PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK: SEJARAH, TEORI, DAN IMPLEMENTASINYA

Al Jupri
Universitas Pendidikan Indonesia
e-mail: aljupri@upi.edu

ABSTRAK
Artikel ini menguraikan tiga hal pokok mengenai Pendidikan Matematika Realistik sebagai sebuah inovasi dalam pembelajaran matematika—di dunia pendidikan matematika dikenal dengan nama *Realistic Mathematics Education* (RME)—yaitu: sejarah, prinsip-prinsip, dan beberapa contoh implementasi pembelajaran matematika dengan pendekatan RME. Contoh implementasi yang disajikan meliputi pembelajaran matematika di tingkat sekolah dasar, sekolah menengah pertama, dan sekolah menengah atas. Dengan uraian seperti ini, pembaca diharapkan memiliki pemahaman yang komprehensif tentang Pendidikan Matematika Realistik baik untuk keperluan pembelajaran maupun penelitian.

Kata Kunci: *Pendidikan Matematika Realistik, Realistic Mathematics Education, Inovasi Pembelajaran Matematika*

PENDAHULUAN

Sejak akhir tahun 1990-an, sekitar tahun 1998, dunia pendidikan matematika Indonesia mulai mengenal suatu inovasi khusus dalam pembelajaran matematika yang dinamakan dengan *Realistic Mathematics Education* (RME) yang berasal dari negeri Belanda (Sembiring, Hoogland, & Dolk, 2010). Istilah RME diterjemahkan menjadi Pendidikan Matematika Realistik (PMR), dan versi RME untuk konteks Indonesia dinamai Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). Sejak saat itu, proyek implementasi dan diseminasi baik dalam bentuk pelatihan maupun penelitian telah banyak dilakukan (Sembiring, 2010; Wijaya & Jupri, 2010).

Meski RME sudah dikenal di tanah air dalam hampir dua dekade, pemahaman yang komprehensif akan inovasi pembelajaran matematika ini tampaknya masih kurang. Berdasarkan pengalaman membimbing mahasiswa dalam penelitian, mengikuti seminar dan konferensi pendidikan matematika, memberi ceramah dalam kegiatan pelatihan, dan diskusi dengan para akademisi perguruan tinggi, dapat dicatat setidaknya dua kelemahan pemahaman terhadap RME. Pertama, umumnya kata "*realistic*" dalam RME dimaknai sebagai sesuatu hal yang berkaitan dengan dunia nyata saja. Kedua, masih banyak mahasiswa, guru, dosen, dan pemerhati pendidikan yang menganggap bahwa pembelajaran matematika dengan pendekatan RME hanya dapat diterapkan di tingkat sekolah dasar (SD) dan paling jauh sampai permulaan sekolah menengah pertama (SMP). Mereka umumnya beranggapan bahwa pembelajaran matematika dengan pendekatan RME akan sangat sulit diterapkan di SMP dan hampir tak mungkin diterapkan di tingkat sekolah menengah atas (SMA) apalagi di perguruan tinggi. Kelemahan kedua ini tampaknya merupakan akibat dari kelemahan pertama: Karena memandang istilah "*realistic*" sebagai sesuatu yang nyata ada dalam kehidupan sehari-hari, maka matematika yang tampak terlihat ada kaitannya di dunia sehari-hari adalah di tingkat SD dan permulaan SMP saja.

Untuk mengatasi dua kelemahan pemahaman yang dikemukakan di atas, artikel ini akan menguraikan tiga hal pokok: sejarah RME, prinsip-prinsip pembelajaran, dan beberapa contoh implementasinya di tingkat SD, SMP dan SMA. Selain diharapkan memiliki pemahaman komprehensif tentang RME, pembaca (khususnya mahasiswa, guru, dosen ataupun peneliti) diharapkan pula dapat menerapkan dan mengembangkan gagasan RME ini baik dalam pembelajaran maupun dalam penelitian.

