BENTUK AUTOMORFISMA DOMAIN-DOMAIN BERLUBANG

Sumanang Muhtar Gozali

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

Beberapa Notasi:

1. $\mathbf{E}^{\times} = \{z \in \mathbf{C} \mid 0 < |z| < 1\}$

2. $\mathbf{H} = \{z \in \mathbf{C} \mid \text{Im } z > 0\}$

3. $Aut_M\mathbf{D} = \{f \in Aut\mathbf{D} \mid f(M) = M\},\ M \subset D$

Definisi 1 *Misalkan D suatu domain di $\mathbf{C}$, $A \subset D$ tutup dan f holomorfik di $D \setminus A$. f dikatakan dapat diperluas secara kontinu (holomorfik) atas A jika $f = F|(D \setminus A)$ untuk suatu fungsi kontinu (holomorfik) $F : D \longrightarrow \mathbf{C}$*

Teorema 2 $\{$*Riemann Continuation*$\}$
Misalkan A *bersifat tutup dan diskrit di* D *dan* $f : D \setminus A \longrightarrow \mathbf{C}$ *holomorfik. Maka pernyataan-pernyataan berikut ekivalen:*

i. f *dapat diperluas secara holomorfik atas* A

ii. f *dapat diperluas secara kontinu atas* A

iii. f *terbatas di suatu lingkungan dari setiap titik di* A

Teorema 3 *Jika D terbatas dan tidak mempunyai titik batas terisolasi maka untuk setiap subhimpunan diskrit dan relatif tutup* $A \subseteq D$ *berlaku* $\mathit{Aut}_A D \simeq Aut(D \backslash A)$

Akibat 4

$$Aut\mathbf{E}^{\times} = Aut_0\mathbf{E}$$

Teorema 5 *Misalkan* $A \subset \mathbf{E}^{\times}, A \neq \emptyset, |A| < \infty$. *Maka terdapat monomorfisma grup:*

$$\pi : Aut(\mathbf{E}^{\times} \setminus A) \longrightarrow Perm(A \cup \{0\})$$

Akibat 6 *Pemetaan* $g(z) = \frac{z-c}{\bar{c}z-1}$ *adalah satu-satunya automorfisma non-identitas di* $\mathbf{E}^{\times} \setminus \{c\}$

Definisi 7 *Suatu domain* $D \subset \mathbf{C}$ *dikatakan rigid jika* $Aut(D) = \{id\}$

Akibat 8 *Misalkan* $a, b \in \mathbf{E}^{\times}, a \neq b$*. Maka* $Aut(\mathbf{E}^{\times} \setminus \{a, b\}) \neq \{id\} \Leftrightarrow$ *paling sedikit satu dari empat hubungan berikut terpenuhi:*

1. $a = -b$
2. $2b = a + \bar{a}b^2$
3. $2a = b + \bar{b}a^2$
4. $|a| = |b|$ *dan* $a^2 + b^2 = ab(1 + |b|^2)$

Contoh 9 *(Daerah Rigid)*

$$\mathbf{E}^{\times} \setminus \{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\}$$