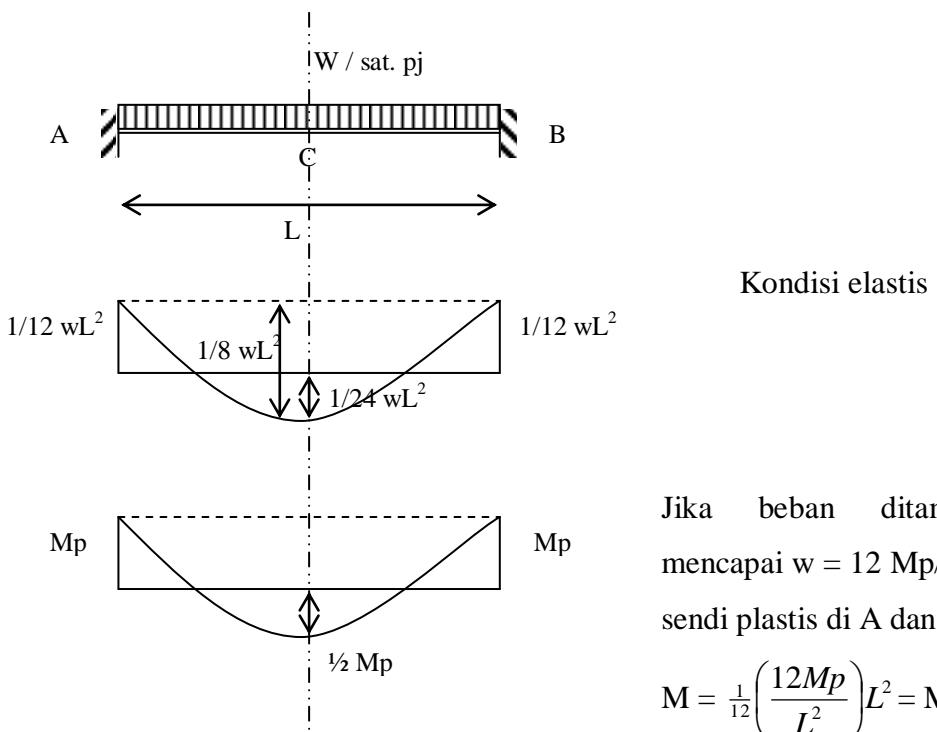


ANALISIS PLASTIS STRUKTUR

Tingkah laku struktur bila beban yang bekerja pada struktur tersebut terus bertambah secara linier, maka pada saat struktur dengan beban relatif kecil, besarnya momen-momen yang ada disetiap penampangnya masih terletak dalam daerah elastis (belum melampaui momen lelehnya), kemudian apabila beban ditingkatkan bertambah besar mengakibatkan besar momen pada salah satu penampangnya mencapai momen plastisnya, sehingga terbentuk sendi plastis pertama, selanjutnya kedua, ketiga dan seterusnya, sampai terbentuk jumlah sendi plastis yang cukup untuk menyebabkan struktur tersebut mengalami keruntuhan.

Sebagai gambaran analisis plastis untuk struktur sederhana sebagai contoh adalah pada :

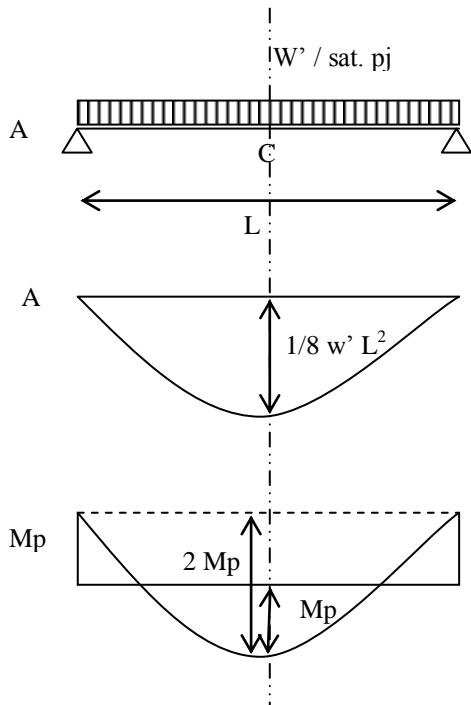
Balok terjepit kedua ujungnya seperti gambar dibawah ini, kondisi 1 :



Jika beban ditambah hingga mencapai $w = 12 M_p / L^2$ akan terjadi sendi plastis di A dan B dengan

$$M = \frac{1}{12} \left(\frac{12 M_p}{L^2} \right) L^2 = M_p$$

Setelah A dan B menjadi sendi Plastis, kondisi 2:



B kondisi plastis (A dan B sendi plastis)

$$\text{Momen di A dan B} = \text{nol}, \text{ momen di C} \\ M_c = 1/8 w' L^2$$

B dengan meningkatnya beban maka

- momen pada tumpuan tidak berubah, tetapi akan terjadi rotasi.
- Berperilaku seperti balok statis tertentu

Momen max di C

$$\rightarrow M_c = 1/2 M_p + 1/8 w' L^2$$

Bila M_c mencapai M_p :

$$M_p = 1/2 M_p + 1/8 w' L^2,$$

$$1/2 M_p = 1/8 w' L^2 \rightarrow w' = 4 M_p / L^2$$

Untuk terjadi keruntuhan struktur, di titik C mencapai sendi plastis dimana :

$$\text{Momen max di C : } M_c = 1/8 w' L^2 = 2 M_p$$

$$\text{Maka : } w' = 16 M_p / L^2$$

Teorema Plastis

Dalam penyelesaian analisis plastis suatu struktur pada kondisi keruntuhan akan memenuhi tiga keadaan, yaitu :

1. Kondisi leleh (*Yield Condition*)

Momen lentur pada setiap penampang struktur tidak lebih besar dari momen plastis penampang.

2. Kondisi kesetimbangan (*mechanism Equilibrium*)

Jumlah aljabar gaya-gaya vertikal dan horizontal yang bekerja pada struktur harus nol. Seluruh momen yang bekerja pada setiap titik struktur jumlahnya nol.

3. Kondisi Mekanisme (*mechanism Condition*)

Beban runtuh atau beban batas tercapai bila terbentuk mekanisme. Jumlah sendi plastis yang terbentuk terpenuhi untuk terjadinya mekanisme.

