

DIMENSI TIGA 1

Standar Kompetensi:

Menentukan kedudukan, jarak, dan besar sudut yang melibatkan titik, garis, dan bidang dalam ruang dimensi tiga.

Kompetensi Dasar:

1. Menentukan kedudukan titik, garis, dan bidang dalam ruang dimensi tiga.
2. Menggambar bangun ruang.
3. Menentukan irisan bangun ruang.

1. KEDUDUKAN TITIK, GARIS, DAN BIDANG DALAM RUANG DIMENSI TIGA

1.1 Pengertian Titik, Garis, dan Bidang

Titik

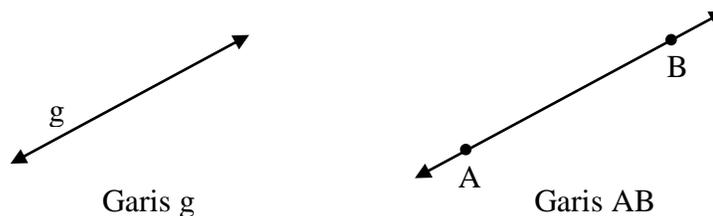
Titik adalah unsur geometri yang paling sederhana. Akan tetapi “titik” bukan main pentingnya, sebab semua unsur lainnya terdiri dari titik-titik. Titik adalah sesuatu yang punya kedudukan, tetapi titik tidak punya ukuran. Titik biasanya direpresentasikan dengan sebuah noktah “.”, dan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital seperti A, B, atau C, dan seterusnya. Pada gambar 1.1 diperlihatkan dua buah titik, yaitu titik B dan titik Q.



Gambar 1.1

Garis

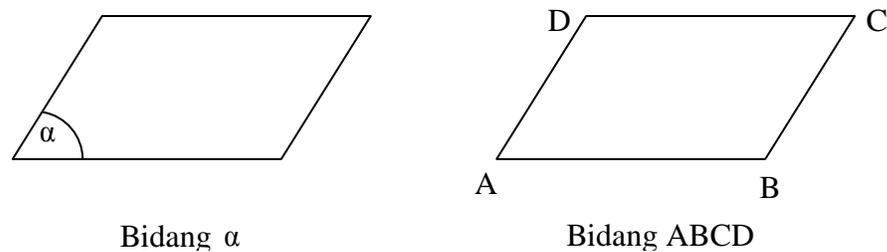
Garis adalah himpunan titik-titik yang anggotanya adalah dua titik atau lebih. Titik-titik tersebut berderet ke kedua arah yang berlawanan sampai jauh tak terhingga. Model atau representasi suatu garis misalnya seutas benang kecil lurus yang dapat diperpanjang kedua arah yang berlawanan sampai jauh tak terhingga. Garis hanya mempunyai ukuran panjang. Garis diberi nama dengan menggunakan huruf kecil seperti g, h, k, dan seterusnya, atau AB, AC, BC, dan seterusnya. Pada gambar 1.2 diperlihatkan dua buah garis, yaitu garis h dan garis AC.



Gambar 1.2

Bidang

Bidang adalah himpunan titik-titik, lebih dari dua buah titik dan tidak semuanya terletak pada sebuah garis. Pada sebuah bidang, terdiri dari banyak sekali garis. Model sebuah bidang adalah permukaan sebuah meja rata misalnya yang dapat diperlebar ke semua arah. Bidang mempunyai ukuran panjang dan lebar. Bidang diberi nama dengan menyebutkan titik-titik sudut dari bidang tersebut atau memakai huruf α, β, γ , dan seterusnya. Pada gambar 1.3 diperlihatkan dua buah bidang, yaitu bidang α dan bidang ABCD.

