

OPTIMASI PARAMETRIK PADA WAVELET BIORTOGONAL FILTER BANKS DENGAN DUA PARAMETER MELALUI PSEUDOFRAME UNTUK SUBRUANG

Enjun Junaeti dan Heri Sutarno

Universitas Pendidikan Indonesia

Abstrak. Transformasi wavelet telah digunakan dalam berbagai bidang keilmuan, terutama pada pengolahan sinyal. Transformasi wavelet memberikan informasi tentang suatu sinyal (baik stasioner maupun non-stasioner) dalam kombinasi skala dan waktu. Dalam perkembangannya muncul berbagai jenis dan bentuk dari transformasi wavelet. Salah satu bentuk wavelet adalah wavelet biortogonal, yang memungkinkan menggunakan derajat yang lebih bebas. Kebutuhan akan resolusi tinggi dalam pengolahan sinyal telah mengakibatkan perlu adanya perkembangan dari berbagai sarana yang sudah ada saat ini, termasuk transformasi wavelet. Berkenaan dengan uraian tersebut, akan dilakukan penelitian tentang optimasi parametrik dari wavelet biortogonal filter banks dengan dua parameter melalui pseudoframe untuk subruang. Dalam penelitian ini, penulis akan mencoba mengembangkan salah satu bentuk transformasi wavelet yang telah ada dengan mengaplikasikan teori pseudoframe untuk subruang. Hasil dari penelitian ini diharapkan akan menghasilkan sebuah konstruksi baru untuk transformasi wavelet yang mampu memberikan resolusi yang lebih baik dalam pengolahan sinyal.

Kata Kunci: optimasi parametrik, biortogonal wavelet, filter bank, pseudoframe, subruang.

I. Pendahuluan

Saat ini perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi sangat pesat, hal ini membantu manusia dalam memenuhi kebutuhannya dengan berbagai keterbatasan yang dimilikinya. Salah satu bidang keilmuan yang sangat digunakan dalam berbagai aspek kehidupan diantaranya adalah pengolahan sinyal. Berbagai aplikasi pengolahan sinyal dengan inputnya adalah citra yang telah dikembangkan saat ini diantaranya adalah pengenalan citra objek, perbaikan citra objek, dan watermark. Sedangkan aplikasi dari pengolahan sinyal lain diantaranya adalah pengenalan suara, menghilangkan *noise* pada sinyal informasi, dan lain-lain.

Salah satu sarana yang digunakan dalam proses pengolahan citra dan sinyal adalah transformasi wavelet. Transformasi wavelet memberikan informasi tentang suatu sinyal (baik stasioner maupun non-stasioner) dalam kombinasi skala dan waktu. Dalam perkembangannya muncul berbagai jenis dan bentuk dari transformasi wavelet. Salah

satu bentuk wavelet adalah wavelet biortogonal, yang memungkinkan menggunakan derajat yang lebih bebas. Penambahan parameter bebas akan lebih mengoptimalkan hasil dari wavelet biortogonal filter banks pada pengolahan citra (Liu, 2008).

Kebutuhan akan resolusi tinggi dalam pengolahan sinyal telah mengakibatkan perlu adanya perkembangan dari berbagai sarana yang sudah ada saat ini, termasuk sarana yang sudah diberikan oleh biortogonal wavelet filter banks. Berbagai penelitian telah dilakukan dalam rangka untuk mengoptimalkan hasil dari biortogonal wavelet filter banks, seperti dapat dilihat pada referensi. Berkenaan dengan uraian tersebut, maka akan dilakukan penelitian tentang optimasi parametrik dari biortogonal wavelet filter banks dengan dua parameter melalui pseudoframe untuk subruang. Pseudoframe untuk subruang merupakan perluasan dari frame. Konsep dari pseudoframe sangat penting untuk mengkonstruksi wavelet simetris dan mulus serta subband filter di sebuah "struktur lokal", yang tidak mungkin bisa direstriksi secara jelas menggunakan sistem frame lokal (Shidong, 2004).