Ketiga kondisi tersebut diatas merupakan dasar dari teorema-teorema yang dipakai dalam analisis struktur.

a. Teorema batas bawah (*Lower bound theorem*)

Teorema ini menetapkan distribusi momen dalam struktur berdasarkan kondisi keseimbangan dan kondisi leleh. Faktor beban yang dihasilkan, λ akan lebih kecil atau sama dengan harga sebenarnya λ_c , yaitu $\lambda \leq \lambda_c$, atau dalam hal ini beban yang dipasang $W \leq W_c$, (beban collapse). Penyelesaian yang diperoleh mungkin benar atau akan aman. Biasanya disebut Metode Statis.

b. Teorema batas atas (*Upper bound Theorem*)

Teorema ini menetapkan distribusi momen berdasarkan kondisi keseimbangan dan kondisi mekanisme. . Faktor beban yang dihasilkan, λ akan lebih besar atau sama dengan harga yang sebenarnya λ_c , yaitu $\lambda \geq \lambda_c$. atau dalam hal ini beban yang dipasang $W \geq W_c$,(beban collapse) . Penyelesaian yang diperoleh mungkin benar atau mungkin tidak aman. Biasanya disebut Metode kinematis.

c. Teorema Unik (*Unique Theorem*)

Teorema ini menetapkan distribusi momen memenuhi ketiga kondisi , yaitu kondisi keseimbangan, kondisi leleh dan kondisi mekanisme. Dengan demikian diperoleh nilai faktor beban yang eksak dari mekanisme struktur yang ditinjau, $\lambda = \lambda_c$. atau dalam hal ini beban yang dipasang $W = W_c$, ini merupakan metode gabungan yang menggabungkan metode statis dan metode kinematis.

Mekanisme

Suatu struktur elastis bila diberi sistem beban pada setiap penampang elastisnya akan terjadi deformasi, dari setiap penampang tersebut timbul daya tahan untuk menahan deformasi yang terjadi, tetapi apabila tidak timbul daya tahan dari penampang tersebut untuk menahan deformasi penampangnya, maka terjadi suatu mekanisme yang disebut mekanisme mekanik.

Keruntuhan suatu struktur terjadi karena munculnya mekanisme keruntuhan pada struktur dengan terjadinya sendi plastis pada struktur tersebut. Jumlah sendi plastis yang diperlukan untuk mengubah suatu struktur kedalam kondisi mekanisme runtuhnya : $n = r + 1$

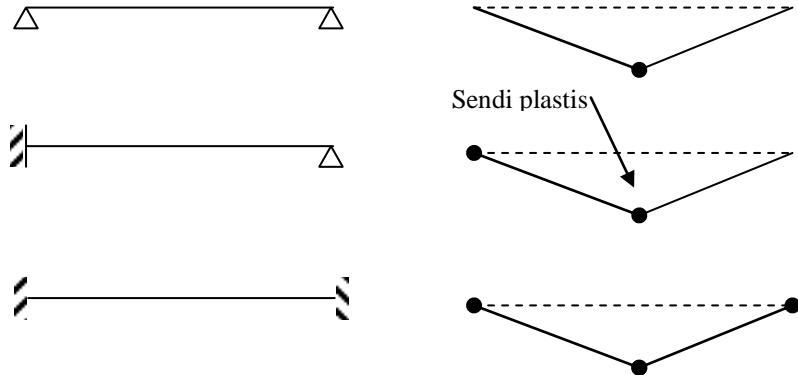
n = jumlah sendi plastis untuk runtuh

r = derajat statis tak tentu atau redundan

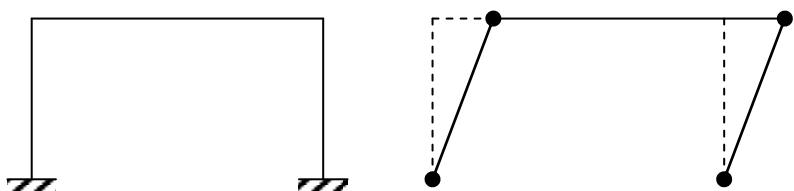
Jenis mekanisme yang tejadi pada struktur bisa :

1. mekanisme balok (*beam mechanism*)
2. mekanisme panel (*panel mechanism*)
3. mekanisme gable (*gable mechanism*)
4. mekanisme join (*joint mechanism*)
5. mekanisme gabungan (*composite mechanism*)

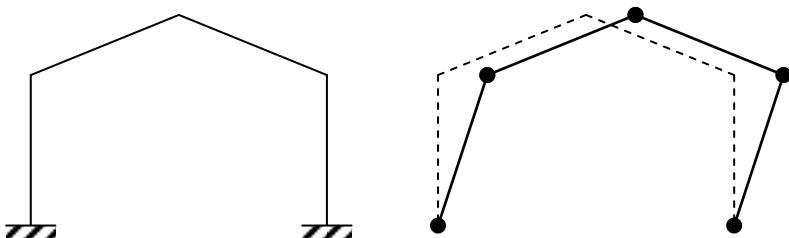
1. Mekanisme Balok



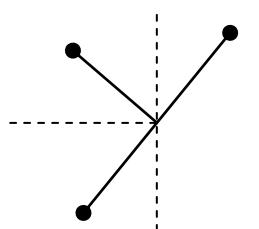
2. Mekanisme Panel



3. Mekanisme Gable



4. Mekanisme Join / titik kumpul



Banyaknya jumlah kemungkinan mekanisme bebas (*independent mechanism*) yang dapat terjadi pada struktur adalah :

$$n = N - r \quad \text{atau} \quad m = p - r$$

dimana :

n : jumlah mekanisme bebas yang mungkin terjadi (m)