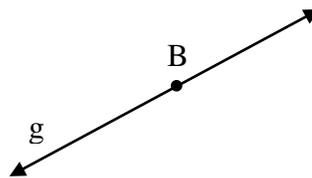


Gambar 1.3

1.2 Kedudukan Titik dan Garis

Titik Terletak pada Garis

Sebuah titik dikatakan terletak pada garis, jika titik tersebut dapat dilalui oleh garis. Perhatikan gambar 1.4.

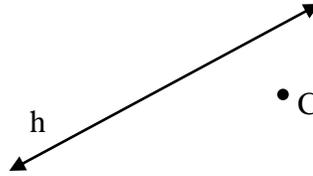


Titik B terletak pada garis g

Gambar 1.4

Titik di Luar Garis

Sebuah titik dikatakan terletak di luar garis, jika titik tersebut tidak dapat dilalui garis.
Perhatikan gambar 1.5.



Titik C terletak di luar garis h

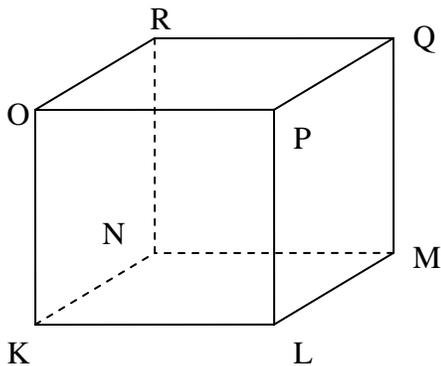
Gambar 1.5

Contoh:

Diketahui kubus KLMN.OPQR.

- Sebutkan titik-titik yang terletak pada ruas garis KL.
- Sebutkan titik-titik yang terletak di luar ruas garis KL.

Jawab:

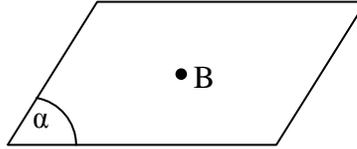


- Titik-titik yang terletak pada ruas garis KL adalah titik K dan L.
- Titik-titik yang terletak di luar ruas garis KL adalah titik N, M, Q, R, O, dan P.

1.3 Kedudukan Titik dan Bidang

Titik Terletak pada Bidang

Sebuah titik dikatakan terletak pada bidang, jika titik tersebut dapat dilalui oleh bidang. Perhatikan gambar 1.6.

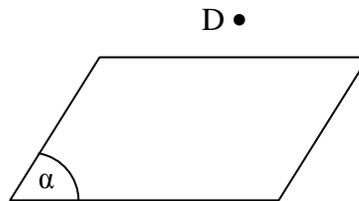


Titik B terletak pada bidang α

Gambar 1.6

Titik di Luar Bidang

Sebuah titik dikatakan terletak di luar bidang, jika titik tersebut tidak dapat dilalui oleh bidang. Perhatikan gambar 1.7.



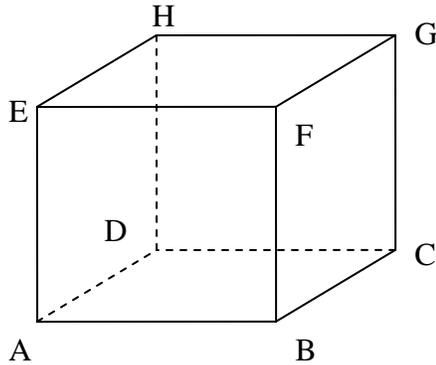
Titik D terletak di luar bidang α

Gambar 1.7

Contoh:

Diketahui kubus ABCD.EFGH.

- a. Sebutkan titik-titik yang terletak pada bidang DCGH.
- b. Sebutkan titik-titik yang terletak di luar bidang DCGH.



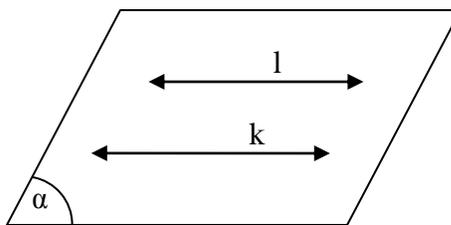
Jawab:

- a. Titik-titik yang terletak pada bidang DCGH adalah titik D, C, G dan H.
- b. Titik-titik yang terletak di luar bidang DCGH adalah titik A, B, F, dan E.

