

# Optimasi Alokasi Injeksi Gas pada Banyak Sumur Gas Lift Dengan Metode Proyeksi Gradient Rosen's

Sukarno,P.<sup>1,3</sup>, Sidarto, K. A.<sup>2,3</sup>, Siregar, S<sup>1,3</sup>, Soewono, E<sup>2,3</sup>, Rahmawati, S. D.<sup>3</sup>, Riza, L. S.<sup>3</sup>, Hafez, M.<sup>3</sup>, Putra, S.A.<sup>4</sup>, Supriyatman, D.<sup>5</sup>, Disasmita, A.<sup>5</sup>

- 1) Department Teknik Perminyakan ITB
- 2) Department Matematika ITB
- 3) Research Consortium OPPINET ITB
- 4) PERTAMINA EP
- 5) TOTAL E&P Indonesia

## Abstrak

Teknologi injeksi gas lift telah cukup lama digunakan dalam industri perminyakan sebagai salah satu metode pengangkatan buatan. Tujuan penerapan metode ini dalam lapangan minyak adalah untuk meningkatkan produksi minyak disebabkan oleh menurunnya tekanan reservoir. Gas lift secara umum diterapkan pada jaringan sumur, dimana gas injeksi dari kompresor didistribusikan pada sumur-sumur gas lift. Teknologi gas lift diterapkan dengan tujuan untuk mendapatkan total produksi minyak yang optimum. Karena total gas yang tersedia pada sebuah lapangan minyak terbatas, maka volume gas injeksi akan berperan sebagai batasan. Permasalahan gas lift dalam dunia perminyakan, secara matematika dapat dimodelkan sebagai masalah optimasi dengan fungsi objektif tak linear. Masalah ini diselesaikan secara numerik dengan menggunakan metode proyeksi gradient rosen's. Hasil dari penelitian ini adalah mencari jumlah optimal alokasi gas pada tiap-tiap sumur gas lift sehingga dapat menghasilkan produksi minyak yang maksimal. Menampilkan kurva potensi dari masing-masing sumur gas lift, sehingga dapat diketahui jumlah gas yang harus diinjeksikan pada tiap-tiap sumur gas lift untuk mendapatkan jumlah produksi minyak yang maksimal.

*Kata kunci:* Metode optimasi, Metode Proyeksi Gradient Rosen's, Masalah injeksi alokasi gas pada sumur gas lift.

## 1. Pendahuluan

Metode Proyeksi Gradient Rosen's merupakan metode optimasi sederhana yang dapat diimplementasikan dalam program komputer dan memberikan hasil yang sesuai dengan keadaan sebenarnya. Metode optimasi Rosen's menggunakan fungsi objektif non linier dan linier kendala<sup>1</sup>. Data - data yang dibutuhkan meliputi jumlah sumur gas lift dan volume gas injeksi yang tersedia dan akan ditentukan total injeksi gas bagi tiap-tiap sumur. Kurva potensi sumur-sumur gas lift yang dihasilkan dari penelitian ini dalam permasalahan nyata dapat digunakan oleh perusahaan Migas sebagai pertimbangan dalam peningkatan hasil produksinya.