II. Implementasi Pseudoframe untuk Subruang terhadap Wavelet Biortogonal

Misalkan X adalah subruang tertutup dari ruang Hilbert yang terpisahkan H . Misalkan pula $\{x_n^*\}$ adalah barisan Bessel di H sehingga $\overline{\text{span}}\{\tau_n \varphi\} \supseteq X$. Barisan dual pseudoframe untuk subruang (PFFS-dual) dapat dikonstruksi sebagai berikut. Misalkan $\{x_n^+\} \subseteq H$ sehingga

$$x_n^+ = (V^*)^+ e_n,$$

dimana $(V^*)^+$ menotasikan pseudoinvers dari (V^*) dan

$$\forall c \in l^2 \text{ berlaku } (V^*)^+ c = \sum_n c(n) x_n^+.$$

Lebih lanjut asumsikan bahwa $R(V)$ tertutup dan $\{y_n\}$ adalah barisan Bessel di H . Semua barisan dual PFFS $\{x_n^+\}$ untuk X yang bersesuaian dengan $\{x_n^*\}$ diberikan oleh

$$x_n = P^* x_n^+ + y_n - \sum_m (x_n^+, x_m^*) P^* y_m, \quad \forall n \in \mathbb{Z}$$

dimana P^* adalah operator adjoint tradisional dari proyeksi P .

Dengan cara mengaplikasikan konstruksi tersebut terhadap subruang invarian X , sehingga $\overline{\text{sp}}\{\tau_n\varphi\} \supseteq X$ dan $\{\tau_n\varphi\} \in L^2(\mathbf{R})$ adalah barisan Bessel maka melalui PFFS kita dapat mengkarakterisasi seluruh subruang dual sebagai berikut:

$$\tilde{\varphi}_n = \tau\tilde{\varphi} \quad \forall n \in Z,$$

dimana

$$\tilde{\varphi} \equiv P\varphi^+ + y - P \sum_m (\varphi^+, \tau_m\varphi) \tau_m y \text{ di } L^2(\mathbf{R})$$

dan $\varphi^+ \equiv V^{*+}e_n$ adalah dual yang berkorespondensi dengan psedo-invers dari V di $\overline{\text{sp}}\{\tau_n\varphi\}$ dan $y \in L^2(\mathbf{R})$ sehingga $\{\tau_n y\}$ adalah barisan Bessel. Disini kita memilih P sebagai proyeksi orthogonal.

Pada kasus khusus, misalkan $\{\tau_n\varphi\}$ adalah sebuah frame (yang telah ditetapkan) dari $\overline{\text{sp}}\{\tau_n\varphi\} \equiv X$. Dengan mengasumsikan bahwa $\{\tau_n\varphi^+\}$ adalah frame dual biortogonal yang tunggal dari $\{\tau_n\varphi\}$, maka $\langle \tau_n\varphi^+, \tau_m\varphi \rangle = \delta_{nm}$. Akibatnya

$$\begin{aligned} \tau_n\tilde{\varphi} &= P\tau_n\varphi^+ + \tau_n y - P\tau_n y \\ &= \tau_n\varphi^+ + (I - P)\tau_n y. \end{aligned}$$

Dapat kita lihat bahwa jika $y \notin \overline{\text{sp}}\{\tau_n\varphi\} = X$, maka suku kedua tidak sama dengan nol, menunjukkan barisan dula biortogonal $\{\tau_n\tilde{\varphi}\}$ yang tidak tunggal.

Karena PFFS membangun sebuah dual biortogonal yang baru dari pasangan yang ada dengan menambahkan subruang komponennya, maka hal ini membuka peluang untuk mendesain optimisasi tanpa mengganggu komponen penting dari pasangan asalnya seperti simetri, *compact support*, atau *vanishing moment*. Kita akan menunjukkan bahwa kelemahan maksimum dan design filter yang diharapkan dapat dihubungkan dengan design dari FIR bi-filter banks selama mempertahankan *vanishing moment*, simetri, dan lain-lain.

