Diagram Alir Penentuan Harga Opsi Eropa dan Amerika Model Binomial

1. Pendahuluan

Metode binomial mengawali suatu model harga aset yang sederhana. Interval waktu $[0, T]$ didiskritkan ke titik-titik dengan jarak sama, $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_m = T$, dengan $t_i = i\Delta t$. Diberikan harga asset S_0 pada saat t_0 dan diasumsikan bahwa harga aset pada saat t_1 bergerak turun ke dS_0 atau bergerak naik ke uS_0, dengan $d < 1$ dan $u > 1$. Selanjutnya pada saat t_2, batasan sama untuk bergerak naik/ turun, terdapat tiga kemungkinan harga aset, yaitu d^2S_0, udS_0, atau u^2S_0. Proses diteruskan untuk t_i yang naik, akan terdapat $i + 1$ harga aset yang mungkin pada saat $t_i = i\Delta t$, yang dirumuskan

$$S_n^i = S_0 u^n d^{i-n},\ 0 \le n \le i. \tag{1}$$

Pada saat *expiry date*, $t_i = t_M = T$, terdapat $M + 1$ harga aset yang mungkin, $\{S_n^M\}_{n=0}^M$. Diambil $\{V_n^M\}_{n=0}^M$ menyatakan *payoff* dari suatu opsi Eropa pada saat *expiry date*, yang dirumuskan

$$V_n^M = \text{maks}\left(cp * \left(S_n^M - K\right), 0\right),\ 0 \le n \le M, \tag{2}$$

dengan $cp = 1$ untuk *call* dan $cp = -1$ untuk *put*. Metode binomial berproses dengan bekerja mundur terhadap waktu. Suatu harga opsi V_n^i, yang berkorespondensi dengan harga aset S_n^i pada saat t_i, dihitung sebagai rata-rata berbobot dari dua harga aset, V_n^{i+1} dan V_{n+1}^{i+1}, pada saat t_{i+1}. Harga saat ini adalah perkiraan harga masa depan yang didiskon, yaitu

$$V_n^i = e^{-r\Delta t}\left(pV_{n+1}^{i+1} + (1-p)V_n^{i+1}\right),\ 0 \le n \le i,\ 0 \le i \le M - 1. \tag{3}$$

Rumus di atas akan berjalan ke t_0 dan menghitung harga opsi yang diminta, V_0^0. Jika opsinya adalah Amerika, maka kita dapat menentukan jika opsinya optimal untuk ditahan atau di-*exercise*. Dalam kasus ini (3) menjadi

$$V_n^i = \text{maks}\left\{\text{maks}\left(cp * \left(S_n^i - K\right), 0\right), e^{-r\Delta t}\left(pV_{n+1}^{i+1} + (1-p)V_n^{i+1}\right)\right\}, \tag{4}$$

dengan $0 \le n \le i$, $0 \le i \le M - 1$, $cp = 1$ untuk *call* dan $cp = -1$ untuk *put*.

Di sini, parameter p menyatakan probabilitas dari suatu pergerakan naik untuk harga aset. Parameter-parameter metode, yaitu Δt, u, d, dan p, harus dipilih sehingga model aset binomial sesuai dengan versi Black-Scholes untuk $\Delta t \to 0$. Beberapa penyelesaian yang mungkin adalah dengan memilih $ud = 1$ atau $p = 0.5$. Untuk pilihan $ud = 1$ diperoleh penyelesaian:

$$u = A + \sqrt{A^2 - 1},\ d = \frac{1}{u},\ \text{dan}\ p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}, \tag{5}$$

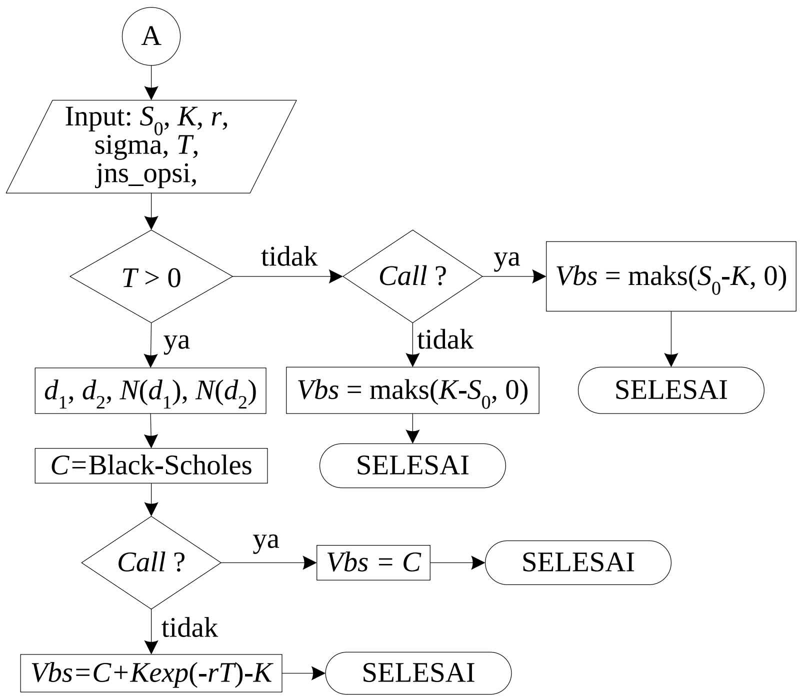
dengan $A = \frac{1}{2}\left(e^{-r\Delta t} + e^{\left(r+\sigma^2\right)\Delta t}\right)$, sedangkan untuk $p = 0.5$ diperoleh penyelesaian

$$u = e^{r\Delta t}\left(1 + B\right)\ \text{dan}\ u = e^{r\Delta t}\left(1 - B\right), \tag{6}$$