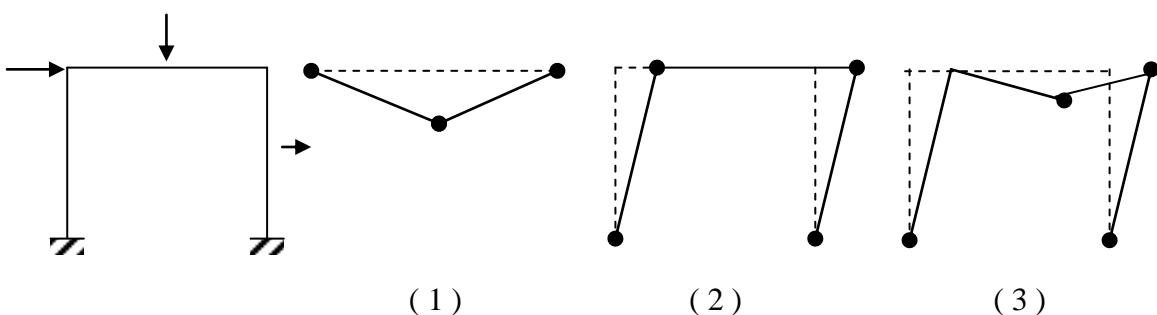
N : Banyaknya sendi plastis yang mungkin terjadi (p)

r : derajat statis taktentu (*redundant*)

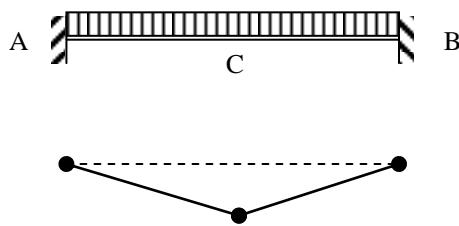
Jumlah sendi plastis yang diperlukan untuk tejadinya mekanisme (plastis) dari suatu struktur adalah $(r + 1)$ dalam hal ini terjadi keruntuhan lengkap. Tetapi keruntuhan struktur akibat terjadinya mekanisme tersebut dapat terjadi jenis keruntuhan :

1. Keruntuhan sebagian (*partial collapse*), jika pada saat mekanisme jumlah sendi plastis kurang dari $(r + 1)$, sehingga jumlah sendi plastis yang terbentuk tidak dapat merubah struktur statis taktentu menjadi struktur statis tertentu.
2. Keruntuhan berlebihan (*Over collapse*), jika pada saat mekanisme jumlah sendi plastis lebih banyak dari $(r + 1)$, sehingga jumlah sendi plastis yang terbentuk berlebihan dalam merubah struktur statis taktentu menjadi struktur statis tertentu.

Contoh : $m = p - r = 5 - 2 = 3$



Contoh : a)



$$r = 2$$

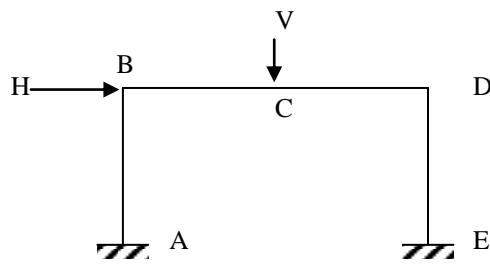
Jika A & B = sendi plastis \rightarrow str menjadi statis tertentu.

Dengan penambahan satu sendi plastis di C menyebabkan struktur runtuh

Jumlah sendi plastis :

$$n = r + 1 = 2 + 1 = 3$$

Contoh : b)



$$r = 3$$

sendi plastis di E, C, D

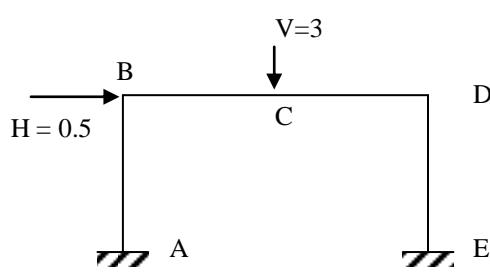
Jumlah sendi plastis :

$$n = r + 1 = 3 + 1 = 4$$

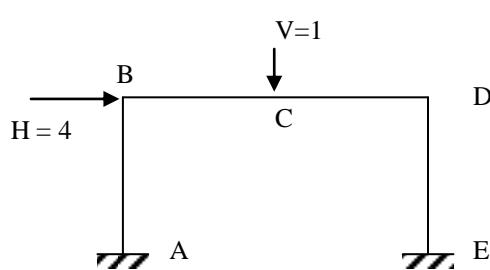
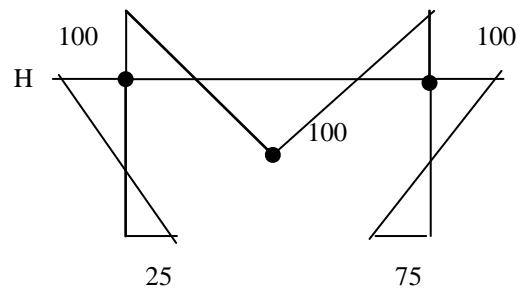
Dengan penambahan satu sendi plastis di A menyebabkan struktur runtuh

Kondisi khusus :

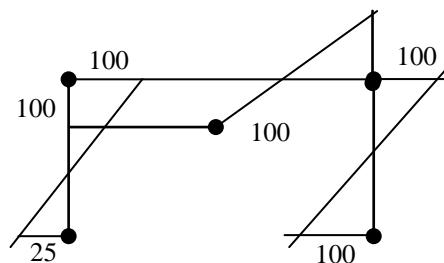
- Partial collapse $\rightarrow n < r+1$
Over collapse $\rightarrow n > r+1$



$$n = 3 < 3+1 = 4$$



$$n = 5 > 3+1 = 4$$



METODA STATIS

Prosedur analisis plastis dengan metode statis adalah :

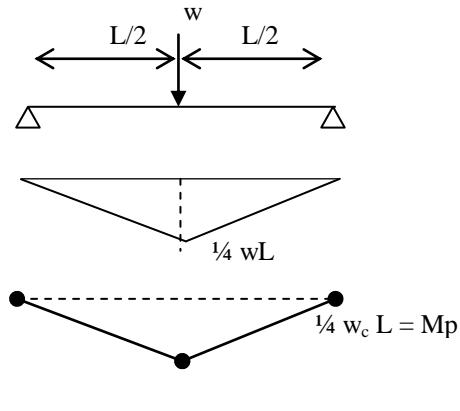
1. pilih gaya-gaya redundant (gaya lebih) , sedemikian sehingga struktur st taktentu menjadi struktur st tertentu
2. gambar diagram momen lentur bebas untuk struktur (yg sdh st tertentu)
3. gambar diagram momen lentur redundant untuk struktur, dimana pd setiap titik redundant besarnya momen yg terjadi M_p .
4. gambar gabungan diagram momen lentur (poin 2 dan 3), dalam hal ini yang utama terbentuknya mekanisme. Juga momen yang berbeda tanda akan saling mengurangi, sedang momen yang bertanda sama saling bertambah.
5. tentukan nilai beban runtuh (hitung besar beban ultimate) dengan persamaan kesetimbangan.
6. Periksa bahwa momen lentur disetiap penampang tidak lebih besar dari momen plastis nya. ($M \leq M_p$).