III. Konstruksi Wavelet Biortogonal Filter Banks dengan Dua Parameter melalui Psedoframe

Asumsikan bahwa $\varphi \in L^2(\mathbf{R})$ dan $\{\tau_n\varphi\}$ membentuk sebuah basis biortogonal dari $V_0 = \overline{\text{sp}}\{\tau_n\varphi\}$. Asumsikan juga bahwa $\{\varphi, V_j\}$ membangun sebuah (biortogonal) MRA dari $L^2(\mathbf{R})$. Berdasarkan PFFS, semua fungsi skala dual biortogonal PFFS $\{\tilde{\varphi}_n = \tau_n\varphi\}$ diberikan oleh

$$\tilde{\varphi} = \varphi^0 + \Delta\varphi$$

dimana $\varphi^0 \in V_0$ adalah fungsi dual standar dari φ dan $\Delta\varphi \in V_0^\perp$. Secara umum jika φ^* adalah

sembarang fungsi dual biortogonal PFFS dari φ , maka begitu juga dengan $\tilde{\varphi} = \varphi^* + \Delta\varphi$ untuk setiap $\Delta\varphi \in V_0^\perp$.

Misalkan $\tilde{\varphi} = \sum_n \tilde{h}_n \tilde{\varphi}_{1n}$ dimana

$$\tilde{h}_n = \langle \tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}_{1n} \rangle = \langle \varphi^0 + \Delta\varphi, \tilde{\varphi}_{1n} \rangle \equiv h_n^0 + \Delta h_n$$

dan

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + \Delta\varphi_1 + \dots \text{ dengan } \Delta\varphi_j \in W_j \equiv V_{j+1} \setminus V_j \text{ dan } \Delta h_n \equiv \langle \Delta\varphi_0, \varphi_{1n} \rangle.$$

Misalkan $\{h_n\}, \{g_n\}, \{\tilde{h}_n\}$, dan $\{\tilde{g}_n\}$ adalah himpunan barisan empat filter. Keempat himpunan barisan filter tersebut akan menjadi sistem sub-band atau konstruksi yang tepat untuk filterbanks jika

$$\sum_n (h_{2n-k} \tilde{h}_{2n-l} + g_{2n-k} \tilde{g}_{2n-l}) = \delta_{kl} \quad (1)$$

dimana $\{\tilde{h}_n\}$ adalah barisan filter dual terhadap $\{h_n\}$ dan $\{\tilde{g}_n\}$ terhadap $\{g_n\}$.

Berikut ini adalah konstruksi dasar dari PFFS terhadap FIR biortogonal filter. Misalkan $\{h_n\}$ dan $\{g_n\}$ adalah himpunan filter dari filter bank, $\{h_n^0\}$ dan $\{g_n^0\}$ adalah biortogonal filter yang bersesuaian sehingga memenuhi (1). Misalkan $\Delta H(\gamma)$ adalah deret Fourier dari $\{\Delta h_n\}$ dan $H(\gamma)$ adalah deret Fourier dari $\{h_n\}$, maka $\{\tilde{h}_n = h_n^0 + \Delta h_n\}$ adalah sebuah filter dual PFFS biortogonal jika dan hanya jika

$$\Delta H(\gamma) = \overline{H\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)} \cdot \hat{q}(\gamma)$$

dimana $\hat{q}(\gamma)$ adalah polinom trigonometri yang memenuhi

$$\overline{H(\gamma)} H\left(\gamma + \frac{1}{2}\right) \left(\hat{q}(\gamma) + \hat{q}\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)\right) = 0.$$

