

# Teori Antrian

Aminudin, Prinsip-prinsip Riset  
Operasi

# Contoh

- Kendaraan berhenti berderet-deret menunggu di traffic light.
- Pesawat menunggu lepas landas di bandara.
- Surat antri untuk diketik oleh sekretaris.
- Nasabah antri untuk menarik/menabung di bank.
- Etc.

# Teori Antrian

- Pelopor teori antrian A.K Erlang tahun 1909.
- Ukuran kinerja:
  - Berapa lama kustomer harus menunggu sebelum dilayani.
  - Persentase waktu fasilitas pelayanan tidak digunakan atau mengganggu karena tidak ada kustomer.
- Lama waktu tunggu **berbanding terbalik** dengan menganggurnya fasilitas pelayanan.

# Tujuan model antrian

- Tujuan: meminimumkan total biaya pengadaan fasilitas dan waktu tunggu pelayanan.

$$E(C_w) = n_t * C_w$$

dimana,

$E(C_w)$ : total biaya tunggu yang diharapkan per periode waktu.

$C_w$ : biaya tunggu (waiting cost) pada seorang individu.

$n_t$ : rata-rata individu yang menunggu.

# Contoh

- Diketahui biaya menunggu(mencakup biaya mengganguhnya para karyawan, kehilangan penjualan, kehilangan kepercayaan dalam manajemen) adalah \$2 per jam. Bila jumlah rata-rata individu dalam sistem adalah 5 orang, berapa total biaya tunggu yang diharapkan?

- Biaya tunggu bisa dikurangi dengan menambah fasilitas pelayanan, ttp biaya penyediaan pelayanan akan naik.

$$E(C_s) = s \times C_s$$

dimana,

$C_s$ : biaya penambahan fasilitas pelayanan (linear).

$s$ : jumlah fasilitas pelayanan.

$E(C_s)$ : Total biaya tunggu.

# Elemen Dasar Model Antrian

## A. Sifat Pemanggilan Populasi

- Besar kecilnya pemanggilan populasi.
  - Terbatas: tiga mesin tenun
  - Tak terbatas: mobil masuk gerbang tol.
- Sifat kedatangan dari pemanggilan populasi.
  - Acak (berdistribusi poisson)
- Tingkah laku pemanggilan populasi.
  - Renege (tidak mengikuti): seseorang bergabung dlm antrian dan kemudian meninggalkannya.
  - Balking(menolak): serta-merta tidak mau antri.
  - Bulk (merebut): seseorang berebut menyerobot ke depan.

# Elemen Dasar Model Antrian

## B. Sifat Fasilitas Pelayanan.

- Tatanan fisik sistem antrian
  - Berdasarkan jumlah saluran pelayanan: tunggal dan majemuk.
- Disiplin antrian
  - FCFS: first come first served.
  - SIRO: service in random order.
  - LCFS: last come first served.
- Distribusi probabilitas yang sesuai atas waktu pelayanan.
  - Waktu pelayanan acak: distribusi eksponensial.
  - Waktu pelayanan tidak acak: deterministik.

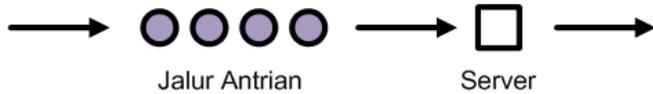
# Elemen Dasar Model Antrian

## C. Struktur-struktur antrian dasar

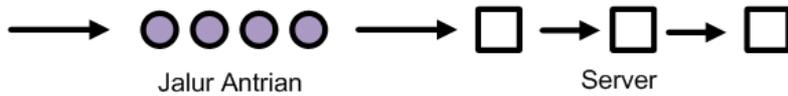
- Single channel single phase
- Single channel multiple phase
- Multiple channel single phase
- Multiple channel multiple phase