## 2. Kurva Potensi Sumur Gas Lift

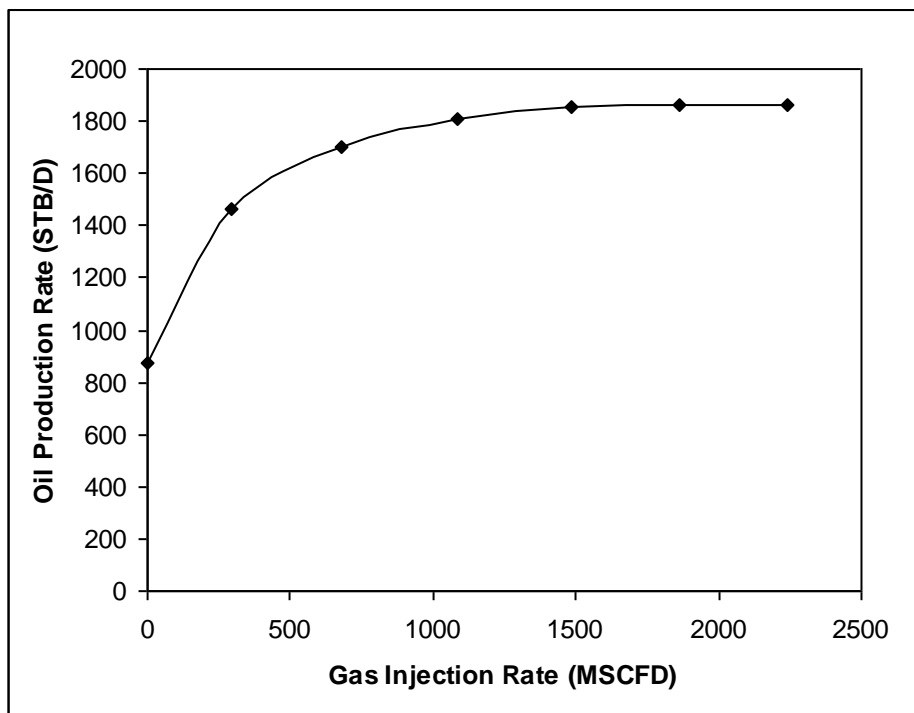
Kurva potensi sumur gas lift menunjukkan hubungan antara total gas injeksi dan total produksi minyak dari sebuah sumur<sup>2</sup>. Persamaan eksponensial digunakan dalam merepresentasikan masalah diatas, penjelasan lebih lanjut dapat dilihat dalam buku tugas akhir Zukhri<sup>3</sup>. Gambar 1 menyatakan hubungan total gas injeksi dengan total produksi minyak, dimana dapat dinyatakan melalui persamaan berikut:

---

$$\frac{dQ_o}{dQ_{g_i}} = k(Q_{o_{\max}} - Q_o) \quad (1)$$

Persamaan ini *valid*, karena  $Q_o \leq Q_{o_{\max}}$ , dengan kata lain gradien akan semakin kecil untuk nilai  $Q_o$  yang tinggi. Persamaan (1) dapat diselesaikan dengan metode integral dan memberikan hasil:

$$Q_o = Q_{o_{\max}} - C_1 e^{-C_2 k Q_{g_i}} \quad (2)$$



Gambar 1. Kurva Potensi Sumur Gas Lift

### 3. Optimasi Menggunakan Metode Proyeksi Gradien Rosen

Dalam dunia perminyakan, teknologi gas lift merupakan salah satu teknologi artificial buatan dimana dapat meningkatkan produksi minyak. Dengan terbatasnya jumlah gas injeksi,  $Q_{g_i}$  pada sebuah lapangan sumur minyak, maka volume gas injeksi akan berperan sebagai batasan masalah. Melalui metode optimasi akan ditentukan jumlah alokasi gas pada tiap-tiap sumur minyak sehingga diperoleh produksi minyak yang optimal. Akibatnya, dapat ditentukan jumlah cadangan gas alam yang tidak digunakan sebagai gas injeksi, dan dapat digunakan sebagai ekspor.

Total produksi minyak  $Q_o$  dari  $n$  sumur, merupakan penjumlahan dari produksi minyak dari masing-masing sumur  $Q_{o_i}$ , dimana merupakan fungsi dari jumlah gas injeksi yang diinjeksikan pada masing-masing sumur tersebut  $Q_{g_i}$ . Formula matematika dari total produksi minyak dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$Q_o = \sum_{i=1}^n q_{oi} = f(\vec{Q}_g) = f(q_{g_1}, q_{g_2}, \dots, q_{g_n}) \quad (3)$$