Lebih jauh, dua buah filter biortogonal yang berkorespondensi adalah

$$G(\gamma) = e^{-2\pi i y} \left(\overline{H^0\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)} + \overline{H(\gamma)\hat{q}\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)} \right)$$

$$\hat{G}(\gamma) = e^{-2\pi i y} \left(\overline{H\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)} \right).$$

Adapun polinom trigonometri yang memenuhi persyaratan tersebut adalah

$$\hat{q}(\gamma) = (1 - \cos 4\pi\gamma)^l \hat{q}_1(\alpha, \gamma) \cos 2\pi N\gamma$$

dimana N ganjil dan $\hat{q}_1(\alpha, \gamma) = \alpha + \varepsilon(1 - \cos 4\pi\gamma)$.

IV. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan penelitian yang telah peneliti lakukan, dapat disimpulkan bahwa pseudoframe untuk subruang dapat diaplikasikan untuk memperoleh desain baru dari wavelet biortogonal filter banks dengan dua parameter. Sebuah konstruksi baru untuk wavelet biortogonal filter banks dengan dua parameter melalui pseudoframe untuk subruang telah dihasilkan pada penelitian ini. Optimasi parametrik wavelet biortogonal filter banks dengan dua parameter melalui pseudoframe untuk subruang telah diperoleh pada penelitian ini.

Penelitian yang telah dilakukan hanya merupakan bagian kecil dari keseluruhan proses pengolahan sinyal. Oleh karena itu perlu penelitian lanjutan supaya desain baru yang dihasilkan ini dapat terintegrasi dengan sebuah program yang bisa digunakan untuk pengolahan sinyal, agar mempermudah pengguna dalam melakukan pengolahan sinyal (gambar).

DAFTAR PUSTAKA

- [1] M. Vatterli, C. Herley, "Wavelet and Filter Banks: Theory and Design," *Signal Processing, IEEE Transaction on*, Vol. 40, No. 9, pp. 2207-2232, September 1992.
- [2] S. Li, H. Ogawa, "Pseudoframes for Subspaces with Applications," *J. of Fourier Analysis and applications*, Vol. 10, No. 4, pp. 409-431, June 2004.
- [3] S. Li, M. Hoffman, "Parametric Biorthogonal Wavelets and Filterbanks via Pseudoframes for Subspaces," Preprint, 2006.
- [4] M. A. Herman, "Biorthogonal Wavelet of Maximum Coding gain through Pseudoframe for Subspace," *SPIE: Mathematics of Data/Image Pattern Recognition, Compression, and Encryption with Applications*, San Diego, CA, August 2006.
- [5] L. Zaide, G. Chengxiu, "Construction of Parametric Biorthogonal Wavelet Filter Bank with Two Parameters for Image Coding," *J. Of Signal, Image and Video Processing*, Vol. 2, No. 3, pp.195-206(12), September 2008.
- [6] Paul Wintz, 2000, *Digital Image Processing*, Prentice-Hall.
- [7] William J Palm, 2004, *Introduction to MatLab 6 for Engineers*, The McGraw-Hill Companies, Inc.

PARAMETRIC OPTIMIZATION ON BIORTHOGONAL WAVELET FILTER BANKS WITH TWO PARAMETERS THROUGH FOR SUBSPACES PSEUDOFAME

Enjun Junaeti and Heri Sutarno

Universitas Pendidikan Indonesia

Abstract. The wavelet transform has been used in various fields of science, particularly in signal processing. The wavelet transform provides information about a signal (both stationary and non-stationary) in combination scale and time. In the development of various types and forms emerge from tansformasi wavelet. One form is a wavelet wavelet biortogonal, which allows the use of degrees of freedom. The need for high-resolution signal processing has resulted in the need for the development of a wide range of facilities that already exist today, including wavelet transform. With regard to the description, it will be done research on parametric optimization of biortogonal wavelet filter banks with two parameters through psedoframe to subspace. In this study, the authors will try to develop one form of existing wavelet transform by applying the theory pseudoframe to subspace. The results of this study are expected to produce a new construction for wavelet transform that can provide better resolution in signal processing.