1.4 Kedudukan Dua Garis

Dua Garis Sejajar

Dua buah garis dikatakan sejajar, jika dua buah garis tersebut sebidang dan tidak mempunyai titik persekutuan. Perhatikan gambar 1.8.

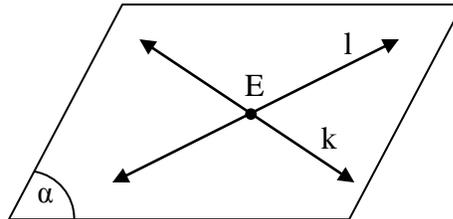


Garis k dan l sejajar

Gambar 1.8

Dua Garis Berpotongan

Dua buah garis dikatakan berpotongan, jika dua buah garis tersebut sebidang dan mempunyai satu titik persekutuan, yang dinamakan titik potong. Perhatikan gambar 1.9.

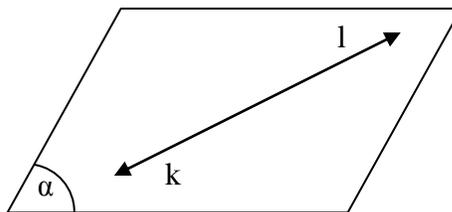


Garis k dan l berpotongan

Gambar 1.9

Dua Garis Berimpit

Dua garis dikatakan berimpit, jika jarak antara kedua garis tersebut adalah nol. Perhatikan gambar 1.10.

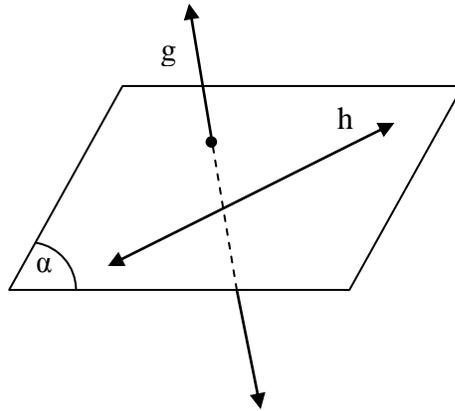


Garis k dan l berimpit

Gambar 1.10

Dua Garis Bersilangan

Dua buah garis dikatakan bersilangan, jika dua buah garis tersebut tidak sebidang atau melalui kedua garis tersebut tidak dapat dibuat sebuah bidang datar. Perhatikan gambar 1.11.



Garis g dan h bersilangan

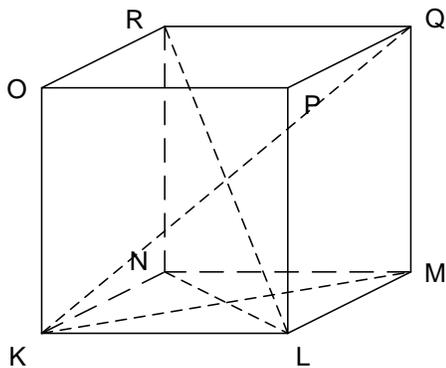
Gambar 1.11

Contoh:

Diketahui kubus KLMN.OPQR

- Sebutkan tiga pasang ruas garis yang sejajar.
- Sebutkan tiga pasang ruas garis yang berpotongan.
- Sebutkan tiga pasang ruas garis yang bersilangan.