PEMBAHASAN

1. Sejarah Pendidikan Matematika Realistik

Realistic Mathematics Education, dalam artikel ini disingkat RME, merupakan teori pembelajaran khusus dalam matematika yang dikembangkan pertama kali di negeri Belanda, tepatnya di *the Freudenthal Institute, Utrecht University*, sejak tahun 1970an (Freudenthal, 1991; Treffers, 1987; Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Permulaan munculnya teori RME adalah sejak adanya proyek *Wiskobas* (matematika di sekolah dasar) tahun 1968 yang digagas Edu Wijdeveld dan Fred Goffree, kemudian turut bergabung Adri Treffers. Ketiga ahli pendidikan matematika inilah yang pertama kali mengembangkan dasar-dasar dari teori RME.

Tahun 1971, ketika proyek *Wiskobas* menjadi bagian institut IOWO, dengan Hans Freudenthal sebagai direktur pertama, dan tahun 1973 ketika institute IOWO mengembangkan proyek *Wiskivon* untuk pendidikan matematika sekolah menengah, maka hal inilah yang menjadi dasar permulaan dalam mereformasi pendekatan pembelajaran matematika yang sebelumnya telah lama digunakan di Belanda (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Pendekatan yang sebelumnya digunakan di Belanda adalah pendekatan mekanistik, yakni matematika diajarkan secara langsung pada tahap formal, terpisah antar topik, dan konten matematika disusun berdasarkan struktur matematika sebagai suatu disiplin ilmiah. Siswa belajar matematika dengan cara mempelajari prosedur selangkah demi selangkah mengikuti demonstrasi dan contoh guru dalam menyelesaikan masalah matematika. Hal ini mengakibatkan matematika sebagai pengetahuan kaku yang bersifat reproduktif. Sebagai alternatif dari pendekatan mekanistik ini, matematika modern yang kala itu sedang tren di dunia hampir saja mempengaruhi negeri Belanda. Untung saja, Freudenthal dengan timnya mampu membendung masuknya pendekatan matematika modern ke Belanda, dan sebagai alternatifnya pendekatan RME berkembang hingga kini dan seterusnya.

Karena institut IOWO dipimpin Freudenthal—pada tahun 1991 dinamai *Freudenthal Institute*, merupakan institut untuk mereformasi pendidikan matematika di Belanda di bawah naungan *Utrecht University*—teori RME banyak dipengaruhi gagasan Freudenthal (Freudenthal, 1991). Menurut Freudenthal—sekarang dipandang sebagai gagasan pokok teori RME—matematika itu hendaknya dikenalkan sebagai pengetahuan yang bermakna bagi siswa, dan matematika itu merupakan aktivitas manusia. Oleh karena itu, dalam proses pembelajaran, matematika bukan dipelajari sebagai sistem tertutup, melainkan harus dipelajari sebagai suatu aktivitas mematematisasi realitas dan mematematisasi matematika itu sendiri.

Menurut Van den Heuvel-Panhuizen dan Drijvers (2014), gagasan matematisasi horizontal dan vertikal dalam proses bermatematika—yang semula digagas oleh Treffers—diambil alih dan disempurnakan oleh Freudenthal. Dalam matematisasi horizontal, siswa menggunakan matematika untuk mentransformasi situasi masalah realistik ke dalam situasi matematis dalam bentuk model matematika; dan dalam matematisasi vertikal, siswa bekerja dalam dunia matematika simbolik melalui proses reorganisasi model hingga ditemukan penyelesaian masalah.

Hal lain yang perlu dipahami tentang RME adalah istilah tentang "*realistic*" yang berasal dari istilah bahasa Belanda "*zich REALISEren"* yang bermakna "untuk dibayangkan". Dengan demikian, kata "*realistic*" bisa bermakna: (1) konteks nyata yang ada dalam kehidupan sehari-hari; (2) konteks matematis formal dalam dunia matematika; atau (3) konteks hayalan yang tak terdapat dalam kenyataan tetapi dapat dibayangkan. Ketiga makna ini dipandang sebagai arti dari istilah "*realistic*" asalkan konteks-konteks tersebut dapat dibayangkan di dalam pikiran siswa yang sedang belajar matematika (Freudenthal, 1991, Van den Heuvel-Panhuizen, 2003; Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