Keywords: parametric optimization, biortogonal wavelets, filter banks, psedofame, subspace.

I. Pendahuluan

Currently, the development of science and technology is very fast, it helps humans to meet their needs with a lack of resources. One area of science that is very used in various aspects of life including the signal processing. Various signal processing applications and the input is an image that has been developed at this time include the introduction of the object image, object image enhancement, and watermarks. While the application of other signal processing include voice recognition, eliminating noise in the signal information, and others.

One of the tools used in image and signal processing is wavelet transform. The wavelet transform provides information about a signal (both stationary and non-stationary) in combination scale and time. In the development of various types and forms emerge from tansformasi wavelet. One form is a wavelet wavelet biortogonal, which allows the use of degrees of freedom. The addition of free parameters will be optimizing the results of wavelet filter banks biortogonal on image processing (Liu, 2008).

The necessary for high-resolution signal processing has resulted in the need for the development of a wide range of facilities that already exist today, including the means that have been given by biortogonal wavelet filter banks. Various studies have been conducted in order to optimize the results of biortogonal wavelet filter banks, as can be seen in the reference. With regard to the above description, it will be done research on parametric optimization of biortogonal wavelet filter banks with two parameters through psedoframe to subspace. Psedoframe for subspace is an extension of the frame. The concept of pseudoframe very important to construct wavelet symmetrical and

smooth and subban filter in a "local structure", which could not be clearly restricted use local frame system (Shidong, 2004).

II. Implementation of Psedoframe for Subspace to Biorthogonal Wavelet

Suppose X is a closed subspace of the Hilbert space H . Suppose that $\{x_n^*\}$ is a sequence of Bessel in H so that $\overline{\text{span}}\{\tau_n \varphi\} \supseteq X$. Dual sequence psedoframe for subspace (PFFS-dual) can be constructed as follows . Suppose $\{x_n^+\} \subseteq H$ such that

$$x_n^+ = (V^*)^+ e_n,$$

where $(V^*)^+$ denote psedoinvers from (V^*) and

$$\forall c \in l^2 \text{ we have } (V^*)^+ c = \sum_n c(n) x_n^+.$$

Furthermore, suppose that $R(V)$ is close and $\{y_n\}$ is Bessel sequence in H . All dual sequence PFFS $\{x_n\}$ for X with relation to $\{x_n^*\}$ given by

$$x_n = P^* x_n^+ + y_n - \sum_m (x_n^+, x_m^*) P^* y_m, \quad \forall n \in \mathbb{Z}$$

where P^* is traditional adjoint operator from P .

By applying the construction of the invariant subspace X , such that $\overline{\text{span}}\{\tau_n \varphi\} \supseteq X$ and $\{\tau_n \varphi\} \in L^2(\mathbf{R})$ is Bessel sequence then through PFFS we can careterize all dual subspace as follow:

$$\tilde{\varphi}_n = \tau \tilde{\varphi} \quad \forall n \in \mathbb{Z},$$

where

$$\tilde{\varphi} \equiv P \varphi^+ + y - P \sum_m (\varphi^+, \tau_m \varphi) \tau_m y \text{ di } L^2(\mathbf{R})$$

and $\varphi^+ \equiv V^{**} e_n$ is dual that correspondence with psedo-invers from V in $\overline{\text{span}}\{\tau_n \varphi\}$ and $y \in L^2(\mathbf{R})$ such that $\{\tau_n y\}$ is a Bessel sequence. Here we choose P as orthogonal projection.