Jawab:

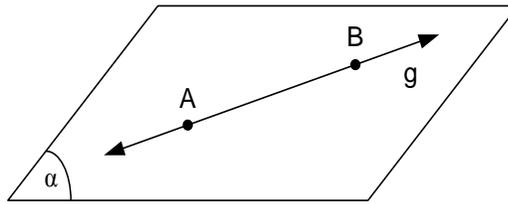


- a. KL sejajar NM, KL sejajar RQ, dan KL sejajar OP.
- b. KN berpotongan dengan MN, KM berpotongan dengan LN, dan KQ berpotongan dengan LR.
- c. KO bersilangan dengan MN, KN bersilangan dengan LP, dan KR bersilangan dengan MQ.

1.5 Kedudukan Garis dan Bidang

Garis Terletak pada Bidang

Sebuah garis dikatakan terletak pada bidang, jika setiap titik pada garis tersebut juga terletak pada bidang. Perhatikan gambar 1.12.

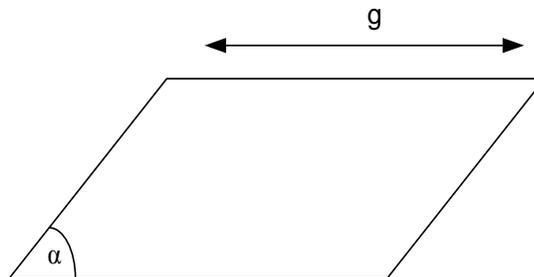


Garis g terletak pada bidang α

Gambar 1.12

Garis Sejajar Bidang

Sebuah garis dikatakan sejajar bidang, jika garis dan bidang tidak mempunyai satu pun titik persekutuan. Perhatikan gambar 1.13.

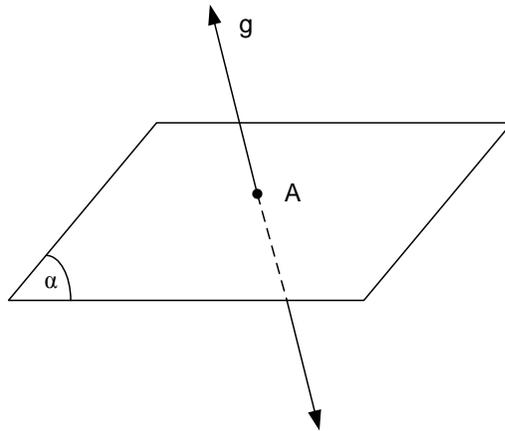


Garis g sejajar bidang α

Gambar 1.13

Garis Memotong (Menembus) Bidang

Sebuah garis dikatakan memotong (menembus) bidang, jika garis dan bidang mempunyai satu titik persekutuan yang dinamakan titik potong atau titik tembus. Perhatikan gambar 1.14.



Garis g memotong bidang α di titik A

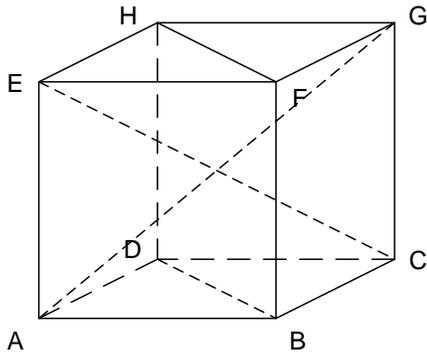
Gambar 1.14

Contoh:

Diketahui kubus ABCD.EFGH

- Sebutkan empat ruas garis yang terletak pada bidang ABCD.
- Sebutkan empat ruas garis yang sejajar bidang ADHE.
- Sebutkan dua ruas garis yang memotong (menembus) bidang DBFH.

Jawab:

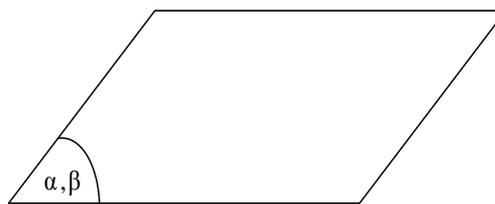


- Ruas garis-ruas garis yang terletak pada bidang ABCD adalah ruas garis AB, BC, CD, dan AD.
- Ruas garis-ruas garis yang sejajar bidang ADHE adalah ruas garis BC, FG, BF, dan CG.
- Ruas garis-ruas garis yang memotong (menembus) bidang DBFH adalah ruas garis EC dan AG.

