

Pembahasan UAS Aljabar Linear

Soal :

Misalkan $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ adalah basis untuk vektor V dan misalkan pula $T : V \rightarrow V$ suatu operator linear. Jika $T(v_1) = a_1, T(v_2) = a_2, \dots, T(v_n) = a_n$. Dimana $a_1, a_2, \dots, a_n \in R$ perlihatkan bahwa T adalah operator konstan pada V

Jawab:

Akan ditunjukkan bahwa sebarang vektor di V akan dipetakan oleh T sebagai konstan. Karena S adalah basis dari V maka dapat ditulis:

$$v = k_1v_1 + k_2v_2 + \dots + k_nv_n, \quad v \in V \text{ dan } k_1, k_2, \dots, k_n \in R$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} T(v) &= T(k_1v_1 + k_2v_2 + \dots + k_nv_n) \\ &= T(k_1v_1) + T(k_2v_2) + \dots + T(k_nv_n) \\ &= k_1T(v_1) + k_2T(v_2) + \dots + k_nT(v_n), \quad \text{karena } T \text{ adalah linier} \\ &= k_1a_1 + k_2a_2 + \dots + k_na_n \end{aligned}$$

Dimana $k_1a_1 + k_2a_2 + \dots + k_na_n \in R$

Jadi T adalah operator konstan pada V .