Catatan :

Biasanya metode statis ini cocok untuk : balok sederhana dan menerus, juga untuk portal dengan satu atau dua derajat taktentu.

Contoh perhitungan dg metoda statis :

- 1) balok sederhana dengan beban ditengah bentang
- 2) balok sederhana dengan beban di sembarang tempat
- 3) balok sederhana dengan beban merata.

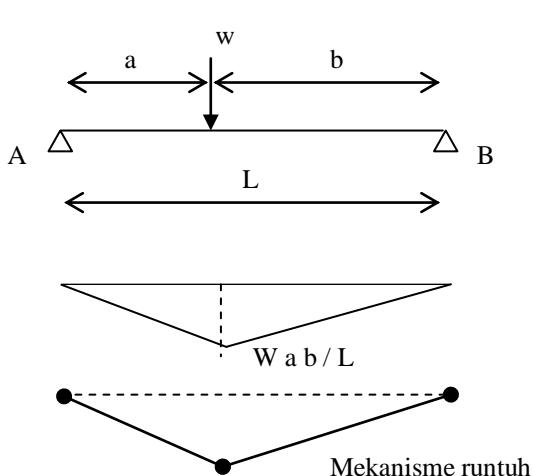


Contoh : Balok sederhana dengan beban ditengah bentang
Momen max ada di tengah bentang, bila beban runtuh tercapai terbentuk sendi plastis dg $M_{max} = M_p$.

$$w_c = \frac{4M_p}{L}, M_p = z \sigma_y$$

$$w_c = \lambda w, w = w_c / \lambda$$

Contoh : Balok sederhana dengan beban di sembarang tempat

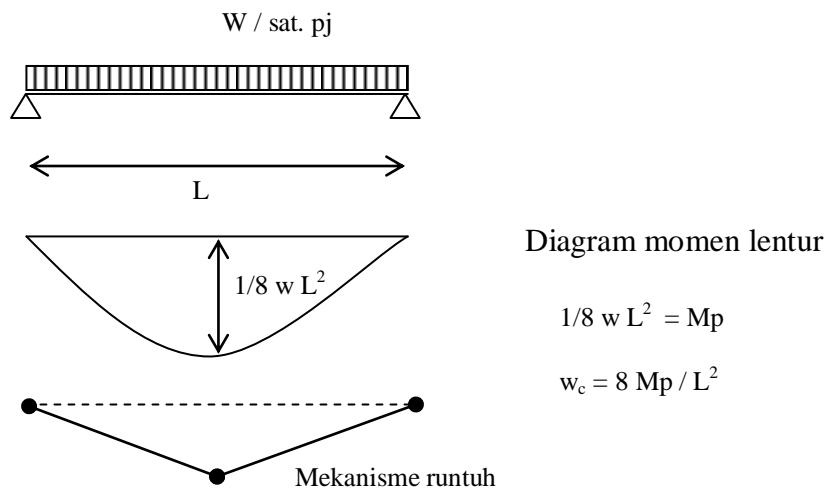


Momen max = di bawah beban
Bila beban runtuh tercapai terbentuk sendi plastis di bawah beban tersebut.
Dengan momen mencapai = M_p

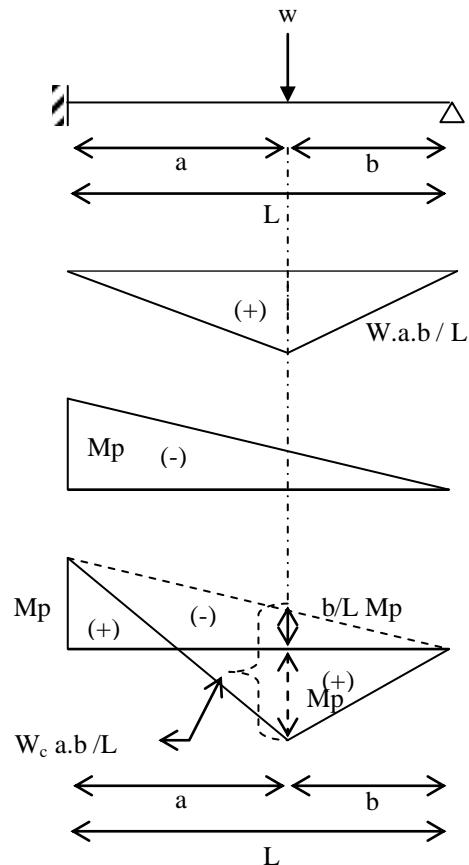
$$w_c a b / L = M_p$$

$$w_c = M_p \cdot L / a \cdot b$$

4. Contoh : Balok sederhana dengan beban merata



5. Contoh : Balok Jepit –sendi dengan beban terpusat



Momen
bebas

Momen
reaktan

Momen
resultan

Persamaan kesetimbangan :

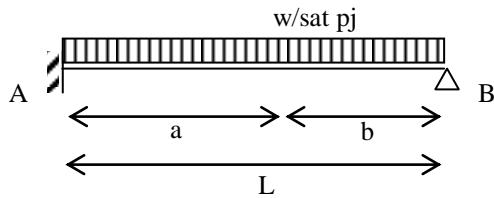
$$Mp + \frac{b}{L} Mp = \frac{w_c a b}{L}$$

$$Mp = \frac{w_c a b}{L + b}$$

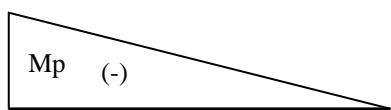
Jadi beban runtuh :

$$w_c = \frac{Mp(L+b)}{ab}$$

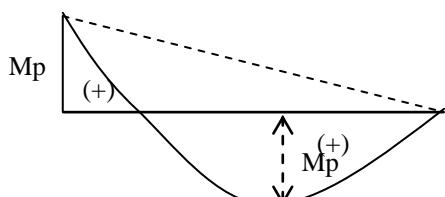
6. Contoh : Balok Jepit –sendi dengan beban merata