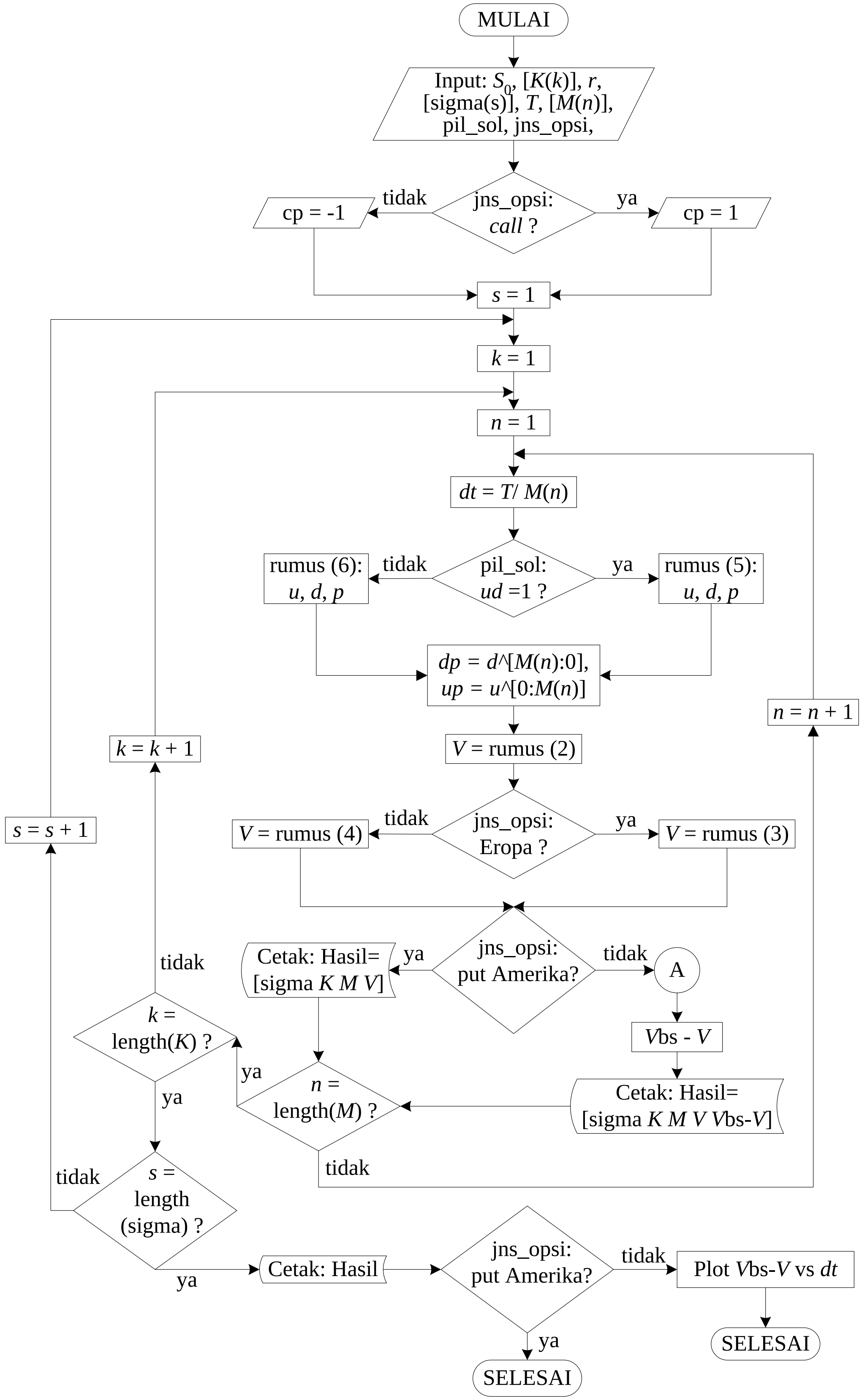
dengan $B = \sqrt{e^{\sigma^2 \Delta t} - 1}$.

2. Diagram Alir

Berdasarkan rumusan masalah, program yang dibuat terdiri dari dua metode perhitungan harga opsi, yaitu metode binomial dan rumus Black-Scholes. Program untuk metode binomial akan diaplikasikan untuk menghitung harga opsi *call* dan *put* Eropa serta *call* dan *put* Amerika. Untuk rumus Black-Scholes, program hanya diaplikasikan untuk harga opsi *call* dan *put* Eropa serta *call* Amerika, karena untuk harga opsi *put* Amerika tidak dipunyai rumus eksplisit.



Gambar 1: Diagram Alir untuk Harga Opsi Black-Scholes



Gambar 2: Diagram Alir untuk Harga Opsi Binomial