2. Prinsip-prinsip Pembelajaran Matematika Realistik

Secara operasional istilah "Pendidikan Matematika Realistik (PMR)" sering pula disebut "Pembelajaran Matematika Realistik (PMR)" (Soedjadi, 2007). Oleh karena itu kedua istilah tersebut dapat digunakan dengan makna yang sama. Menurut Van den Heuvel-Panhuizen dan Drijvers (2014), terdapat enam prinsip pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan PMR atau RME—semula ada lima prinsip yang diuraikan oleh Treffers (1987) dan kemudian disempurnakan menjadi enam prinsip termasuk oleh Treffers sendiri. Keenam prinsip pembelajaran dengan pendekatan RME itu meliputi: Prinsip aktivitas (*activity principle*), prinsip realitas (*reality principle*), prinsip tingkatan (*level principle*), prinsip keterkaitan (*intertwinement principle*), prinsip interaktivitas (*interactivity principle*), dan prinsip pembimbingan (*guidance principle*).

Melalui *prinsip aktivitas* siswa diperlakukan sebagai partisipan aktif dalam proses pembelajaran matematika. Artinya, matematika dipelajari dengan cara melibatkan siswa secara langsung melalui pemecahan permasalahan matematika (*doing mathematics*).

Melalui *prinsip realitas* pembelajaran matematika dimulai dengan situasi realistik yang bermakna bagi siswa, dan bukan dimulai dari definisi atau teori, kemudian contoh dan latihan soal. Melalui prinsip ini siswa membangun konsep matematika dari situasi permasalahan yang bermakna. Prinsip ini pun bermakna bahwa pengetahuan matematika yang dipelajari siswa diharapkan dapat diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan hidup sehari-hari.

Prinsip tingkatan bermakna bahwa dalam proses belajar matematika siswa melewati tingkatan-tingkatan pemahaman matematis: dari pemahaman yang bersifat informal, semi-formal, hingga tahapan formal. Dalam hal ini model matematis diperlukan untuk menjembatani antara matematika yang bersifat informal dan matematika yang formal.

Menurut *prinsip keterkaitan* topik-topik matematika, seperti bilangan, aljabar, dan geometri tidak dipandang sebagai topik-topik terpisah, melainkan sebagai topik-topik yang saling terkait dan terintegrasi. Melalui prinsip ini, siswa difasilitasi oleh permasalahan matematis yang kaya dan mengkaitkan antar topik-topik matematika tersebut.

Prinsip interaktivitas memandang bahwa belajar matematika itu bukanlah aktivitas individu semata, melainkan aktivitas sosial yang melibatkan individu-individu lain. Melalui prinsip ini dalam proses pembelajaran siswa diharapkan aktif berdiskusi, mengemukakan gagasan baik dalam aktivitas kelas ataupun aktivitas berkelompok, sehingga terjadi interaksi antar siswa serta antara siswa dan guru.

Dalam *prinsip pembimbingan* guru dituntut berperan aktif membimbing siswa dalam proses pembelajaran, sehingga para siswa dapat melewati tahap-tahap pemahaman matematis dari yang bersifat informal hingga yang formal.

Dari uraian di atas dapat dikatakan bahwa *prinsip realitas, prinsip tingkatan*, dan *prinsip keterkaitan* tercermin secara dominan pada bahan ajar yang digunakan dalam proses pembelajaran. Sedangkan *prinsip aktivitas*, *prinsip interaktivitas*, dan *prinsip pembimbingan* secara dominan tercermin dalam proses implementasi pembelajaran dengan menerapkan pendekatan RME.

3. Pembelajaran Pembagian Bilangan Bulat

Bagian ini menyajikan contoh hasil implementasi pembelajaran matematika realistik pada pokok bahasan pembagian bilangan bulat bersusun panjang untuk tingkat sekolah dasar.

Contoh yang disajikan berikut dikutip dari Treffers (1991) yang melaporkan hasil implementasi pembelajaran matematika realistik di negeri Belanda.

Pembelajaran dimulai dengan memberi soal yang disajikan pada Gambar 1 berikut.

> Pertemuan wali murid yang diadakan di sekolah akan diikuti oleh 81 orang tua murid. Bila enam orang tua murid dapat duduk dalam satu meja, berapa meja yang dibutuhkan untuk pertemuan wali murid tersebut?

