

Beberapa Catatan Tentang Perkuliahan Aljabar

Sumanang Muhtar Gozali

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

1. Aljabar Matriks

Materi: Operasi pada matriks, SPL, Determinan, dan Ruang R^n .

Catatan:

- a. Secara umum mahasiswa tidak mengalami kesulitan mengikuti perkuliahan ini. Hal ini karena konsep-konsep yang disampaikan relatif sederhana serta lebih banyak memuat aspek-aspek komputasi.
- b. Yang perlu mendapat penekanan adalah kaitan antara berbagai konsep. Sebagai contoh adalah kaitan antara eksistensi solusi SPL dengan nilai determinan matriks diperbesar. Disamping itu mahasiswa juga harus mahir mendapatkan solusi SPL homogen serta menuliskannya dalam bentuk kombinasi dari vector-vektor basis ruang solusi. Ini akan memudahkan mereka menuliskan basis ruang eigen.
- c. Mahasiswa perlu dilatih kemahiran menghitung determinan matriks dengan menggunakan teknik OBE serta sifat-sifat determinan. Ini akan membantu penguasaan topik diagonalisasi pada perkuliahan selanjutnya.
- d. Disamping itu perlu disampaikan pula interpretasi geometris dari nilai determinan.

2. Aljabar Linier (Elementer)

Materi: Ruang vektor, Ruang hasil kali dalam (RHD), Transformasi linier, Diagonalisasi.

Catatan:

- a. Ruang vector merupakan konsep yang abstrak. Ada baiknya jika kita mereviu bahasan ruang \mathbb{R}^2 dan \mathbb{R}^3 untuk kemudian melangkah ke contoh yang lebih abstrak. Dengan demikian kita telah mengenalkan struktur yang merupakan perumuman dari \mathbb{R}^n .
- b. Topik yang perlu mendapat penekanan adalah subruang, kebebasan linier, memperluas himp. bebas linier menjadi basis, koordinat vektor terhadap suatu basis, ruang baris dan ruang kolom.
- c. Esensi dari hasil kali dalam adalah perumuman dari perkalian titik. Dengan demikian kita dapat mendefinisikan panjang, sudut, proyeksi, luas jajaran genjang di sebarang ruang hasil kali dalam. Disamping itu mahasiswa harus paham betul tentang keistimewaan basis ortonormal serta cara mendapatkannya.
- d. Inti dari bab Transformasi Linier adalah korespondensi antara Transformasi Linier dengan matriks berukuran $m \times n$. Oleh karena itu mahasiswa harus ditekankan pada penguasaan matriks transformasi serta cara mendapatkannya. Disamping itu harus ditekankan pula kaitan (range - ruang kolom – surjektifitas). Dengan mengubah matriks transformasi menjadi bentuk eselon baris kita langsung mengetahui apakah transformasi itu injektif, surjektif, satu-satu, serta mendapatkan basis range.
- e. Pada bab Diagonalisasi, yang perlu ditekankan adalah kaitan pokok antara (sub) ruang eigen dengan ruang solusi SPL homogen. Selain itu mahasiswa harus paham betul mengenai kriteria keterdiagonalan matriks.

3. Aljabar Linier Lanjut

Mata kuliah ini merupakan kelanjutan dari ALE. Saya cenderung untuk menjadikan kuliah ini sebagai pengokohan konsep-konsep di ALE serta melatih kemampuan berpikir matematis tingkat tinggi. Oleh karena itu topic-topik yang diajarkan secara umum sama dengan di kuliah ALE. Perbedaannya adalah penekanan pada pembuktian berbagai teorema (sifat), kaitan antara berbagai topic, serta penambahan topic-topik baru. Secara umuman topic-topik sebagai berikut:

- a. Ruang Vektor
 1. Pengenalan ruang vector berdimensi tak hingga serta contoh-contoh penting (ruang polinom, ruang barisan, ruang fungsi)
 2. Definisi kombinasi linier, kebebasan linier, basis serta teorema-teorema penting.
 3. Hasil tambah langsung
 4. Pemetaan Linier
 5. Endomorfisma
 6. Ruang kuosien: Teorema homomorfisma
- b. Ruang Hasil Kali Dalam
 1. Hasil kali dalam dengan nilai di lapangan bilangan kompleks
 2. Komplemen orthogonal dan proyeksi
- c. Ruang Dual
 1. Fungsional linier
 2. Fungsional linier di RHD dan teorema Riesz
 3. Proyektor ortogonal
- d. Ruang Eigen dan Diagonalisasi
 1. Definisi dan sifat
 2. Multiplisitas
 3. Teorema Spektral

Referensi:

1. Aljabar Linier –Achmad Arifin- ITBPress
2. Linear Algebra –Bill Jacob