Fungsi objektif dari permasalahan optimasi diatas adalah:

$$\text{maks } Q_{o_T} = \sum_{i=1}^n Q_{o_i} \quad (4)$$

Dengan kendala dari permasalahan optimasi diatas:

$$\sum_{i=1}^n q_{g_i} - Q_{g_T} \leq 0 \quad (5)$$

Dan

$$q_{g_i} \geq 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Kendala pada ketaksamaan (4) menyatakan bahwa jumlah gas injeksi pada masing-masing sumur haruslah kurang dari sama dengan total gas injeksi yang tersedia  $Q_{g_{TOT}}$  dan kendala pada ketaksamaan (5) menyatakan bahwa gas injeksi haruslah bilangan tak negatif.

Penyelesaian masalah alokasi gas injeksi secara matematis dapat diselesaikan dengan metode Rosen.

Minimumkan  $-f(\vec{x})$

Dengan Kendala (5)

$$q_i(\vec{x}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i \leq 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m) \quad (6)$$

Berdasarkan permasalahan maka

$$a_{ij} = 1 \quad x_j = Q_{g_i} \quad \text{dan} \quad b_i = Q_{g_T}$$

Total gas injeksi merupakan variabel yang diketahui, maka metode ini memerlukan tebakan awal. Jika  $Q_{g_{TOT}} = x$  maka skema iteratifnya adalah:

$$\vec{x}_{i+1} = \vec{x}_i + \lambda_i \vec{S}_i \quad (7)$$

Prosedur dasar yang digunakan dalam proses iterasi ini adalah:

1. Mulai dengan tebakan awal  $x^k$ . Disini  $k = 0$ .
2. Periksa apakah memenuhi kendala dan hitung fungsi objektif,
3. Hitung  $S^k$  dengan persamaan (8).

4. Menentukan panjang langkah,  $\lambda$  yang memaksimumkan  $f(\vec{x}^k + \lambda \vec{S}^k)$  dengan ketentuan semua nilai  $\lambda$  positif. (Jika  $\lambda$  negatif, maka nilai  $\lambda$  diabaikan, kemudian hitung  $S^k$ ).
5. Tentukan nilai  $x^{k+1} = x^k + \lambda^k S^k$ . Dan tentukan  $k = k + 1$  kembali pada langkah 2. Jika nilai objektif memberikan nilai maksimum maka hentikan perhitungan, jika belum lanjutkan ke langkah 3.

Menghitung nilai  $S^k$  :

$$\vec{S}^k = - \frac{\vec{P}^k \vec{\nabla} f(\vec{x}^k)}{\left\| \vec{P}^k \vec{\nabla} f(\vec{x}^k) \right\|} \quad (8)$$

Dengan  $\vec{P}^k = \vec{P}(\vec{x}^k)$  merupakan matriks proyeksi pada  $\vec{x}^k$  dengan

$$\vec{P} = I - \vec{N}(\vec{N}^T \vec{N})^{-1} \vec{N}^T$$

Dan

$$\vec{N} = (\vec{\nabla} g_{j_1} \vec{\nabla} g_{j_2} \vec{\nabla} g_{j_3} \dots \vec{\nabla} g_{j_{q-1}} \vec{\nabla} g_{j_q} \vec{\nabla} g_{j_{p+1}} \vec{\nabla} g_{j_{q+2}} \dots \vec{\nabla} g_{j_p})$$

Jika  $\vec{S}^k \neq 0$  maka  $\vec{x}^k$  bergerak menuju  $\vec{x}^{k+1}$  dalam arah  $\vec{S}^k$ , dan hitung dengan menggunakan persamaan (7). Jika  $\vec{S}^k = 0$ , hitung  $\vec{\lambda}$  melalui persamaan.

$$\vec{\lambda} = -(\vec{N}^T \vec{N})^{-1} \vec{N}^T \vec{\nabla} f$$

Jika semua nilai  $\lambda$  positif, maka dapat diperoleh titik optimum. Jika terdapat sebuah nilai  $\lambda$  negatif hitung nilai  $S^k$  baru tanpa menghitung  $x$  yang berhubungan dengan nilai  $\lambda$  negatif tersebut. Jika terdapat beberapa nilai  $\lambda$  negatif hitung nilai  $S^k$  baru tanpa menghitung  $x$  yang berhubungan dengan nilai  $\lambda$  negatif terbesar.