Gambar 1. Soal Permulaan Belajar Pembagian (Treffers, 1991)

Dari 17 siswa di kelas yang mengerjakan soal tersebut, diperoleh beberapa strategi penyelesaian berbeda berikut:

- Tujuh siswa menyelesaikan dengan cara menjumlahkan: $6 + 6 + 6 + \cdots$ atau $6, 12, 18, ...$, atau dengan menggunakan hafalan perkalian: $1 \times 6, 2 \times 6, 3 \times 6, ...$.
- Enam siswa menggunakan cara cepat: pertama mereka menghitung 10×6 hingga diperoleh 60, kemudian dilanjutkan dengan proses penjumlahan atau perkalian.
- Seorang siswa mengetahui fakta $6 \times 6 = 36$, lalu menggandakan hasil ini menjadi $12 \times 6 = 72$, kemudian menambah 2 meja.
- Tiga siswa hanya mencantumkan jawaban tanpa menuliskan proses perhitungan.

Saat diskusi kelas yang dipandu guru, siswa menyimpulkan bahwa cara kedua—yaitu $10 \times 6 = 60$, dilanjutkan dengan penjumlahan atau perkalian—adalah cara paling efisien dalam menyelesaikan masalah pada Gambar 1.

Pada tahap kedua proses pembelajaran, guru memberi permasalahan lanjutan yang disajikan pada Gambar 2.

> Berapa banyak teko kopi yang diperlukan untuk pertemuan wali murid tersebut? Diketahui bahwa satu teko cukup untuk mengisi tujuh cangkir dan tiap orang tua akan diberi satu cangkir kopi.

Gambar 2. Soal Lanjutan Belajar Pembagian (Treffers, 1991)

Apakah siswa akan menggunakan hasil diskusi pembelajaran tahap pertama untuk menyelesaikan permasalahan pada Gambar 2? Ternyata siswa benar-benar menggunakan hasil diskusi tersebut untuk menyelesaikan soal pada Gambar 2 sebagaimana tergambar pada strategi-srategi berikut:

- Metode penjumlahan selangkah demi selangkah seperti di tahap pertama digunakan oleh satu orang siswa (sebelumnya 7 siswa).
- Tiga belas siswa menggunakan cara $10 \times 7 = 70$ (sesuai hasil diskusi tahap pertama, enam orang menggunakan cara ini di tahap pertama).
- Tak ada siswa yang menggunakan cara 7×7 (satu orang menggunakan di tahap pertama).
- Lagi-lagi, tiga siswa hanya mencantumkan jawaban tanpa menuliskan proses perhitungannya.

Pada tahap berikutnya, guru mengenalkan cara pembagian bersusun panjang seperti pada Gambar 3 berikut.

```
6/81\
  60      10 meja
  21
  18       3 meja
   3
   3      (1 meja)
   0     ________
          14 meja
```

Gambar 3. Pembagian Bersusun Panjang

Tampak bahwa prosedur pembagian bersusun panjang di atas dibangun berdasarkan strategi pemecahan yang sudah pernah dipelajari dan didiskusikan bersama pada pembelajaran terdahulu.

Pada tahap selanjutnya, guru memberi soal pada Gambar 4 berikut.

> Diketahui sebanyak 1128 tentara akan diangkut menggunakan bus yang tiap busnya memiliki 36 tempat duduk. Berapa banyak bus yang diperlukan?

Gambar 4. Soal tentang Bus dalam Pembelajaran Pembagian (Treffers, 1991)

Beberapa tingkatan strategi yang digunakan dalam menjawab soal disajikan pada Gambar 5 berikut.

```
36/1128\                 36/1128\              36/1128\
    360    10 bus            720    20             1080    30
    768                      408                     48
    360     10 bus           360     10              36     1
    408                       48                     12    (1)
    360     10 bus            36     1
     48                       12    (1)
     36     1 bus
     12     (1 bus)

       (a)                     (b)                    (c)
```

Gambar 5. Tingkatan Strategi Penyelesaian Pembagian

Strategi pada Gambar 5(a) tampak masih terkait konteks soal dan menggunakan strategi yang telah dipelajari. Strategi pada Gambar 5(b) merupakan cara yang lebih efisien dibanding cara pada Gambar 5(a). Pada akhirnya, semua siswa diharapkan dapat sampai kepada penggunaan strategi Gambar 5(c). Ketiga strategi ini tampak menggambarkan sebuah peningkatan proses berpikir: dari cara yang relatif informal menuju cara yang formal.