In special cases, suppose that $\{\tau_n\varphi\}$ is a established frame from $\overline{\text{sp}}\{\tau_n\varphi\} \equiv X$. Assume that $\{\tau_n\varphi^+\}$ is a uniq biorthogonal dual frame from $\{\tau_n\varphi\}$, then $\langle \tau_n\varphi^+, \tau_m\varphi \rangle = \delta_{nm}$. Therefore

$$\begin{aligned}\tau_n\tilde{\varphi} &= P\tau_n\varphi^+ + \tau_n y - P\tau_n y \\ &= \tau_n\varphi^+ + (I - P)\tau_n y.\end{aligned}$$

If $y \notin \overline{\text{sp}}\{\tau_n\varphi\} = X$, then second equation is not zero, it show that biorthogonal dual sequence $\{\tau_n\tilde{\varphi}\}$ is not uniq.

Because PFFS build a new dual biorthogonal of existing partner by adding a component subspace, then this is an opportunity to design optimization without disturbing the essential components of the pair asalanya like symmetry, compact support, or vanishing moment. We will show that the maximum weakness and design filters which are expected to be associated with the design of FIR bi-filter banks for maintaining the vanishing moment, symmetry, and others.

III. Konstruksi Wavelet Biorthogonal Filter Banks dengan Dua Parameter melalui Pseudoframe

Assume that $\varphi \in L^2(\mathbf{R})$ and $\{\tau_n\varphi\}$ form a biorthogonal basis for $V_0 = \overline{\text{sp}}\{\tau_n\varphi\}$. Assume that $\{\varphi, V_j\}$ span an biorthogonal MRA for $L^2(\mathbf{R})$. Base on PFFS, all of biorthogonal dual scaling function PFFS $\{\tilde{\varphi}_n = \tau_n\varphi\}$ given by

$$\tilde{\varphi} = \varphi^0 + \Delta\varphi$$

where $\varphi^0 \in V_0$ is a standard dual function for φ and $\Delta\varphi \in V_0^\perp$. In generality if φ^* is any biorthogonal dual function PFFS from φ , then $\tilde{\varphi} = \varphi^* + \Delta\varphi$ is any biorthogonal dual function PFFS from φ for all $\Delta\varphi \in V_0^\perp$.

Let $\tilde{\varphi} = \sum_n \tilde{h}_n \tilde{\varphi}_{1n}$ where

$$\tilde{h}_n = \langle \tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}_{1n} \rangle = \langle \varphi^0 + \Delta\varphi, \tilde{\varphi}_{1n} \rangle \equiv h_n^0 + \Delta h_n$$

and

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + \Delta\varphi_1 + \dots \text{ dengan } \Delta\varphi_j \in W_j \equiv V_{j+1} \setminus V_j \text{ dan } \Delta h_n \equiv \langle \Delta\varphi_0, \varphi_{1n} \rangle.$$

Let $\{h_n\}, \{g_n\}, \{\tilde{h}_n\}$, and $\{\tilde{g}_n\}$ $\{h_n\}, \{g_n\}, \{\tilde{h}_n\}$, dan $\{\tilde{g}_n\}$ is the set of sequences of four filters. The fourth set of sequence filters will be sub-band system or proper construction to filterbanks if

$$\sum_n (h_{2n-k} \tilde{h}_{2n-l} + g_{2n-k} \tilde{g}_{2n-l}) = \delta_{kl} \quad (1)$$

where $\{\tilde{h}_n\}$ is dual filter sequence with relation to $\{h_n\}$ and $\{\tilde{g}_n\}$ with relation to $\{g_n\}$.