Misalkan panjang langkah  $\lambda_i$  sebagai  $\lambda_i^*$  yang meminimumkan  $f$  pada arah  $\vec{S}_i$ , atau dapat dinyatakan sebagai:

$$f(\vec{x}_i + \lambda_i^* \vec{S}_i) = \min_{\lambda} f(\vec{x}_i + \lambda \vec{S}_i) \quad (9)$$

Persamaan (9) diatas dapat memberikan hasil diluar daerah kemungkinan. Maka, untuk menyelesaikan persamaan diatas dapat digunakan persamaan dibawah ini

$$\lambda_k = - \frac{g_k(\vec{x}_i)}{\sum_{l=1}^n a_{kl} \zeta_l} \quad (10)$$

Dan maksimum panjang langkah  $\lambda_m$  ditentukan melalui bentuk persamaan

$$\lambda_m = \min_{\lambda_k > 0}(\lambda_k)$$

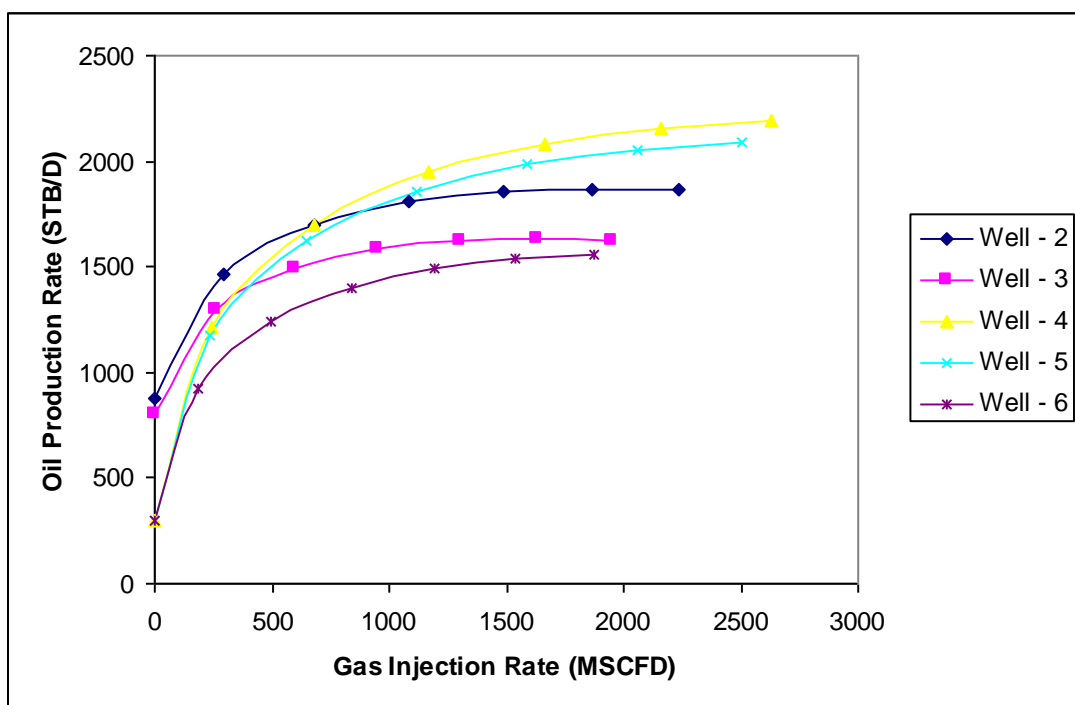
Dengan  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$  dan

$$k \neq j_1, j_2, \dots, j_p$$

(11)

#### 4. Studi Kasus

Dalam studi kasus ini akan ditentukan optimasi alokasi 5 sumur gas lift. Total gas injeksi yang dimiliki adalah 10.88 MMSCFD. Gambar 2 merupakan kurva potensi gas lift untuk 5 sumur gas lift.