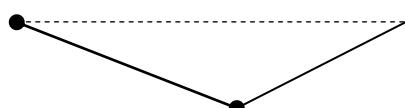
Momen
bebas
(+)



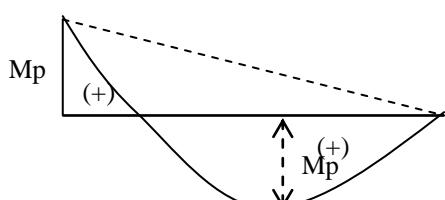
Momen
reaktan
(-)



Momen
resultan
(+)



Collase
mekanisme



M_{\max} pada $dM_x/dx = 0$
(gaya lintang , SF=0)

$$\sum M_A = 0$$

$$\frac{1}{2}w(l-x)^2 - Mp - Mp = 0$$

$$\frac{1}{2}w(l-x)^2 = 2Mp \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\sum M_B = 0$$

$$\frac{1}{2}wx^2 - Mp = 0$$

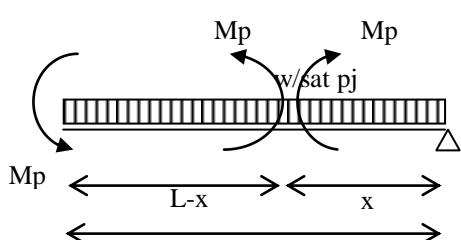
$$\frac{1}{2}wx^2 = Mp$$

$$wx^2 = 2Mp \quad \dots\dots\dots(2)$$

Dari pers (1) dan (2)