Dengan proses pembelajaran yang telah diuraikan di atas, siswa diharapkan secara bermakna dapat memahami prosedur pembagian cara bersusun singkat. Gambar 6(a) adalah contoh pembagian bersusun lengkap. Cara ini merupakan cara yang telah dipelajari secara bermakna pada tahapan belajar sebelumnya. Sedangkan Gambar 6(b) adalah contoh pembagian bersusun singkat—diharapkan dapat dipahami secara bermakna berdasarkan berdasarkan cara bersusun lengkap. Di sinilah tampak bahwa prosedur formal pembagian dibangun secara bertahap dan bermakna: dari tahap informal, semi-formal, hingga tahap formal.

```
8/968\121                    8/968\121
  800      (8 x 100)           8
  ---                          --
  168                          16
  160      (8 x 20)            16
  ---                          --
    8                           8
    8      (8 x 1)              8
  ---                          --
    0                           0

   (a)                         (b)
```

Gambar 6. Pembagian Cara Bersusun Lengkap dan Bersusun Singkat

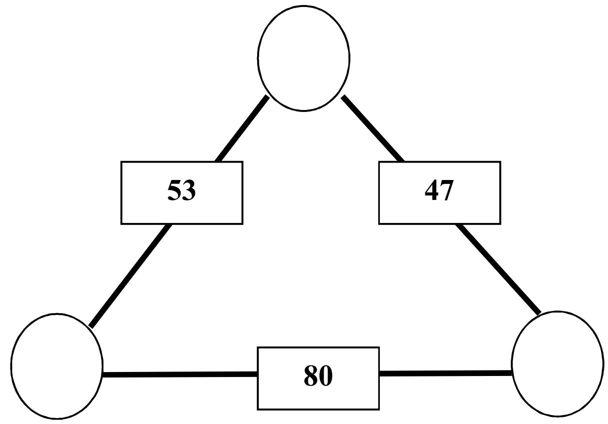
4. Pembelajaran Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Contoh pada bagian ini diadaptasi dari Van der Kooij (2001) yang menguraikan implementasi pembelajaran pada pokok bahasan sistem persamaan linear dua dan tiga variabel untuk siswa tingkat SMP.

Soal realistik yang disajikan kepada siswa adalah berupa segitiga bilangan yang disajikan pada Gambar 7. Pada tahap awal siswa diharapkan dapat menyelesaikan persoalan tersebut dengan cara-cara—biasanya cara informal—yang mereka temukan sendiri. Dua strategi informal yang ditemukan tersebut di antaranya adalah sebagai berikut.

Masing-masing bilangan dalam persegi panjang adalah jumlah dari dua bilangan yang terdapat dalam lingkaran-lingkaran yang terhubung dengan persegi panjang tersebut.

Tentukan bilangan-bilangan yang terdapat dalam tiap lingkaran!



Gambar 7. Segitiga Bilangan (Adaptasi dari Van der Kooij, 2001)

Cara pertama adalah sebagai berikut. Dengan menjumlahkan ketiga bilangan yang terdapat dalam ketiga persegi panjang, maka diperoleh hasil 80 + 53 + 47 = 180. Hasil ini merupakan dua kali dari jumlah tiga bilangan pada ketiga lingkaran. Agar diperoleh jumlah ketiga bilangan, maka 180 dibagi 2 untuk memperoleh 90. Jika 90 dikurangi 80, maka diperoleh 10, yaitu bilangan pada lingkaran puncak segitiga. Jika 90 – 53, maka diperoleh 37, yaitu bilangan pada lingkaran sisi kanan bawah segitiga. Jika 90 – 47, maka diperoleh 43, yaitu bilangan pada sisi kiri bawah segitiga.