Gambar 2. Kurva Potensi 5 Sumur Gas Lift

Hasil dari perhitungan menyatakan total gas injeksi untuk setiap sumur akan memberikan total produksi minyak yang berbeda-beda, hasil dapat dilihat pada tabel 5. Total jumlah gas injeksi adalah 10.88 MMSCFD. Ketika gas injeksi yang tersedia melebihi 10.88 MMSCFD maka dapat dikategorikan sebagai jumlah gas injeksi yang tak terbatas. Hal ini berlaku untuk kebalikannya, ketika total gas injeksi yang tersedia kurang dari 10.88 MMSCFD maka gas injeksi yang tersedia dilapangan dikatan terbatas.

**Tabel 1. Maksimum Jumlah Produksi Minyak**

Nama Sumur	Total Maksimum Gas Injeksi MSCFD	Total Maksimum Produksi Minyak STB/D
Sumur - 2	2238.9	1865.8
Sumur - 3	1630.4	1630.4
Sumur - 4	2632	2193.3

Sumur - 5	2505.3	2087.7
Sumur - 6	1873	1561.7
Total	10880.6	9338.9

## 5. Kesimpulan

1. Metode alokasi gas injeksi sangat sesuai untuk lapangan-lapangan minyak dengan jumlah gas injeksi terbatas.
2. Metode ini dapat diadaptasi kedalam sistim produksi yang lebih kompleks, misalkan memperbanyak jumlah sumur atau memodifikasi model sumur untuk mendapatkan analisis keuntungan dari segi ekonomis.
3. Tebakan awal yaitu total maksimum gas injeksi diperlukan dalam iterasi dimana akan dihasilkan total maksimum produksi minyak.

## 6. Daftar Simbol

$Q_o$	= Jumlah produksi minyak (STB/D)
$Q_{g_i}$	= Jumlah gas injeksi (MSCFD)
$Q_{o_{max}}$	= Maksimum produksi minyak (STB/D)
$k$	= Koefisien
$C_1$	= Koefisien
$C_2$	= Koefisien
$maksQ_{o_t}$	= Total maksimum produksi minyak (STB/D)
$Q_{o_i}$	= Jumlah produksi minyak pada sumur -i (STB/D)
$q_i$	= Volume gas injeksi yang tersedia di lapangan (MSCFD)
$Q_{g_{i_j}}$	= Jumlah gas injeksi pada sumur-j (MSCFD)
$\lambda$	= <i>Step length</i>
$S$	= <i>Search direction</i>

## 7. Daftar Pustaka

- [1] Rosen, J. B., *The Gradient Method for Nonlinear Programming*, Journal Society Industry Application Math, 1960.
  - [2] Brown, K. E., *The Technology of Artificial Lift Methods Vol.2a*, Penwell Publishing Co. Tulsa, 1980.
  - [3] Zuhri, Muhammad, *Penggunaan Persamaan Exponensial Untuk Optimasi Alokasi Injeksi Gas Lift*, Undergraduated Thesis, Petroleum Engineering – Institut Teknologi Bandung, 2005
  - [4] Gomez, V., *Optimization of Continous Flow Gas Lift System*, M.S Thesis, University of Tulsa, 1974.
  - [5] Nishikori, N., *Gas Allocation Optimization for Continous Flow Gas Lift Systems*, M.S. Thesis, University of Tulsa, 1989.
  - [6] Clegg, J. D., *Discussion of Economic Approach to Oil Production and Gas Allocation in Continuous Gas Lift*, Journal Petroleum Technology, 1982.
-