Here is the basic construction of PFFS with relation to biorhtogonal FIR filters. Let $\{h_n\}$ and $\{g_n\}$ adalah himpunan filter dari filter bank, $\{h_n^0\}$ dan $\{g_n^0\}$ is biorthogonal filter that satisfied equation (1). Let $\Delta H(\gamma)$ is Fourier sum for $\{\Delta h_n\}$ and $H(\gamma)$ is Fourier sum for $\{h_n\}$, then $\{\tilde{h}_n = h_n^0 + \Delta h_n\}$ is a biorthogonal dual filter PFFS if and only if

$$\Delta H(\gamma) = \overline{H\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)} \cdot \hat{q}(\gamma)$$

where $\hat{q}(\gamma)$ is a trigonometrics polynomial that satisfied

$$\overline{H(\gamma)} H\left(\gamma + \frac{1}{2}\right) \left(\hat{q}(\gamma) + \hat{q}\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)\right) = 0.$$

Furthermore, two corresponding biorthogonal filter are

$$G(\gamma) = e^{-2\pi i y} \left(\overline{H^0\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)} + \overline{H(\gamma)\hat{q}\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)} \right)$$

$$\hat{G}(\gamma) = e^{-2\pi i y} \left(\overline{H\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)} \right).$$

The trigonometric polynomial that meets these requirements is

$$\hat{q}(\gamma) = (1 - \cos 4\pi\gamma)^l \hat{q}_1(\alpha, \gamma) \cos 2\pi N\gamma$$

where N is odd and $\hat{q}_1(\alpha, \gamma) = \alpha + \varepsilon(1 - \cos 4\pi\gamma)$.

IV. Conclusion

Based on research that has researchers do, it can be concluded that pseudoframe for subspace can be applied to obtain a new design of biorthogonal wavelet filter banks with two parameters. A new construction for biorthogonal wavelet filter banks with two parameters through pseudoframe for subspace has been generated in this study. Parametric optimization biorthogonal wavelet filter banks with two parameters through pseudoframe for subspace has been obtained in this study.

Research that has been done only a small part of the overall signal processing. Therefore, further research needs to be generated so that the new design can be integrated with a program that can be used for signal processing, in order to facilitate the user to perform signal processing (image).

DAFTAR PUSTAKA

- [1] M. Vatterli, C. Herley, "Wavelet and Filter Banks: Theory and Design," *Signal Processing, IEEE Transaction on*, Vol. 40, No. 9, pp. 2207-2232, September 1992.
- [2] S. Li, H. Ogawa, "Pseudoframes for Subspaces with Applications," *J. of Fourier Analysis and applications*, Vol. 10, No. 4, pp. 409-431, June 2004.
- [3] S. Li, M. Hoffman, "Parametric Biorthogonal Wavelets and Filterbanks via Pseudoframes for Subspaces," Preprint, 2006.
- [4] M. A. Herman, "Biorthogonal Wavelet of Maximum Coding gain through Pseudoframe for Subspace," *SPIE: Mathematics of Data/Image Pattern Recognition, Compression, and Encryption with Applications*, San Diego, CA, August 2006.
- [5] L. Zaide, G. Chengxiu, "Construction of Parametric Biorthogonal Wavelet Filter Bank with Two Parameters for Image Coding," *J. Of Signal, Image and Video Processing*, Vol. 2, No. 3, pp.195-206(12), September 2008.
- [6] Paul Wintz, 2000, *Digital Image Processing*, Prentice-Hall.
- [7] William J Palm, 2004, *Introduction to MatLab 6 for Engineers*, The McGraw-Hill Companies, Inc.

ARTIKEL

PROGRAM PENELITIAN PEMBINAAN DOSEN MUDA

**OPTIMASI PARAMETRIK PADA WAVELET BIORTOGONAL FILTER BANKS
DENGAN DUA PARAMETER MELALUI PSEUDOFRAME UNTUK SUBRUANG**



Peneliti:

Enjun Junaeti, S.Si., M.Si. (Ketua)

Drs. Heri Sutarno, M.T. (Pembina)

Dibiayai oleh:

Dana Usaha Tabungan Universitas

Dengan SK Rektor 3415/UN40/LT/2014

Tanggal 23 April 2014

**PROGRAM STUDI ILMU KOMPUTER
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA**

JL. Dr. Setiabudhi No.229 Bandung 40154

No. Telp./Fax. (022) 2007031

November, 2014