Cara kedua untuk menyelesaikan soal di atas, antara lain, adalah seperti berikut. Jumlah dua bilangan pada sisi horizontal segitiga adalah 80, sedangkan selisih dua bilangan pada kedua sisi segitiga yang lain adalah 6. Oleh karena itu, bilangan pada lingkaran sisi kiri bawah adalah 40 + 3 = 43, dan bilangan pada lingkaran sisi kanan bawah adalah 40 – 3 = 37. Sehingga, bilangan lain yang perlu dicari adalah 10.

Dari dua cara di atas, tampak bahwa keduanya menggunakan prosedur informal yang tidak baku dalam matematika. Selanjutnya, melalui diskusi dan proses pembimbingan guru, pada tahap belajar berikutnya siswa diharapkan dapat menyelesaikan dengan cara yang lebih formal dengan melakukan proses matematisasi horizontal dan vertikal.

Melalui proses matematisasi horizontal, siswa diharapkan dapat memisalkan bilangan-bilangan yang dicari berturut-turut sebagai $a,\ b$ dan c, hingga diperoleh sistem persamaan linear Gambar 8 berikut.

$$a + b = 80.$$

$$a + c = 53.$$

$$b + c = 47.$$

Gambar 8. Sistem Persamaan Linear Hasil Konstruksi Masalah pada Gambar 8

Bila strategi cara pertama yang telah diuraikan di atas diikuti prosesnya secara simbolik, maka diperoleh proses penyelesaian berikut. Hasil penjumlahan ketiga persamaan linear pada sistem adalah $2a + 2b + 2c = 180$. Kemudian, dengan membagi 2 persamaan terakhir, akan diperoleh $a + b + c = 90$. Jika $a + b + c = 90$ dikurangi $a + b = 80$, maka diperoleh

$c = 10$. Jika $a + b + c = 90$ dikurangi $a + c = 53$, maka diperoleh $b = 37$. Jika $a + b + c = 90$ dikurangi $b + c = 47$, maka diperoleh $a = 43$.

Bila strategi informal kedua diikuti, maka proses penyelesaian sistem persamaan linear Gambar 8 adalah sebagai berikut. Karena $a + b = 80$ dan $(a + c) - (b + c) = a - b = 6$, maka nilai $a = \frac{1}{2}(a + b + a - b) = \frac{1}{2}(80 + 6) = 40 + 3 = 43$; dan nilai $b = \frac{1}{2}[(a + b) - (a - b)] = \frac{1}{2}(80 - 6) = 40 - 3 = 37$. Jadi, nilai $c = 47 - 37 = 10$.

Tampak bahwa kedua strategi informal di atas dapat digeneralisasi secara aljabar, yakni menggunakan prosedur simbolik yang lebih formal. Hal ini berarti kedua strategi informal dapat dibawa ke dalam prosedur formal penyelesaian sistem persamaan linear. Contoh seperti inilah yang tampaknya menjadi salah satu alasan mengapa penggunaan strategi informal siswa dianjurkan oleh teori pendidikan matematika realistik sebagai landasan untuk memahami strategi dan prosedur formal matematika.

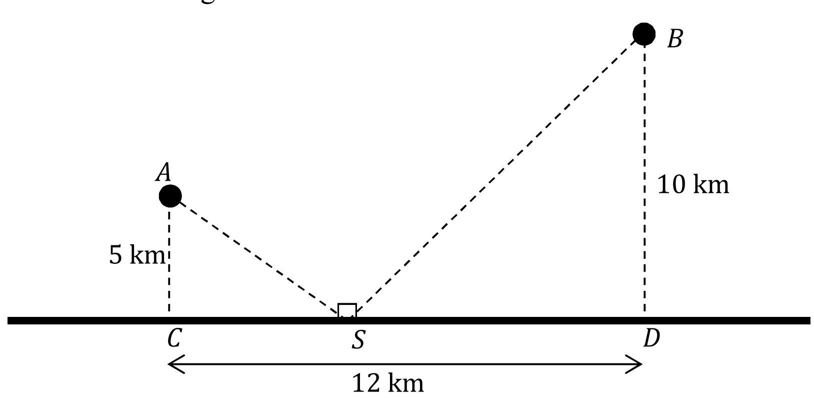
Pada akhirnya, melalui proses pembimbingan dan diskusi, siswa diharapkan dapat menyelesaikan sistem persamaan pada Gambar 8 dengan prosedur formal, misal dengan menggunakan metode eliminasi dan substitusi, seperti berikut.