1.6 Kedudukan Dua Bidang

Dua Bidang Berimpit

Dua bidang dikatakan berimpit, jika setiap titik terletak pada kedua bidang. Perhatikan gambar 1.15.

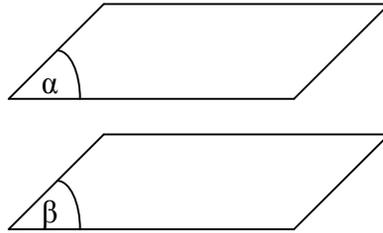


Bidang α dan bidang β berimpit

Gambar 1.15

Dua Bidang Sejajar

Dua bidang dikatakan sejajar, jika kedua bidang tersebut tidak mempunyai satu pun titik persekutuan. Perhatikan gambar 1.16.

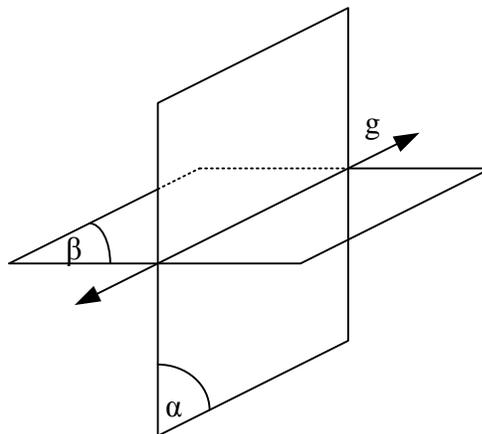


Bidang α dan β sejajar

Gambar 1.16

Dua Bidang Berpotongan

Dua bidang dikatakan berpotongan, jika kedua bidang tersebut mempunyai sebuah garis persekutuan. Perhatikan gambar 1.17.



Bidang α dan β berpotongan

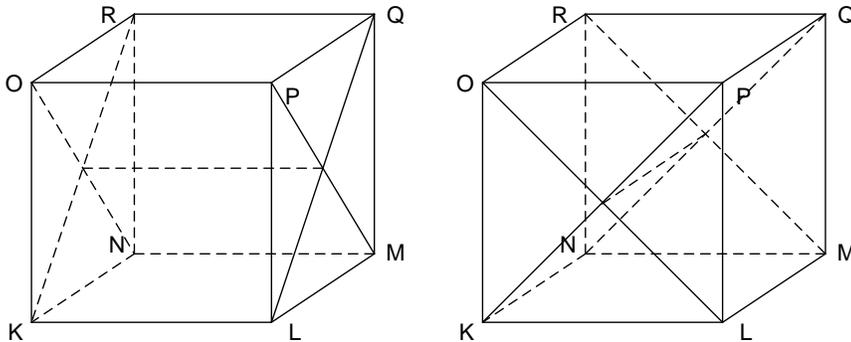
Gambar 1.17

Contoh:

Diketahui kubus KLMN.OPQR

- a. Sebutkan dua pasang bidang yang sejajar.
- b. Sebutkan dua pasang bidang yang berpotongan.

Jawab:



- a. Bidang KLMN sejajar dengan bidang OPQR dan bidang LMQP sejajar dengan bidang KNRO.
- b. Bidang KLQR berpotongan dengan bidang OPMN dan bidang OLMR berpotongan dengan bidang PQNK.

