan notasi $z = (x, y)$ untuk $z = x + yi$.

Misalkan $z = x + yi \in \mathbb{C}$, kita menyebut x sebagai bagian real dari z, dinotasikan dengan $Re\ z$, dan y kita sebut bagian imajiner dari z, dinotasikan dengan $Im\ z$. Jika bagian imajiner suatu bilangan kompleks adalah nol, maka kita peroleh suatu bilangan real. Dengan demikian kita memandang sistem bilangan real sebagai subhimpunan di sistem bilangan kompleks.

Sebagaimana pada sistem bilangan real, pada sistem bilangan kompleks $\mathbb{C}$ kita dapat mendefinisikan operasi penjumlahan dan perkalian. Misalkan $z_1 = x_1 + y_1 i$, $z_2 = x_2 + y_2 i$ keduanya di $\mathbb{C}$. Kita mendefinisikan penjumlahan dan perkalian dari z_1 dan z_2 melalui

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)i$$

$$z_1z_2 = (x_1x_2 - y_1y_2) + (x_1y_2 + x_2y_1)i.$$

Selanjutnya, kita mendefinisikan invers penjumlahan dari z, sebagai $-z = (-x) + (-y)i$. Dengan mudah kita dapat memeriksa kesamaan $z + (-z) = 0$.

Jika $z = x + yi \neq 0$, kita mendefinisikan invers z terhadap perkalian sebagai

$$z^{-1} = \frac{x}{x^2 + y^2} + \frac{-y}{x^2 + y^2}\, i$$

1.2 Sifat-sifat Aljabar Bilangan Kompleks

Untuk semua $a, b, c \in \mathbb{C}$, operasi penjumlahan dan perkalian memenuhi semua sifat berikut:

Sifat Ketertutupan $a + b$ dan $a.b$ keduanya adalah elemen di $\mathbb{R}$

SifatKomutatif $a + b = b + a, \quad a.b = b.a$

Sifat Asosiatif $(a + b) + c = a + (b + c), \ \ (a.b).c = a.(b.c)$

Sifat Distributif $a.(b + c) = a.b + a.c$ dan $(b + c).a = b.a + c.a$

Eksistensi Identitas Penjumlahan Terdapat $0 \in \mathbb{C}$ sehingga $0 + a = a$.

Eksistensi Identitas Perkalian Terdapat elemen $0 \neq 1 \in \mathbb{C}$ sehingga $1.a = a$ untuk semua $a \in \mathbb{C}$

Eksistensi Invers Penjumlahan Untuk setiap $a \in \mathbb{C}$ terdapat $-a \in \mathbb{C}$ sehingga $a + (-a) = 0$.

Eksistensi Invers Perkalian Untuk setiap $x \neq 0$ di $\mathbb{C}$ terdapat satu elemen $x^{-1} \in \mathbb{C}$ sehingga $x.\frac{1}{x} = 1$.

Latihan

1.

2.

3.

4.

1.3 Interpretasi Geometris

1.4 Ketaksamaan Segitiga

1.5 Bentuk Polar

Latihan

1.

2.

3.

1.6 Bentuk Eksponensial

1.7 Pangkat dan Akar

BAB 2

Fungsi Analitik

2.1 Fungsi dengan variabel kompleks

2.2 Limit

2.3 Kekontinuan

2.4 Turunan

Latihan

2.5 Persamaan Cauchy-Riemann

Latihan

1.

2.

3.

2.6 Fungsi Analitik

Latihan

1.

2.

3.

2.7 Fungsi Harmonik

BAB 3

Fungsi Elementer

Pada bab ini ...

3.1 Fungsi Eksponen

Latihan

1.

2.

3.

3.2 Fungsi Trigonometri

Latihan

1.

2.

3.

3.3 Fungsi Logaritma

Latihan

1.

2.

3.

3.4 Eksponen Kompleks

BAB 4

Integral di $\mathbb{C}$

4.1 Fungsi Bernilai Kompleks

4.2 Integral Lintasan

Latihan

1.

2.

3.

4.3 Anti-Turunan

Latihan

1.

2.

3.

4.4 Formula Cauchy

Latihan

1.

2.

3.

BAB 5

Deret di $\mathbb{C}$

5.1 Kekonvergenan Barisan dan Deret

Latihan

1.

2.

3.

5.2 Deret Taylor

Latihan

1.

2.

3.

5.3 Deret Laurent

Latihan

1.

2.

3.

5.4 Kekonvergenan Mutlak

Latihan

1.

2.

3.

BAB 6

Teori Residu

6.1 Residu

Latihan

1.

2.

3.

6.2 Teorema Residu

Latihan

1.

2.

3.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bartle, R.G. (1985), *Introduction to Real Analysis*, John Wiley & Sons. Inc.

[2] Churchill, Ruel V. (1978), *Compleks Variables and Applications*, McGRAW-HILL.

[3] Wade, W.R. (2000), *An Introduction to Analysis*, Prentice Hall.

[4] Zeidler, Eberhard (1995), *Applied Functional Analysis*, Springer-Verlag New York, Inc.