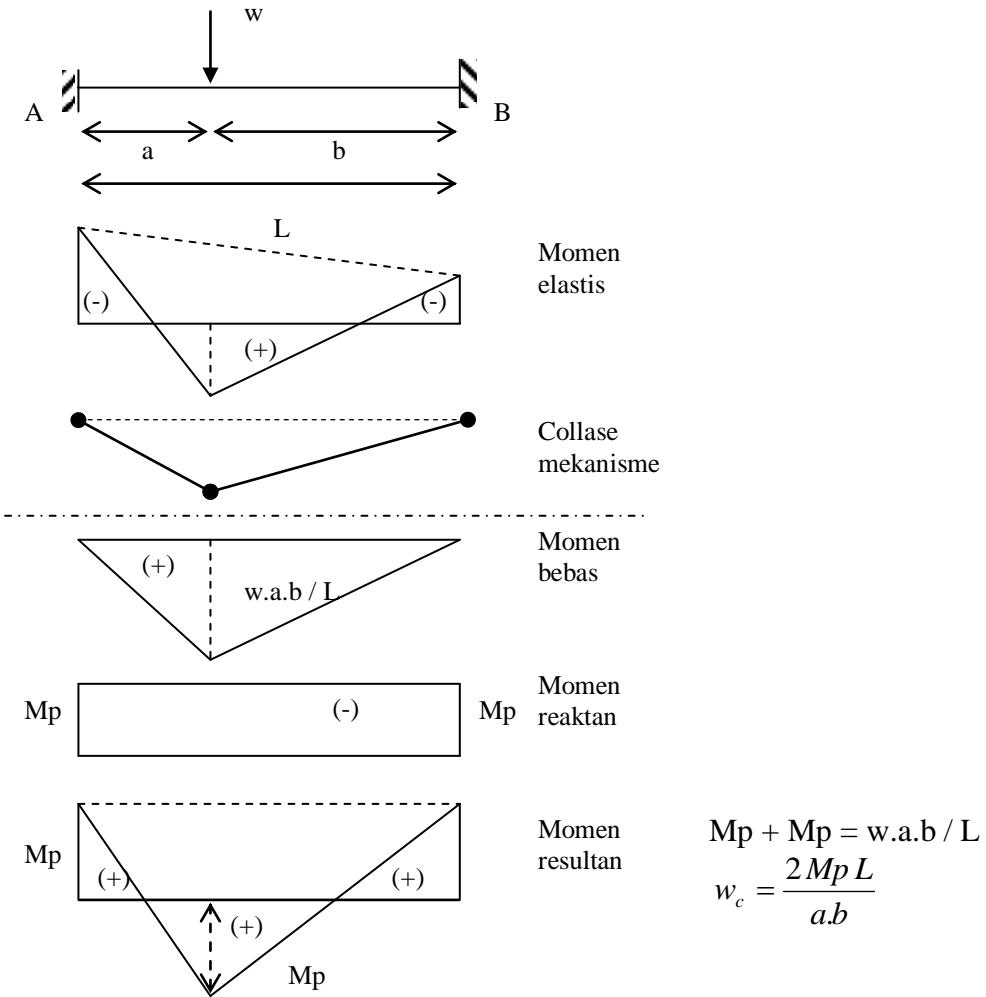
$$\frac{1}{2}w(l-x)^2 = wx^2$$

$$x^2 + 2lx - l^2 = 0 \rightarrow x = 0.4142l$$

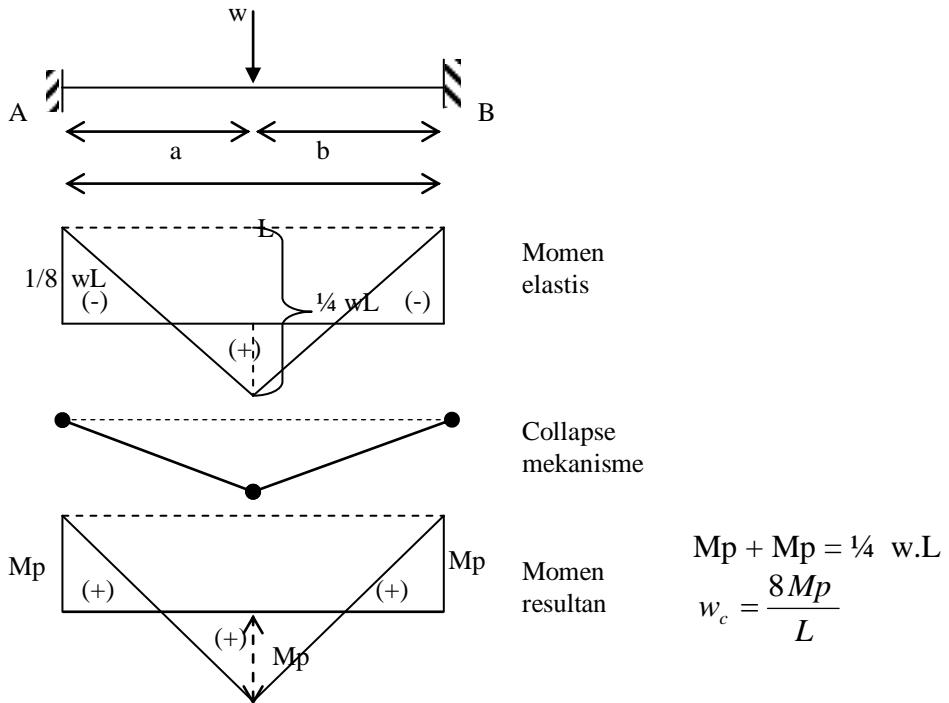


$$\text{Dari (2)} : \frac{1}{2}w_c (0.4142 L)^2 = Mp \rightarrow W_c = 11.66 \text{ Mp/L}^2$$

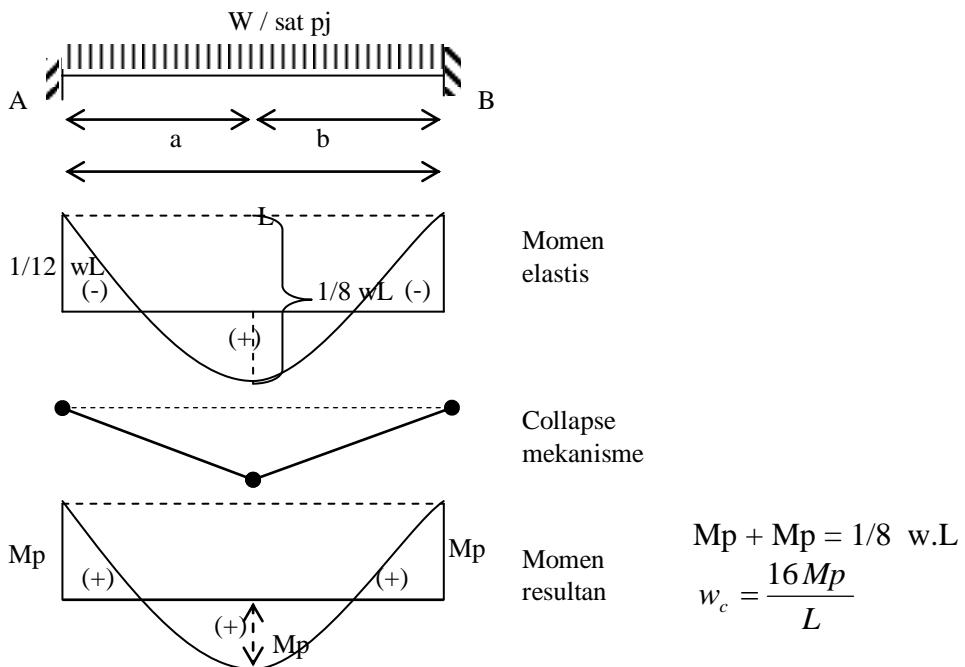
7. Contoh : Balok jepit-jepit dengan beban terpusat



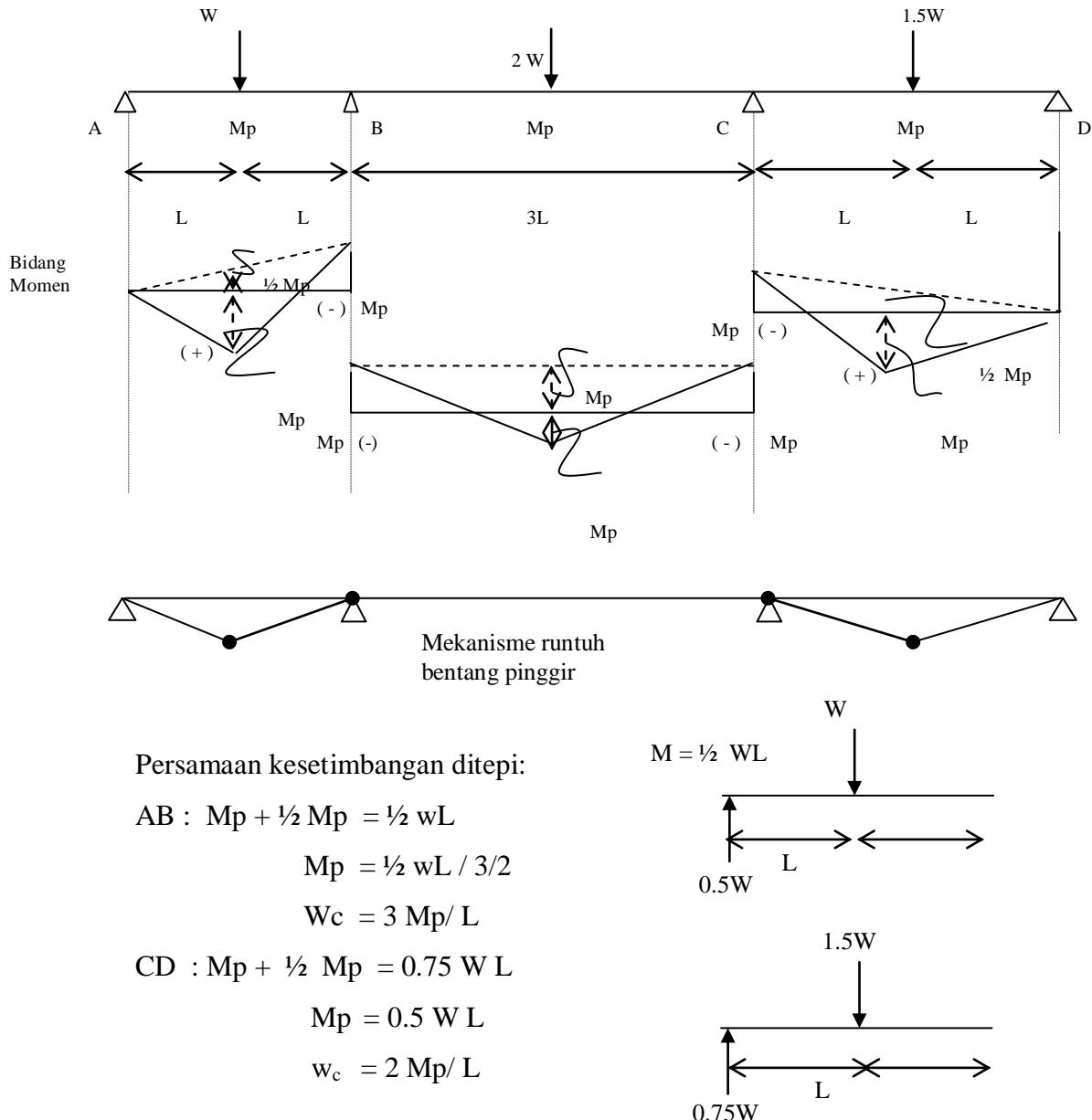
8. Contoh : Balok jepit-jepit dengan beban terpusat ditengah