2. MENGGAMBAR BANGUN RUANG

Beberapa Pengertian Dasar

a. Bidang Frontal

Bidang frontal adalah bidang yang sejajar dengan bidang tempat gambar (kertas). Semua bangun yang terletak pada bidang frontal digambar dengan bentuk dan ukuran sesuai dengan ukuran sebenarnya.

b. Garis Frontal

Garis frontal adalah garis yang terletak pada bidang frontal.

c. Garis Ortogonal

Garis ortogonal adalah garis yang tegak lurus bidang frontal.

d. Sudut Surut

Sudut surut adalah sudut pada gambar antara garis frontal horizontal arah ke kanan dengan garis ortogonal arah belakang.

e. Perbandingan Proyeksi

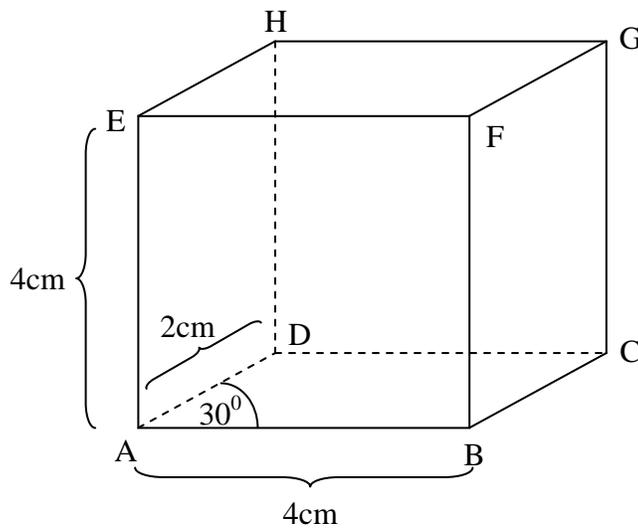
Perbandingan proyeksi adalah perbandingan antara panjang ruas garis ortogonal pada gambar dengan panjang ruas garis itu sebenarnya.

Contoh 1:

Gambarlah kubus ABCD.EFGH, jika ditentukan panjang rusuk = 4 cm. ABFE frontal dengan AB horizontal. Sudut surut 30° . Perbandingan proyeksi $\frac{1}{2}$.

Jawab:

- Gambar terlebih dulu ABFE frontal dengan AB horizontal. ABFE digambar sebagai persegi dengan AB = 4 cm.
- Salah satu garis ortogonal adalah AD. Oleh karena itu, melalui titik A gambar garis g ke arah belakang dengan sudut surut antara AB dengan garis g adalah 30° .
- Tentukan titik D pada garis g. Panjang AD pada gambar adalah $\frac{1}{2} \times 4 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$.
- Selesaikan gambar.



3. IRISAN BANGUN RUANG

Irisan antara bidang dan bangun ruang adalah sebuah bangun datar yang dibatasi oleh garis-garis potong antara bidang itu dengan bidang-bidang sisi dari bangun ruang yang bersangkutan, sehingga irisan itu membagi bangun ruang itu menjadi dua bagian.

Sumbu afinitas adalah garis perpotongan antara bidang pengiris dengan bidang alas bangun ruang.

Contoh:

Diketahui kubus ABCD.EFGH. Titik P, Q, dan R berturut-turut terletak pada rusuk AE, BF, dan CG, sehingga $AP = \frac{3}{4} AE$, $BQ = \frac{2}{5} BF$, dan $CR = \frac{1}{4} CG$. Lukislah irisan bidang α yang melalui titik P, Q, dan R dengan kubus ABCD.EFGH.

Jawab:

- P dan Q terletak pada bidang ABFE, hubungkan P dan Q yang memotong perpanjangan AB di I.
- Q dan R terletak pada bidang BCGF, hubungkan Q dan R yang memotong perpanjangan BC di J.
- Hubungkan I dan J, garis IJ merupakan sumbu afinitas.
- Perpanjang DC, memotong garis IJ di K.
- K dan R terletak pada bidang yang sama, hubungkan K dan R yang memotong DH di L.
- P dan L terletak pada bidang ADHE, hubungkan P dan L.
- Irisannya adalah segiempat PQRL.