Karena $a + b = 80$ dan $a + c = 53$, maka dengan mengeliminasi variabel a akan diperoleh $b - c = 27$. Dengan menjumlahkan persamaan terakhir ini kepada $b + c = 47$, maka variabel c tereliminasi dan diperoleh $2b = 74$ atau $b = 37$. Dengan mensubstitusikan nilai b ke $b + c = 47$, maka diperoleh $c = 10$. Dengan sekali lagi proses substitusi misalkan ke persamaan $a + b = 80$, maka diperoleh $a = 53$.

5. Pembelajaran Penggunaan Turunan dalam Pemecahan Masalah

Contoh untuk bagian ini diadaptasi dari Drijvers (2000) yang melaporkan implementasi pembelajaran pada pokok bahasan penggunaan turunan dalam pemecahan masalah untuk siswa tingkat SMA. Permasalahan realistik yang digunakan dalam pembelajaran tertuang pada Gambar 9.

Sebuah stasiun kereta S akan dibangun pada jalur kereta CD sedemikian sehingga jarak stasiun ke kota A dan kota B paling minimum. Tentukan di manakah posisi stasiun S tersebut harus dibangun?



Gambar 9. Di Manakah Stasiun *S* Harus Dibangun? (Drijvers, 2000)

Dengan proses matematisasi horizontal, yakni memodelkan situasi masalah ke dalam situasi matematis, maka model matematika yang dibentuk siswa umumnya adalah sebagai berikut. Misalkan $DS = x$, maka $CS = 12 - x$. Akibatnya, dengan menggunakan teorema Pythagoras, diperoleh:

$$BS = \sqrt{10^2 + x^2}$$

$$AS = \sqrt{5^2 + (12 - x)^2}.$$

Yang ditanyakan adalah posisi S pada CD sehingga $BS + AS$ minimum. Hingga di sini siswa telah berhasil memperoleh model matematika yang sesuai permasalahan. Selanjutnya, melalui proses matematisasi vertikal, yakni dengan menerapkan aturan turunan misalkan pada fungsi $f(x) = BS + AS = \sqrt{10^2 + x^2} + \sqrt{5^2 + (12 - x)^2}$, maka diperoleh:

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{10^2+x^2}} - \frac{(12-x)}{\sqrt{5^2+(12- \ )^2}}.$$

Agar $f(x)$ minimum, maka haruslah $f'(x) = 0$. Akibatnya diperoleh

$$\frac{x\sqrt{5^2+(12-x)^2}-(12- \ )\sqrt{10^2+x^2}}{\sqrt{10^2+x^2}\left(\sqrt{5^2+(12-x)^2}\right)} = 0.$$

$\Rightarrow x\sqrt{25 + (12 - x)^2} = (12 - x)\sqrt{100 + x^2}.$

$\Rightarrow x^2(25 + (12 - x)^2) = (12 - x)^2(100 + x^2).$

$\Rightarrow 25x^2 + x^2(12 - x)^2 = 100(12 - x)^2 + x^2(12 - x)^2.$

$\Rightarrow 25x^2 - 100(12 - x)^2 = 0.$

$\Rightarrow 25\big(x + 2(12 - x)\big)\big(x - 2(12 - x)\big) = 0$.

$\Rightarrow (3x - 24)(24 - x) = 0.$

Nilai x yang memenuhi adalah saat $x = 8$ atau saat $DS = x = 8$ km.

Yang seringkali menjadi kesulitan dalam proses pembelajaran matematika pada pokok bahasan ini adalah proses membuat model matematika dari permasalahan realistik yang diberikan, serta proses manipulasi aljabar yang membutuhkan ketelitian dan kesabaran. Di sinilah perlunya peran guru dalam membimbing (sesuai prinsip pembimbingan), serta peran prinsip interaktivitas melalui proses diskusi dan tanya jawab selama proses pembelajaran berlangsung.

KESIMPULAN

Dari uraian pada bagian-bagian sebelumnya dapat ditarik beberapa kesimpulan mengenai *Realistic Mathematics Education* (RME) atau Pendidikan Matematika Realistik (PMR) sebagai sebuah inovasi dalam pembelajaran matematika. Pertama, RME merupakan teori pembelajaran yang khusus dikembangkan untuk mata pelajaran matematika. Teori ini dikembangkan oleh para ahli pendidikan matematika negeri Belanda sejak 1970-an dalam rangka mereformasi pendidikan matematika. Teori RME merupakan teori yang hidup dan terus berkembang hingga kini dan kemudian.

Kedua, kata "*realistic*" dalam RME, sering disalah-artikan sebagai sesuatu hal yang hanya berkaitan dengan dunia nyata, pada hakikatnya dapat bermakna tiga hal: (1) konteks nyata dalam kehidupan sehari-hari; (2) konteks matematis formal dalam matematika; atau (3) konteks hayalan yang dapat dibayangkan oleh pikiran.

Ketiga, terdapat enam prinsip pembelajaran matematika menurut teori RME: prinsip realitas, prinsip aktivitas, prinsip tingkatan, prinsip interaktivitas, prinsip keterkaitan, dan prinsip pembimbingan. Prinsip realitas, tingkatan, dan keterkaitan secara dominan tercermin dalam bahan ajar; sedangkan ketiga prinsip lainnya secara dominan tercermin dalam proses pembelajaran matematika yang menerapkan pendekatan matematika realistik.

Keempat, tiga contoh implementasi yang disajikan baik di tingkat sekolah dasar, sekolah menengah pertama, maupun tingkat sekolah menengah atas, diharapkan dapat memberi pemahaman yang komprehensif kepada pembaca mengenai pembelajaran matematika dengan pendekatan RME. Sehingga, tidak ada lagi anggapan bahwa RME hanya dapat diterapkan di tingkat SD dan permulaan SMP saja. Pada gilirannya, uraian yang disajikan pada artikel ini diharapkan dapat bermanfaat dan menjadi inspirasi bagi mahasiswa, guru, dosen, peneliti, atau pemerhati pendidikan baik untuk proses pembelajaran maupun penelitian.

DAFTAR PUSTAKA

Drijvers, P. H. M. (2000). Students encountering obstacles using a CAS. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *5*(3), 189-209.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Sembiring, R. K. (2010). Pendidikan matematika realistik Indonesia (PMRI): Perkembangan dan tantangannya. *Journal on Mathematics Education, 1*(1), 11-16.

Sembiring, R. K., Hoogland, K., & Dolk, M. (2010). Introduction to: A decade of PMRI in Indonesia, in R.K. Sembiring, K. Hoogland, & M. Dolk (Eds.), *A Decade of PMRI in Indonesia*, (pp.7-12). Bandung-Utrecht: APS Internasional.

Soedjadi, R. (2007). Inti dasar-dasar pendidikan matematika realistik Indonesia. *Jurnal Pendidikan Matematika, 1*(2), 1-10.

Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education, in L. Streefland (Ed.), *Realistic Mathematics Education in Primary School: On the Occasion of the Opening of the Freudenthal Institute*, (pp. 21-56). Utrecht: CD-β Press, Center for Science and Mathematics Education, Freudenthal Institute, Research Group on Mathematics Education, Utrecht University.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction-The Wiskobas project.* Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics, 54*(1) 9–35.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer.

Van der Kooij, H. (2001). Algebra: A tool for solving problems?, in F.L. Lin (Ed), *Common sense in mathematics education, 135-152*. Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education, Taipei, Taiwan, 19-23 November 2001.

Wijaya, A., & Jupri, A. (2010). Repository of recent PhD, Master's, and Bachelor's research in Indonesian mathematics education, in R.K. Sembiring, K. Hoogland, & M. Dolk (Eds.), *A Decade of PMRI in Indonesia*, (pp.7-12). Bandung-Utrecht: APS Internasional.