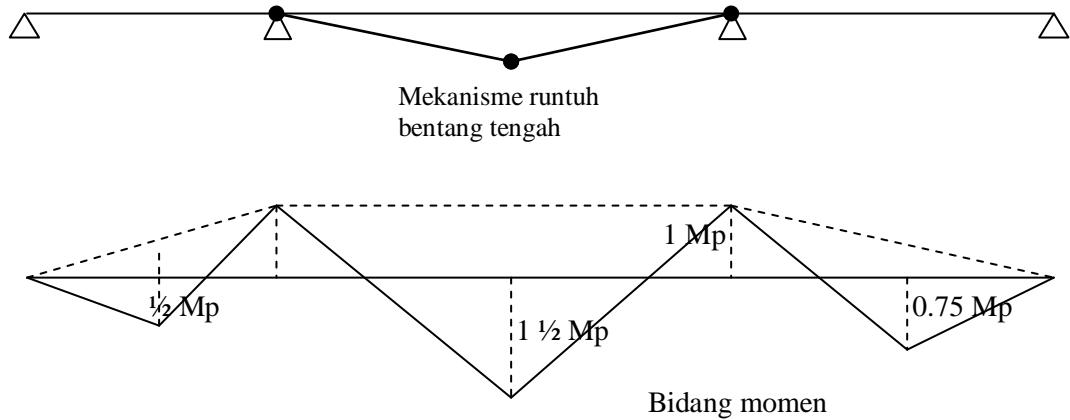


Contoh 5 : Balok jepit-jepit dengan beban merata



9. Contoh : Balok menerus (beban terpusat)



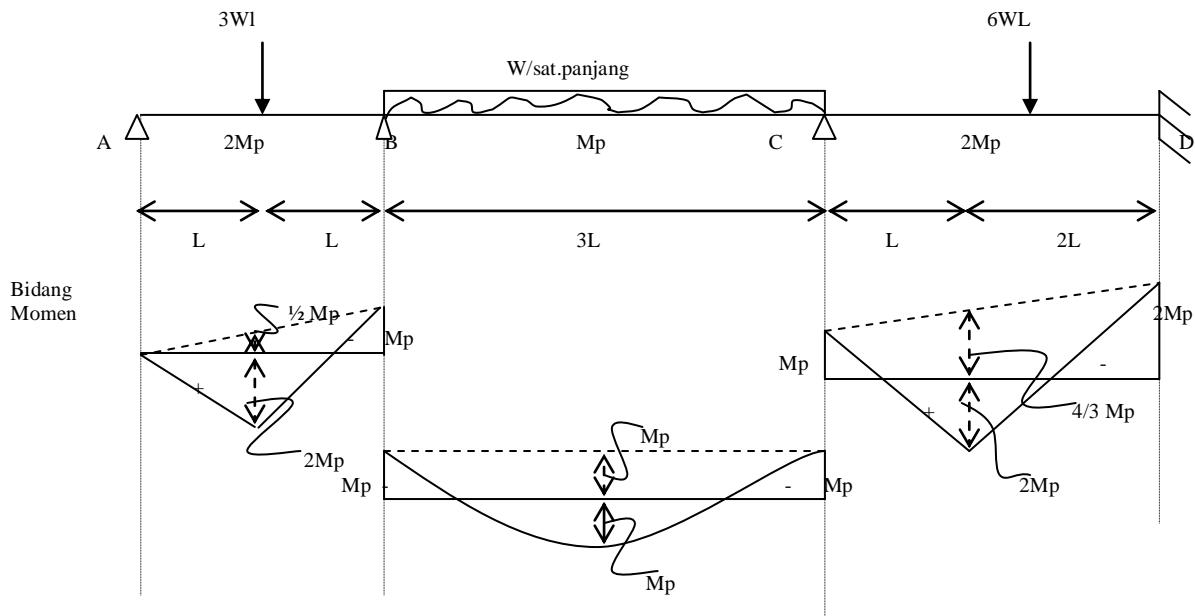


Persamaan kesetimbangan ditengah:

$$AB : Mp + 1\frac{1}{2} Mp = 2 w(1.5L)^2 / 3 L$$

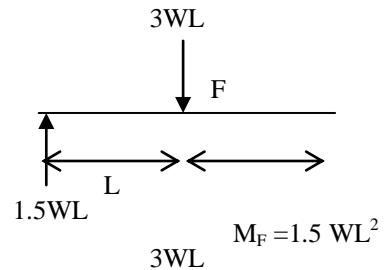
$$Mp = 3/5 wL \quad w_c = 5/3 Mp / L$$

10. Contoh : Balok menerus (beban merata)

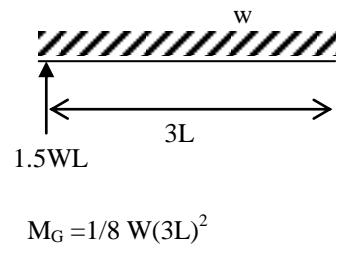


Persamaan kesetimbangan :