# Struktur Antrian

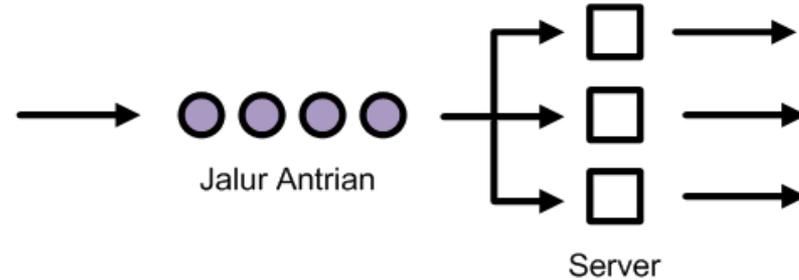
Single channel single phase



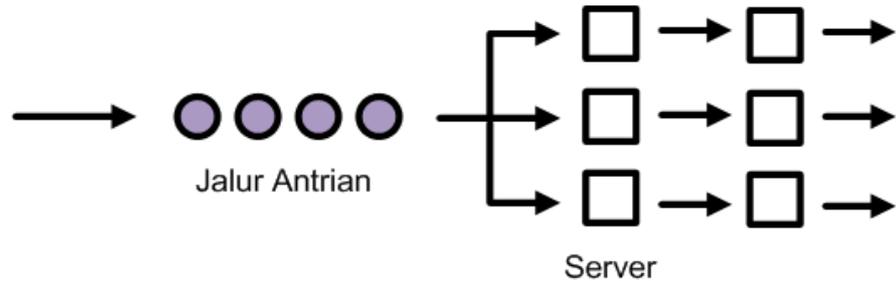
Single channel multiple phase



Multiple channel single phase



Multiple channel multiphase phase



# Model-model sistem antrian

- Notasi model antrian:

$$(a/b/c/d/e)$$

dimana

a = distribusi kedatangan

b = distribusi waktu pelayanan

c = jumlah fasilitas pelayanan ( $s = 1, 2, 3, \dots, \infty$ ).

d = jumlah konsumen maksimum dalam sistem

e = ukuran pemanggilan populasi

Untuk a dan b sebagai distribusi kedatangan dan waktu pelayanan memiliki kode:

M = poisson (Markovian)

D = interarrival atau service time konstan (deterministik).

$E_k$  = interarrival atau service time berdistribusi Erlang atau Gamma.

# Model (M/M/1/ $\infty$ / $\infty$ )

Bila memenuhi kondisi sbb:

1. Jumlah kedatangan tiap satuan waktu berdistribusi poisson.
2. Waktu pelayanan berdistribusi eksponensial.
3. Disiplin antrian FCFS.
4. Sumber populasi tidak terbatas.
5. Ada jalur tunggal.
6. Tingkat rata-rata kedatangan lebih kecil daripada tingkat rata-rata pelayanan.
7. Panjang antrian tidak terbatas.

# Persamaan model (M/M/1/∞ /∞)

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad L_s = \frac{\lambda^2}{\mu - \lambda} \quad P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)$$

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

- $\lambda$  = tingkat rata-rata kedatangan per satuan waktu (unit/waktu).
- $\mu$  = tingkat rata-rata pelayanan per stuan waktu (unit/waktu).
- $L_q$  = rata-rata jumlah individu dalam antrian.
- $L_s$  = rata-rata jumlah individu dalam sistem
- $W_q$  = rata-rata waktu dalam antrian (jam).
- $W_s$  = rata-rata waktu dalam sistem (jam).
- $P_n$  = probabilitas terdapat n individu dalam sistem.
- $P_o$  = probabilitas tidak terdapat indivisu dalam sistem
- $P_w$  = probabilitas menunggu dalam sistem
- $r$  = tingkat kegunaan fasilitas sistem

# contoh

- Sebuah minimarket mempunyai satu cash register dan satu orang petugas kasir yang mengoperasikannya dalam transaksi pembayaran terhadap konsumen. Konsumen harus antri dalam satu jalur di depan kasir untuk membayar belanjanya. Tingkat rata-rata kedatangan konsumen  $\lambda = 24/\text{jam}$  dan sesuai dengan distribusi poisson. Waktu pelayanan berdistribusi eksponensial dengan tingkat rata-ratanya adalah  $\mu = 30$  konsumen per jam. Manajer minimarket ingin mengevaluasi karakteristik operasional dari sistem antrian tersebut. Tentukan:
  - a) Probabilitas tidak ada konsumen dalam sistem.
  - b) Rata-rata jumlah konsumen dalam antrian.
  - c) Rata-rata jumlah konsumen dalam sistem
  - d) Rata-rata waktu dalam antrian
  - e) Rata-rata waktu dalam sistem
  - f) Tingkat kegunaan fasilitas cash register.