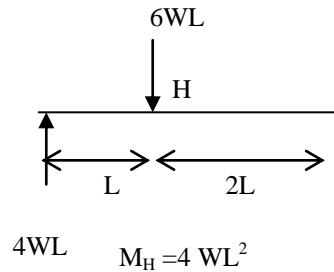
$$\begin{aligned} AB &= 2 Mp + \frac{1}{2} Mp = 1 \frac{1}{2} WL^2 \\ 2 \frac{1}{2} Mp &= 1 \frac{1}{2} WL^2 \\ Wc &= 1,67 Mp/L^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} BC &= Mp + Mp = 1/8 W (3L)^2 \\ Mp &= \frac{9}{16} WL^2 \\ Wc &= 1,77 Mp/L^2 \end{aligned}$$

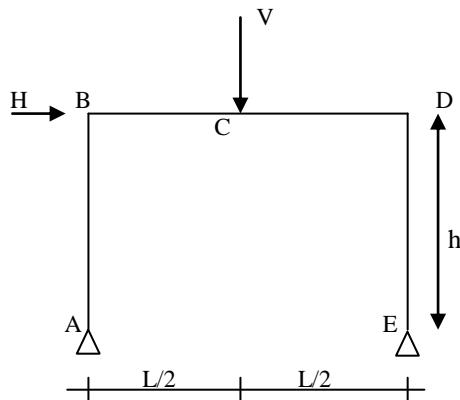


$$\begin{aligned} CD &= 2Mp + 4/3 Mp = 4WL^2 \\ 2\frac{4}{3}M_p &= 4 WL^2 \\ Wc &= 0,83 Mp/L^2 \end{aligned}$$

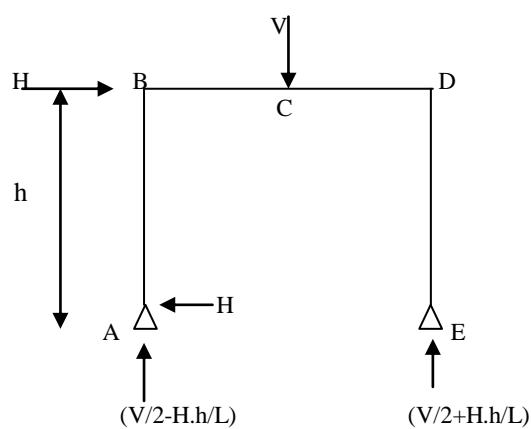


Beban runtuh (diambil yang terkecil) pada bentang CD yaitu $Wc = 0,83 \text{ Mp}/\text{L}^2$

11. Contoh : Portal (beban vertikal dan horizontal)



Kedua tumpuan sendi
 → struktur mempunyai 1 redundan
 → perlu 2 sendi plastis untuk
 Mencapai kondisi mekanisme



Agar st tertentu
 Tumpuan E → ROL
 Sehingga gaya redundan = nol
 $\Sigma M_E = 0 \rightarrow R_A \cdot L + H \cdot h - V \cdot \frac{1}{2} L = 0$

$$R_A = \frac{V \frac{1}{2} L}{L} - \frac{H \cdot h}{L}$$

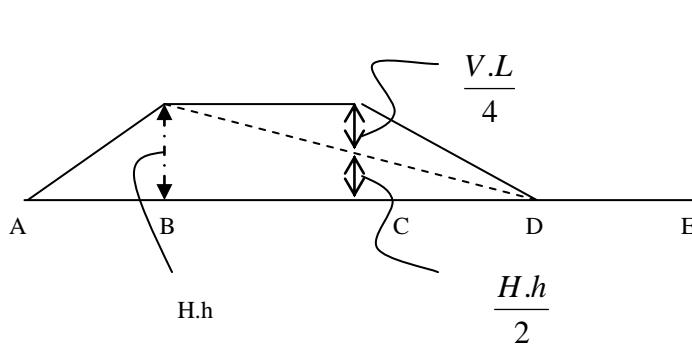
$$= \frac{1}{2} V - H \cdot h / L$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -R_E \cdot L + V \cdot \frac{1}{2} L + H \cdot h$$

$$R_E = \frac{V \frac{1}{2} L}{L} + \frac{H \cdot h}{L}$$

$$= \frac{1}{2} V - H \cdot h / L$$

Diagram momen bebas dibuat dalam balok menerus



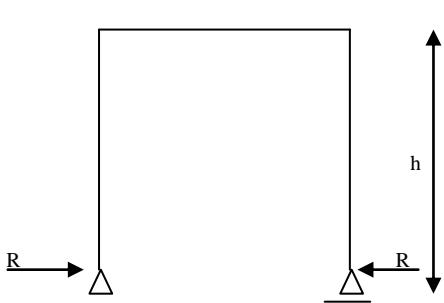
$$M_B = H \cdot h$$

$$M_C = \left(\frac{V}{2} - \frac{H \cdot h}{L} \right) \frac{L}{2} + H \cdot h$$

$$= \frac{VL}{4} - \frac{Hh}{2} + H.h$$

$$= \frac{VL}{4} + \frac{H.h}{2}$$

Untuk menggambar diagram momen reaktan, semua beban luar ditiadakan dan gaya redundan R di pasang pada tumpuan E



- Jika $V = \frac{2.H.h}{L}$ maka :
$$Mc = \frac{2.H.h}{L} \cdot L/4 + \frac{H.h}{2} = H.h$$

$$\rightarrow H \cdot h - R \cdot h = Mp$$

$$\underline{\underline{R \cdot h = Mp}} +$$

$$H \cdot h = 2 Mp \text{ atau } Mp = \frac{H.h}{2}$$
- Jika $V = 0$ maka:
$$Mc = \frac{0.L}{4} + \frac{H.h}{2} = \frac{H.h}{2}$$

$$\text{Atau } Mp = \frac{H.h}{2}$$

Diagram momen reaktannya:

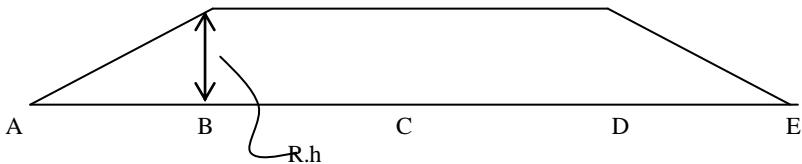


Diagram momen resultannya:

