

KULIAH PERTEMUAN 12

Analisa struktur statis tak tentu dengan metode distribusi momen (Cross) pada balok

A. Lembar Informasi

1. Kompetensi

Mahasiswa dapat menghitung momen ujung batang untuk balok statis tak tentu dengan metode distribusi momen (Cross)

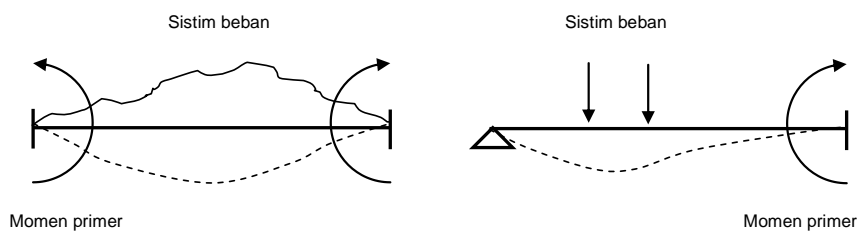
2. Materi Belajar

METODA CROSS

Metoda Cross atau sering disebut pula metoda iterasi momen, merupakan cara paling populer digunakan untuk menghitung Bangunan STATIS TAK TENTU secara manual.

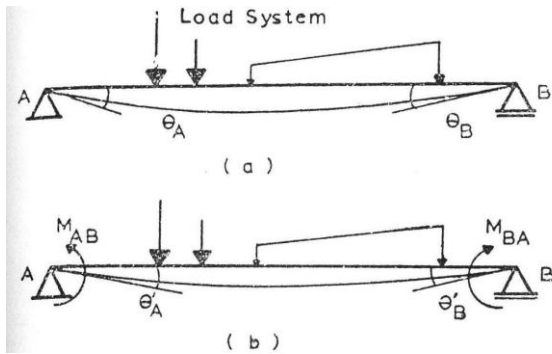
Cara ini prinsipnya adalah pendistribusian momen-momen ketidak seimbangan yang terjadi pada setiap titik kumpul kepada batang-batangnya sesuai dengan kekakuannya. Momen ketidak seimbangan ini terbentuk sebagai akibat dari adanya momen-momen primer dari batangnya yang bertemu di titik kumpul tersebut. Momen primer adalah momen-momen pada setiap ujung batang tersebut yang berupa jepit sempurna (tidak ada rotasi), pada kenyataannya ujung-ujung batang tersebut tidaklah bersifat jepit sempurna karena titik kumpul dapat berotasi, akibat adanya rotasi inilah maka terjadi pendistribusian dari jumlah momen-momen primernya (momen ketidak seimbangan).

Lihat balok yang dibebani dibawah ini :



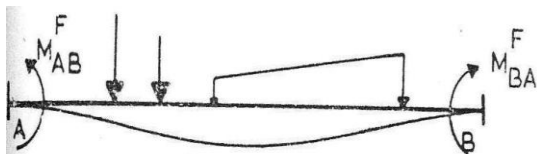
Pada tumpuan jepit akibat beban luar menimbulkan momen primer, sedangkan pada tumpuan sendi tidak menimbulkan momen primer (karakteristik perletakan sendi).

Balok AB dibebani seperti gambar dibawah ini :



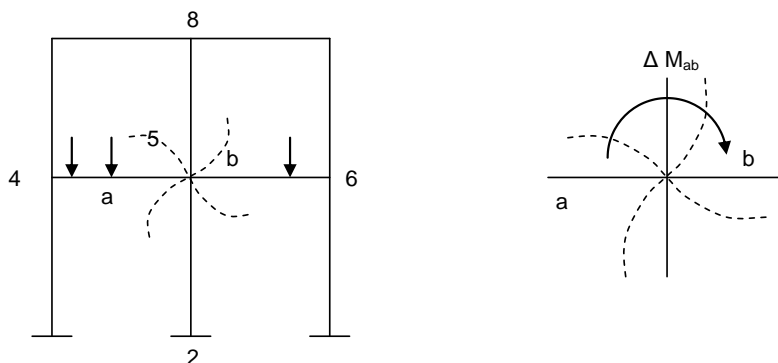
Akibatnya batang AB melentur, timbul θ_A & θ_B (gambar a.)

Jika ujung-ujung A dan B dicegah terhadap rotasi, berarti di A dan B kita berikan momen perlawanan (Restraint Moment) M_{AB} dan M_{BA} sehingga putaran sudut di A dan B menjadi lebih kecil dari semula $\theta'_A < \theta_A$ dan $\theta'_B < \theta_B$



Bila harga M_{AB} dan M_{BA} sedemikian sehingga $\theta_A = 0$ dan $\theta_B = 0$ maka disebut sebagai momen primer atau Fixed End Momen.

Tinjau portal dibawah ini, pada titik 5 terjadi momen ketidak seimbangan dengan keseimbangan $\Sigma M = 0$



$$\Delta M_{ab} + \Delta M_{52} + \Delta M_{58} + \Delta M_{54} + \Delta M_{56} = 0$$

Maka

$$\Delta M_{52} + \Delta M_{58} + \Delta M_{54} + \Delta M_{56} = -\Delta M_{ab}$$

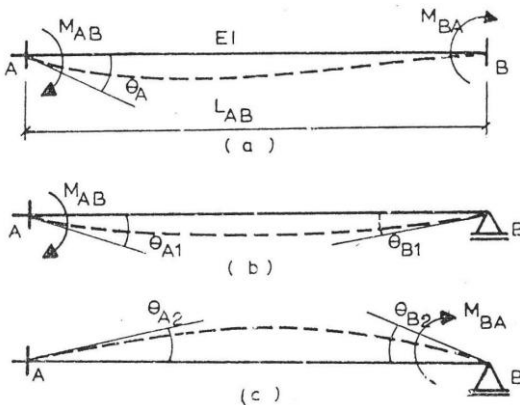
Bahwa jumlah dari distribusi momen sama dengan harga negatif dari momen-momen ketidak seimbangan.

Besarnya momen ketidak seimbangan pada titik kumpul akan disebar kesetiap batang yang bertemu pada titik tersebut sesuai dengan kekakuan batang-batang tersebut.

KEKAKUAN DAN FAKTOR INDUKSI

a) Batang dengan ujung jepit

Batang AB diberi beban M_{AB} sehingga timbul θ_A .



AB (gambar a) = gambar b + gambar c

Syarat batas :

$$\theta_{A1} - \theta_{A2} = \theta_A$$

$$\theta_{B1} - \theta_{B2} = \theta_B$$

Dari gambar b.
$$\theta_{A1} = \frac{M_{AB} \cdot L_{AB}}{3EI} \rightarrow \theta_{B1} = \frac{M_{AB} \cdot L_{AB}}{6EI}$$

Dari gambar c.
$$\theta_{A2} = \frac{M_{BA} \cdot L_{AB}}{3EI} \rightarrow \theta_{B2} = \frac{M_{BA} \cdot L_{AB}}{6EI}$$

Berdasarkan syarat batas :

$$\frac{M_{AB} \cdot L_{AB}}{3EI} - \frac{M_{BA} \cdot L_{AB}}{6EI} = \theta_A$$

$$\frac{M_{BA} \cdot L_{AB}}{3EI} - \frac{M_{AB} \cdot L_{AB}}{6EI} = 0 \Rightarrow M_{BA} = \frac{1}{2} M_{AB} \text{ disebut faktor induksi (carry over factor)}$$

Dimana $M_{BA} = \frac{1}{2} M_{AB}$

Maka :

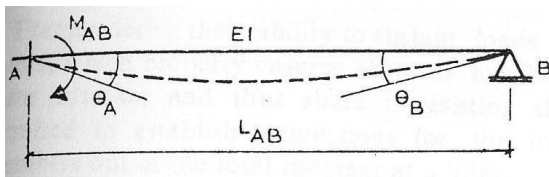
$$\frac{M_{AB} \cdot L_{AB}}{3EI} - \frac{(\frac{1}{2} M_{AB}) \cdot L_{AB}}{6EI} = \theta_A \Rightarrow \theta_A = \frac{M_{AB} \cdot L_{AB}}{4EI} \Rightarrow M_{AB} = \frac{4EI}{L_{AB}} \theta_A$$

Jika θ_A dalam 1 (satu) radian, maka :

$$M_{AB} = \frac{4EI}{L_{AB}} \cdot 1 \text{ (disebut stiffness atau kekakuan batang AB)}$$

$$K_{AB} = \frac{4EI}{L_{AB}}$$

b) Batang dengan ujung sendi



Bila batang AB diberi beban M_{AB} maka timbul θ_A dan θ_B di sendi, bila

$$\theta_A = \frac{M_{AB} \cdot L_{AB}}{3EI} \Rightarrow M_{AB} = \frac{3EI}{L_{AB}} \theta_A$$

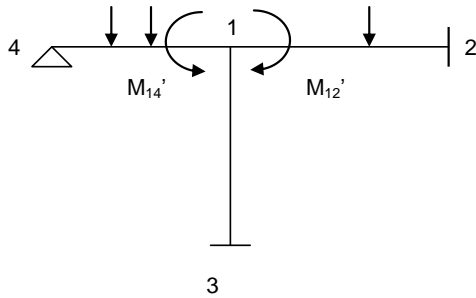
Jika θ_A dalam 1 (satu) radian

$$\text{Maka } M_{AB} = \frac{3EI}{L_{AB}} \cdot 1 \text{ atau } K_{AB} = \frac{3EI}{L_{AB}}$$

Catatan : ujung sendi tidak menerima induksi atau induksi = 0

FAKTOR DISTRIBUSI

Lihat gambar dibawah ini :



Akibat beban yang ada maka ada momen primer M_{14}^0 dan M_{12}^0 dititik 1

$$\Delta M_1 = M_{12}^0 + M_{14}^0$$

ΔM_1 disebar ke batang batang 1-4, 1-2, dan 1-3

Dimana :

$$\Delta M_{12} + \Delta M_{13} + \Delta M_{14} = -\Delta M_1$$

$$\Delta M_{12} = \frac{4EI_{12}}{L_{12}} \cdot \theta_{12}$$

$$\Delta M_{13} = \frac{4EI_{13}}{L_{13}} \cdot \theta_{13}$$

$$\Delta M_{14} = \frac{4EI_{14}}{L_{14}} \cdot \theta_{14}$$

Dimana θ_{ij} dititik 1 sama semua, maka

$$\begin{aligned} \Delta M_{12} : \Delta M_{13} : \Delta M_{14} &= \frac{4I_{12}}{L_{12}} : \frac{4I_{13}}{L_{13}} : \frac{3I_{14}}{L_{14}} \\ &= k_{12} : k_{13} : k_{14} \end{aligned}$$

$$\Sigma k_1 = k_{12} : k_{13} : k_{14}$$

maka :

$$\Delta M_{12} = \frac{k_{12}}{\Sigma k_1} (-\Delta M_1) = -\Sigma_{12} \cdot \Delta M_1$$

$$\Delta M_{13} = \frac{k_{13}}{\Sigma k_1} (-\Delta M_1) = -\Sigma_{13} \cdot \Delta M_1$$

$$\Delta M_{14} = \frac{k_{14}}{\Sigma k_1} (-\Delta M_1) = -\Sigma_{14} \cdot \Delta M_1$$

Ingat : $k_{ij} = \frac{\alpha_{ij} \cdot EI_{ij}}{L_{ij}}$, $\alpha_{ij} = 3$ untuk ujung sendi

$\alpha_{ij} = 4$ untuk ujung jepit

FAKTOR INDUKSI



Ujung jepit

Di A diberi momen M_{AB} maka B menerima induksi sebesar $M_{BA} = \frac{1}{2} M_{AB}$, jadi faktor induksi = $\frac{1}{2}$.

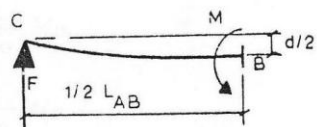
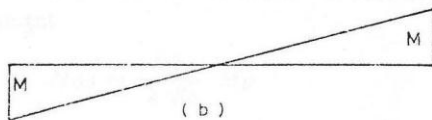
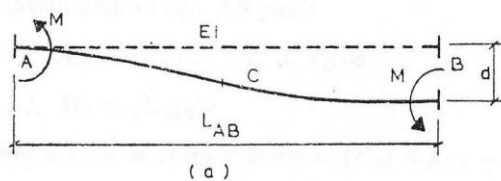


Ujung sendi/rol

Jika di A diberi momen M_{AB} maka di B tidak ada induksi atau $M_{BA} = 0$ jadi faktor induksi = 0.

MOMEN PRIMER AKIBAT PERLETAKAN TURUN

a) Balok jepit – jepit



Balok AB dijepit di A dan B , B turun sebesar δ dibandingkan dari A, timbul momen di A yaitu M_{AB} dan di B yaitu M_{BA}

Dimana $M_{AB} = M_{BA}$

Lendutan di B akibat putaran sudut di A

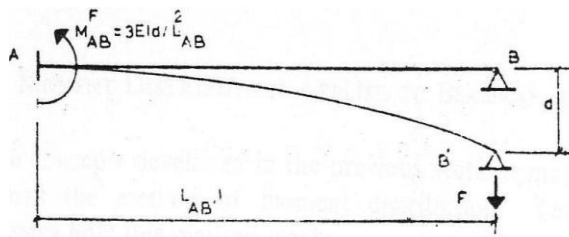
$$\delta = \frac{M_{AB} \cdot I}{4EI} \left(\frac{2}{3}l + \frac{1}{6}l \right) - \frac{M_{BA} \cdot I}{4EI} \frac{1}{6}l$$

Dengan $M_{AB} = M_{BA}$ maka :

$$\delta = \frac{1}{EI} \left(\frac{M_{AB} \cdot I}{4} \right) \frac{2}{3}l = \frac{M_{AB} \cdot I^2}{6EI}$$

$$\therefore M_{AB} = \frac{6EI \cdot \delta}{l^2}, M_{AB} = M_{BA}$$

b) Balok jepit – sendi



Perletakkan A jepit, B sendi

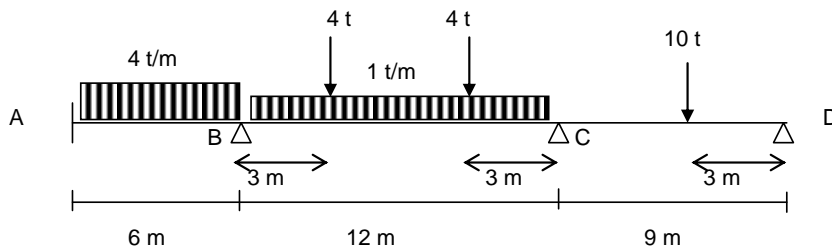
A turun sebesar δ , timbul momen di A yaitu M_{AB}

$$\delta = \left(\frac{M_{AB} \cdot I}{2EI} \right) \frac{2}{3}l = \frac{M_{AB} \cdot I^2}{3EI}$$

$$\therefore M_{AB} = \frac{3EI \cdot \delta}{l^2}$$

catatan : momen primer nilainya positif apabila penurunan batang disebelah kanan batang, sebaliknya momen primer nilainya negatif apabila penurunan batang di sebelah kiri batang

Contoh 1 . Perhatikan Struktur balok menerus di bawah ini , dimana semua batang memiliki EI konstan



I. Kekakuan (semua titik kumpul yang ditengah struktur dianggap jepit, dan ujung batang CD yaitu titik D juga dianggap jepit)

$$K_{AB} = \frac{4EI}{6} = 0,667.EI$$

$$K_{BC} = \frac{4EI}{12} = 0,333.EI$$

$$K_{CD} = \frac{4EI}{9} = 0,444.EI \quad (\text{balok CD dianggap jepit-jepit})$$

Koefisien Distribusi :

$$\left. \begin{aligned} D_{BA} &= \frac{0,667}{0,667 + 0,333} = 0,667 \\ D_{BC} &= \frac{0,337}{0,667 + 0,333} = 0,333 \end{aligned} \right\} \Sigma = 1$$

catatan : kontrol setiap titik kumpul jumlahnya harus 1 (satu)

$$\left. \begin{aligned} D_{CB} &= \frac{0,333}{0,777} = 0,428 \\ D_{CD} &= 1 - 0,428 = 0,572 \end{aligned} \right\} \Sigma = 1$$

II. Momen Primer (fixed end momen)

Diasumsikan seluruh titik gabung (joint) dikunci \Rightarrow jepit

$$M_{BA}^F = -M_{AB}^F = \frac{4.6^2}{12} = 12,00 \text{ tm}$$

$$M_{CB}^F = -M_{BC}^F = \frac{1}{12} (1)(12)^2 + \frac{4.3(9)^2}{12^2} + \frac{4.9.3^2}{12^2} = 21 \text{ tm}$$

$$M_{DC}^F = \frac{10.3.6^2}{9^2} = 13,33 \text{ tm}$$

$$M_{CD}^F = \frac{-10.6.3^2}{9^2} = -6,67 \text{ tm}$$

DISTRIBUSI MOMEN

Untuk perhitungan distribusi momen dibuat dalam bentuk tabel seperti dibawah ini, untuk menghitung distribusi momen atau balanced (BAL) dilakukan dengan jumlah momen primer pada satu titik kumpul dengan koefisien distribusi masing-masing batang yang ada pada titik kumpul tersebut, contoh :

$$\text{BAL batang BA} = (\text{FEM}_{ba} + \text{FEM}_{bc}) * (-D_{ba})$$

$$\text{BAL batang BC} = (\text{FEM}_{ba} + \text{FEM}_{bc}) * (-D_{bc}),$$

Kemudian perhitungan induksi momen ujung batang atau Carry Over (CO), dari ujung kiri batang yang ditengah ke ujung batang kanan dari batang yang sebelah kirinya dan dari ujung kanan batang yang ditengah ke ujung batang kiri dari batang yang sebelah kanannya. Pada perletakan ujung jepit (sebenarnya) hanya menerima induksi saja tanpa harus menginduksi ke ujung batang seberangnya lagi.

Titik Kumpul	A	B		C		D
Batang	AB	BA	BC	CB	CD	DC
$-D_{ij}$	0	0,667	0,333	0,428	0,572	1
FEM	- 12,00	12,00	- 21,00	21,00	- 6,67	13,33
BAL/Dis 1		6,00	3,00	-6,15	- 8,18	-13,33
CO/induks1	3,00		- 3,00	1,50	- 6,67	- 4,09
BAL/dis 2		2,06	1,02	2,21	2,96	4,09
CO/induks 2	1,03		1,10	0,52	2,04	1,48
BAL		- 0,73	- 0,37	-1,09	-1,47	-1,48
CO/induks 3	- 0,36		- 0,54	- 0,18	- 0,74	- 0,74
BAL		0,36	0,18	0,39	0,53	0,74
CO/induks 4	0,18		0,20	0,09	0,37	0,27
BAL	- 0,06	-0,13	-0,07	- 0,20	- 0,26	- 0,27
Final/momen akhir	- 8,21	19,56	-19,56	18,09	-18,09	0,00

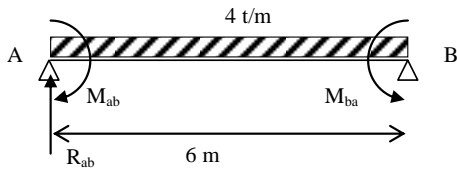
Comment [b1]: Dianggap jepit

Hasil distribusi momen (final) merupakan nilai momen ujung batang dari balok menerus.

$$M_{ab} = - 8,21 , M_{ba} = 19,56 , M_{bc} = - 19,56 , M_{cb} = 18,09 , M_{cd} = - 18,09 , M_{dc} = 0,00$$

Menghitung reaksi perletakan (dibuat Freebody batang) :

Batang AB :



$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow R_{AB} = \frac{4.6}{2} + \frac{8,21 + (-19,56)}{6} = 12 - 1,89 = 10,11 \text{ (ton)}$$

$$R_{BA} = \frac{4.6}{2} - \frac{8,21 + (-19,56)}{6} = 13,89$$

Dengan cara yang sama maka pada batang BC

$$R_{BC} = \frac{1.12}{2} + \frac{4.9}{12} + \frac{4.3}{12} + \frac{19,56 + (-18,09)}{12} = 10,12$$

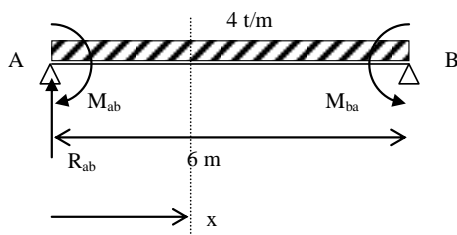
$$R_{CB} = \frac{1.12}{2} + \frac{4.3}{12} + \frac{4.9}{12} + \frac{19,56 + (-18,09)}{12} = 9,88$$

Dengan cara yang sama maka pada batang CD

$$R_{CD} = \frac{10.3}{9} + \frac{(18,09)}{9} = 5,34$$

$$R_{DC} = \frac{10.6}{9} - \frac{(18,09)}{9} = 4,66$$

Untuk menggambarkan bidang momen , dapat dicari persamaan bidang momen akibat beban luar dan momen ujung batang (hasil cross) , sebagai contoh :



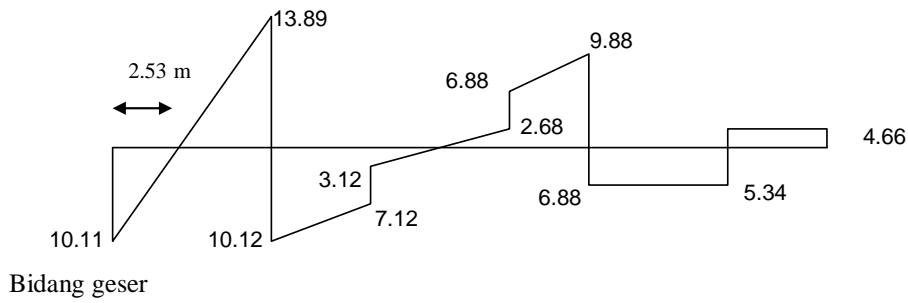
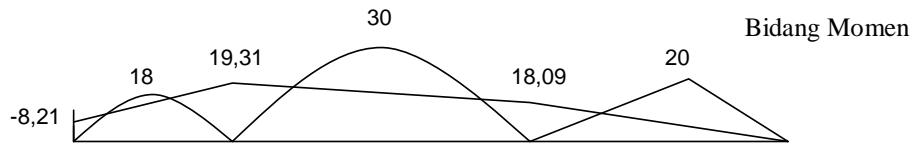
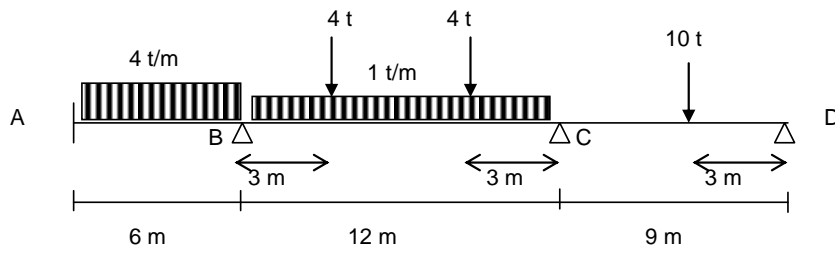
$$Mx = R_{AB} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2 + M_{AB} ,$$

$$\text{pada } x = 0 \rightarrow M_A = 10,11 \cdot (0) - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (0)^2 + 8,21 = 8,21$$

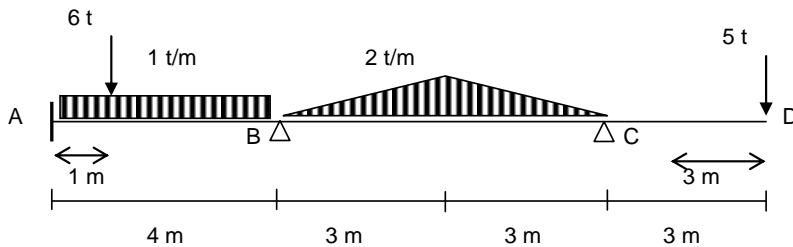
$$\text{pada } x = 3 \rightarrow M_A = 10,11 \cdot (3) - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (3)^2 + 8,21 = 20,54 \text{ tm}$$

$$\text{untuk gaya geser (lintang) : } Dx = R_{AB} - q \cdot x$$

jika ingin mengetahui gaya lintang = 0 maka $Dx = 0$; $R_{AB} - q \cdot x = 0$ didapat nilai x jarak dari titik A dengan cara yang sama dapat dilakukan pada batang BC , CD. Maka hasilnya dapat dilihat dibawah ini :



Contoh 2 : Perhatikan Struktur balok menerus di bawah ini , pada batang AB dan CD (propertisnya) = 2EI , batang BC = 3EI .



Kekakuan batang :

$$K_{AB} = \frac{4E.2I}{4} = 2EI$$

$$K_{BC} = \frac{4EI.3I}{6} = 2EI$$

Koefisien distribusi :

$$\left. \begin{aligned} D_{BA} &= \frac{2}{(2+2)} \cdot \frac{EI}{EI} = 0,5 \\ D_{BC} &= \frac{2}{(2+2)} \cdot \frac{EI}{EI} = 0,5 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Kontrol} \\ \Sigma = 1 \end{array}$$

$D_{AB} = 0$, karena jepit

$D_{CB} = 1$, karena C sendi

Momen Primer

$$M_{CD}^0 = -P_2.l = -5.3 = -15 \text{ tm}$$

$$M_{AB}^0 = -\left(\frac{6.1.3^2}{4^2} + \frac{1}{12} \cdot 1.4^2\right) = -4,708 \text{ tm}$$

$$M_{BA}^0 = \frac{6.3.1^2}{4^2} + \frac{1}{12} \cdot 1.4^2 = 2,458 \text{ tm}$$

$$M_{BC}^0 = -\frac{5.\omega.l}{48} = -\frac{5.2 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 2.3) \cdot 6}{48} = -3,75 \text{ tm}$$

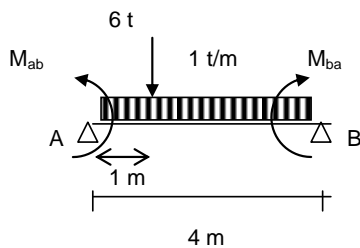
$$M_{CB}^0 = -M_{BC}^0 = 3,75 \text{ tm (simetris)}$$

DISTRIBUSI MOMEN

Titik Kumpul Batang	A	B		C	
	AB	BA	BC	CB	CD
- D _{ij}	0	0,5	0,5	1	0
M _{ij} ^o	- 4,708	2,458	- 3,75	3,75	- 15
D ₁		0,646	0,646	11,25	0
I ₁	0,323		5,625	0,323	
D ₂		-2,813	-2,813	- 0,323	0
I ₂	1,406		0,162	1,406	
D ₃		- 0,081	- 0,081	-1,406	0
I ₃	- 0,041		- 0,703	-0,041	
D ₄		0,352	0,352	0,041	0
I ₄	0,176			0,176	
Final	- 5,75	0,02	- 0,02	15	-15

Menghitung Reaksi Perletakan

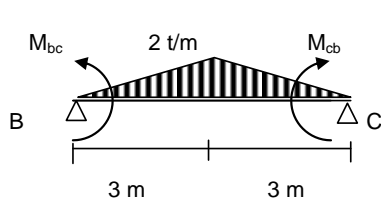
Freebody AB



$$R_{AB} = \frac{P \cdot 3}{4} - \frac{M_{AB} + M_{BA}}{4} + \frac{1.4}{2}$$

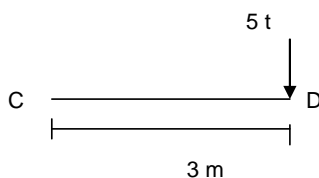
$$= \frac{6.3}{4} - \frac{-5,75 + 0,02}{4} + 2 = 7,9325$$

$$R_{BA} = \frac{P \cdot 1}{4} + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{4} + \frac{1.4}{2} = 2,0675$$



$$R_{BC} = \frac{(\frac{1}{2} \cdot 2.3)2}{2} - \frac{-0,02 + 15}{6} = 0,5033$$

$$R_{BC} = \frac{(\frac{1}{2} \cdot 2.3)2}{2} + \frac{-0,02 + 15}{6} = 5,4967$$



$$R_{CD} = \frac{15}{3} = 5 \rightarrow \Sigma V = 0$$

Perhitungan Momen dan Gaya Lintang

Freebody AB (lihat gambar kanan)

Pada daerah AE, $0 \leq x \leq 1$

$$M_x = 7,9325 x - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot x^2 - 5,75$$

$$x = 0 \rightarrow M_A = -5,75$$

$$x = 1 \rightarrow M_E = 1,6825$$

$$M = 0 \rightarrow x = 0,76 \text{ m}$$

$$D_x = 7,9325 - 1 \cdot x$$

$$x = 0 \rightarrow D_A = 7,9325$$

$$x = 1 \rightarrow D_E = 6,9325$$

Pada daerah EB, $1 \leq x \leq 4$

$$M_x = 7,9325 \cdot x - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot x^2 - 6 \cdot (x-1) - 5,75$$

$$x = 1 \rightarrow M_E = -1,6825$$

$$x = 4 \rightarrow M_B = -0,02$$

$$M = 0 \rightarrow x = 3,99 \text{ mm}$$

$$M_{\max} \rightarrow \frac{dM_x}{dx} = 7,9325 - x - 6 = 0$$

$$x = 7,9325 - 6 = 1,9325 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 2,1173 \text{ tm}$$

$$D_x = -1 \cdot x + 7,9325 - 6$$

$$x = 1 \rightarrow D_E = 0,9325$$

$$x = 4 \rightarrow D_B = -2,0675$$

Dengan Cara yang sama, untuk freebody BC,

$$q_x : 2 = x : 3 \rightarrow 3q_x = 2x$$

$$q_x = \frac{2}{3} x$$

$$\begin{aligned} \text{Daerah BF, } 0 \leq x \leq 3 \rightarrow M_x &= 0,503 \cdot x - (1/2 \cdot q_x \cdot x) 1/3 \cdot x - 0,02 \\ &= 0,503 \cdot x - (1/2 \cdot 2/3x \cdot x) 1/3 \cdot x - 0,02 \end{aligned}$$

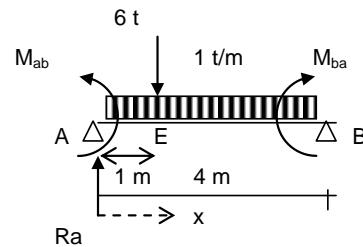
$$x = 0 \rightarrow M_B = -0,02$$

$$x = 3 \rightarrow M_F = -1,511$$

$$M_{\max} \rightarrow \frac{dM_x}{dx} = 0,503 - 1/3 \cdot x^2 = 0 \rightarrow x_1 = -0,614 \text{ (tidak mungkin)}, x_2 = 1,228 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 0,503 \cdot (1,228) - 1/9 \cdot (1,228)^2 - 0,02 = 0,392 \text{ tm}$$

$$D_x = 0,503 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot x \cdot x = 0,503 - 1/3 x^2$$



$$x = 0 \rightarrow D_B = 0,503 \text{ t}$$

$$x = 4 \rightarrow D_E = -2,417 \text{ t}$$

$$\begin{aligned} \text{Daerah CF, } 0 \leq x \leq 3 \rightarrow M_x &= 5,497 \cdot x - (1/2 \cdot 2/3 \cdot x \cdot x) 1/3 \cdot x - 15 \\ &= 5,497 \cdot x - 1/9 \cdot x^3 - 15 \end{aligned}$$

$$x = 0 \rightarrow M_C = -15$$

$$x = 3 \rightarrow M_F = -1,509$$

$$M_{\max} \rightarrow \frac{dM_x}{dx} = 5,497 - 1/3 \cdot x^2 = 0 \rightarrow x = 4,06 \text{ m (tidak mungkin)}$$

$$D_x = -5,497 + 1.3 \cdot x^2$$

$$x = 0 \rightarrow D_C = -5,497 \text{ t}$$

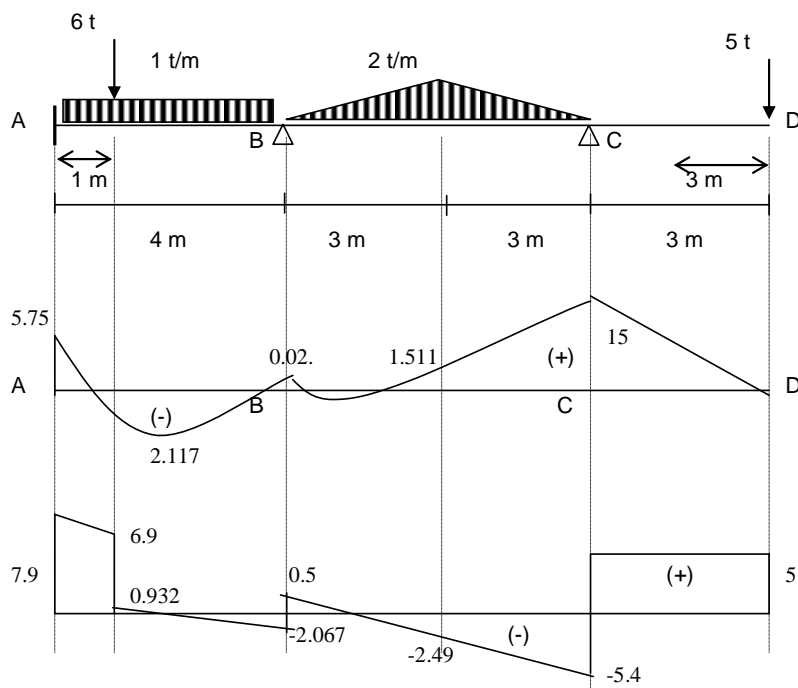
$$x = 3 \rightarrow D_F = -2,497 \text{ t}$$

$$\text{Daerah CD, } 0 \leq x \leq 3 \rightarrow M_x = 5 \cdot x - 15$$

$$x = 0 \rightarrow M_C = -15$$

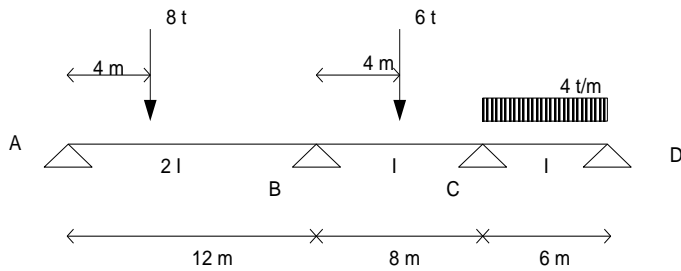
$$x = 3 \rightarrow M_D = -1,509$$

$$D_x = 5, x = 0 \rightarrow D_C = 5, x = 3 \rightarrow D_D = 5$$



B. Lembar Latihan

Contoh : Hitung Distribusi momen-momen ujung batang dan reaksi perletakan dari struktur dibawah ini :



Kekakuan

$$K_{AB} = \frac{3E \cdot 2I}{12} = 0,5EI$$

$$K_{BC} = \frac{4EI}{8} = 0,5EI$$

$$K_{CD} = \frac{3EI}{6} = 0,5EI$$

Koefisien distribusi :

$$D_{BA} = \frac{0,5}{0,5 + 0,5} = 0,5$$

$$D_{BC} = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$D_{CB} = D_{CD} = \frac{0,5}{0,5 + 0,5} = 0,5$$

Momen Primer :

$$M_{AB}^0 = \frac{8 \cdot 4 \cdot (8)^2}{12^2} = 14,22$$

$$M_{BA}^0 = -\frac{8 \cdot 8 \cdot (4)^2}{12^2} = -7,11$$

$$M_{BC}^0 = \frac{6 \cdot 4 \cdot (4)^2}{8^2} = 6$$

$$M_{CB}^0 = -6$$

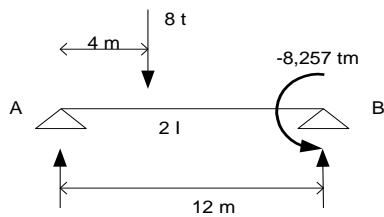
$$M_{CD}^0 = \frac{1}{12} \cdot 4 \cdot 6^2 = 12$$

$$M_{DC}^0 = 12$$

Distribusi Momen (Cross)

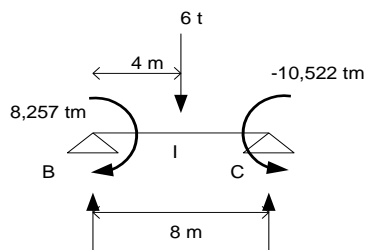
Titik Kumpul	A	B		C		D
Batang	AB	BA	BC	CB	CD	
- D _{ij}	1	0,5	0,5	0,5	0,5	1
M _{ij}	14,22	-7,11	6	-6	12	-12
D ₁	-14,22	0,555	0,555	-3,000	-3,000	12
I ₁		7,11	-1,500	0,277	6,000	
D ₂		4,305	4,305	-3,138	3,138	
I ₂			-1,569	2,152		
D ₃		0,785	0,784	-1,076	-1,076	
I ₃			-0,538	0,392		
D ₄		0,269	0,269	-0,196	-0,196	
I ₄			-0,098	0,134		
D ₅		0,049	0,049	-0,067	-0,067	
Final	0	-8,257	8,257	-10,522	10,522	0

Menghitung Reaksi Perletakan



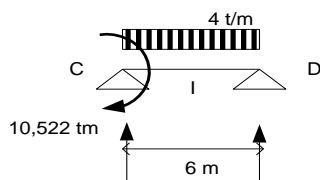
$$R_{AB} = \frac{8 \cdot 8}{12} + \frac{-8,257}{12} = 4,645$$

$$R_{BA} = 8 - 4,645 = 3,355 \quad \Sigma V = 0$$



$$R_{BC} = \frac{6 \cdot 4}{8} + \frac{8,257 + (-10,522)}{8} = 2,717$$

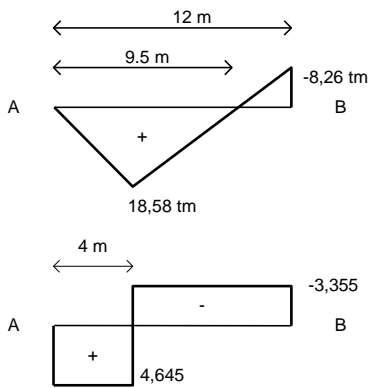
$$R_{CB} = 6 - 2,717 = 3,283 \quad \Sigma V = 0$$



$$R_{CD} = \frac{4 \cdot 6}{2} + \frac{10,522}{6} = 13,754$$

$$R_{DC} = 4 \cdot 6 - 13,754 = 10,246$$

Persamaan momen dan gaya lintang disertai gambar bidang M dan D Batang AB :



$$0 \leq x \leq 4$$

$$M_x = 4,645 \cdot x \quad D_x = 4,645$$

$$M_A = 0 \quad D_A = 4,645$$

$$M_E = 18,58 \quad D_E = 4,645$$

$$4 \leq x \leq 12$$

$$M_x = 4,645 \cdot x - 8 \cdot (x - 4),$$

$$D_x = 4,645 - 8$$

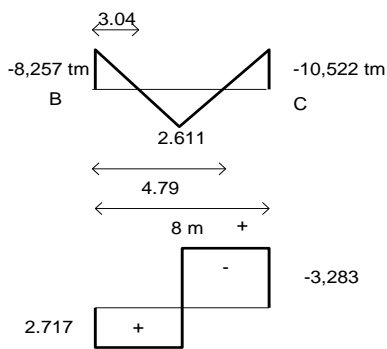
$$M_E = 18,58 \quad D_A = -3,355$$

$$M_B = -8,26 \quad D_B = -3,355$$

$$M_x = 0 \rightarrow 4,645 \cdot x - 8 \cdot (x - 4) = 0$$

$$x = 9,538$$

Batang BC :



$$0 \leq x \leq 4$$

$$M_x = 2,717 \cdot x - 8,257$$

$$M_B = -8,257 \quad M_F = 2,611$$

$$M_x = 0 \rightarrow 2,717 \cdot x - 8,257 = 0$$

$$x = 3,04 \text{ m}$$

$$D_x = 2,717$$

$$D_B = 2,717$$

$$D_F = 2,717$$

$$4 \leq x \leq 8$$

$$M_x = 2,717 \cdot x - 8,257 - 6 \cdot (x - 4)$$

$$M_F = 2,611$$

$$M_C = -10,521$$

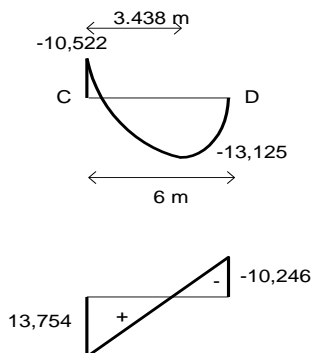
$$M_x = 0 \rightarrow x = 4,795 \text{ m}$$

$$D_x = 2,717 - 6$$

$$D_B = -3,283$$

$$D_F = -3,283$$

Batang CD :



$$0 \leq x \leq 6$$

$$M_x = 13,754 \cdot x - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x^2 - 10,522$$

$$M_C = -10,522$$

$$M_D = 0$$

$$M_{\max} \rightarrow \frac{dM_x}{dx} = 0 \rightarrow 13,754 - 4 \cdot x = 0$$

$$x = 3,438 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 13,125$$

$$M_x = 0 \rightarrow x_1 = 0,876 \text{ m}$$

$$x_2 = 6 \text{ m}$$

$$D_x = 13,754 - 4 \cdot x$$

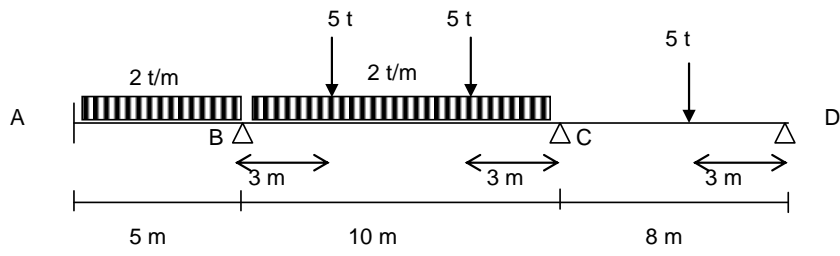
$$D_C = 13,754 \rightarrow x = 0 \text{ m}$$

$$D_D = -10,246 \rightarrow x = 6 \text{ m}$$

$$D_x = 0 \rightarrow x = 3,438 \text{ m}$$

TUGAS LATIHAN Cross (Balok menerus)

Hitung Momen ujung batang dengan Cross
Gambar Bid M dan D dengan nilai2 nya.



KULIAH PERTEMUAN 13

Analisa struktur statis tak tentu dengan metode distribusi momen (Cross) pada Portal tak bergoyang

A. Lembar Informasi

1. Kompetensi

Mahasiswa dapat menghitung momen ujung-ujung batang dari portal statis tak tentu dengan metode distribusi momen (Cross)

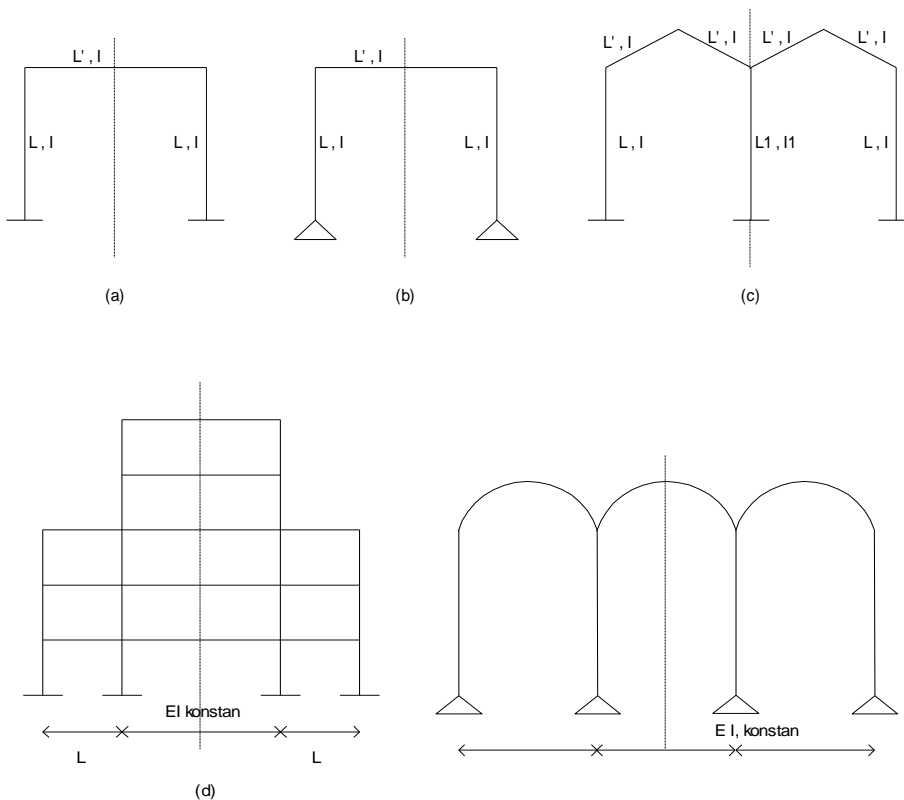
2. Materi Belajar

ANALISA PORTAL DENGAN METODE CROSS

Portal dapat berbentuk struktur yang simetris atau tidak simetris berpatokan pada sumbu tengah vertikal yang membelah dua bagian di tengah portal.

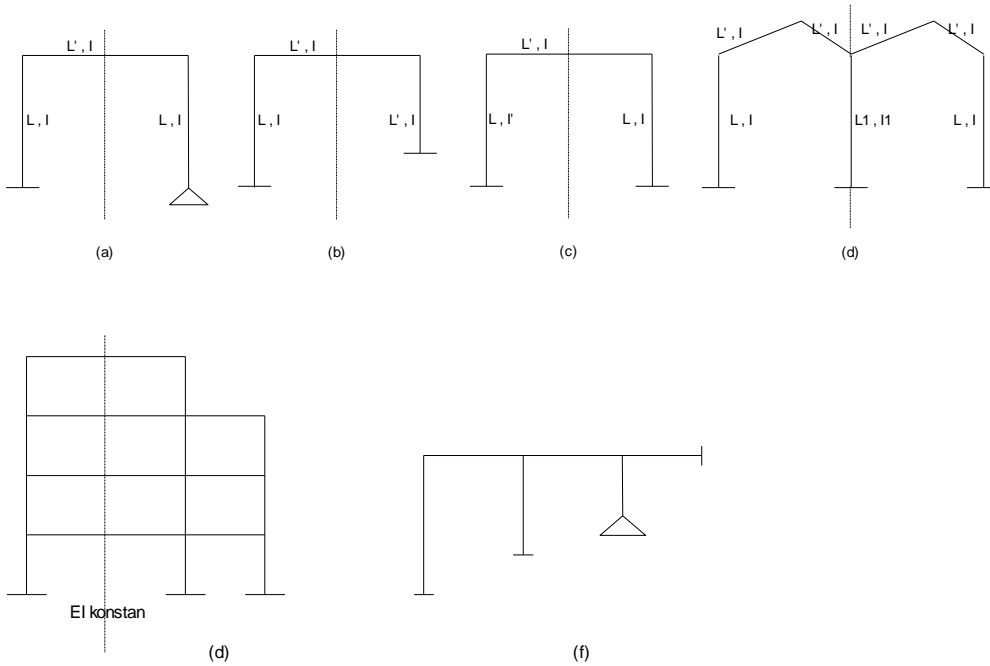
Pola simetri, apabila seluruh batang-batang pada satu sisi dari sumbu tengah vertikalnya sama dengan bagian sisi yang lain dalam hal panjang batang, momen inertiannya, dan keadaan ujung-ujung batangnya.

Contoh : Portal simetri



Apabila salah satu sisi dari panjang batang atau momen inersia dan keadaan ujung batang berbeda antara kedua sisi sumbu vertikalnya, maka struktur portal tidak simetri

Contoh : Portal tidak simetri



Beban yang bekerja terhadap sumbu portal

Simetri → Jika beban sisi yang satu dengan yang lainnya sama dalam hal besarnya beban (Intensity) arah beban dan penyebarannya (Distribution)

Tidak simetri → Jika salah satu faktor Intensity, Direction atau Distribution ada yang berbeda.

Akibat beban yang ada, portal dapat dianalisa sebagai portal bergoyang dan portal tak bergoyang.

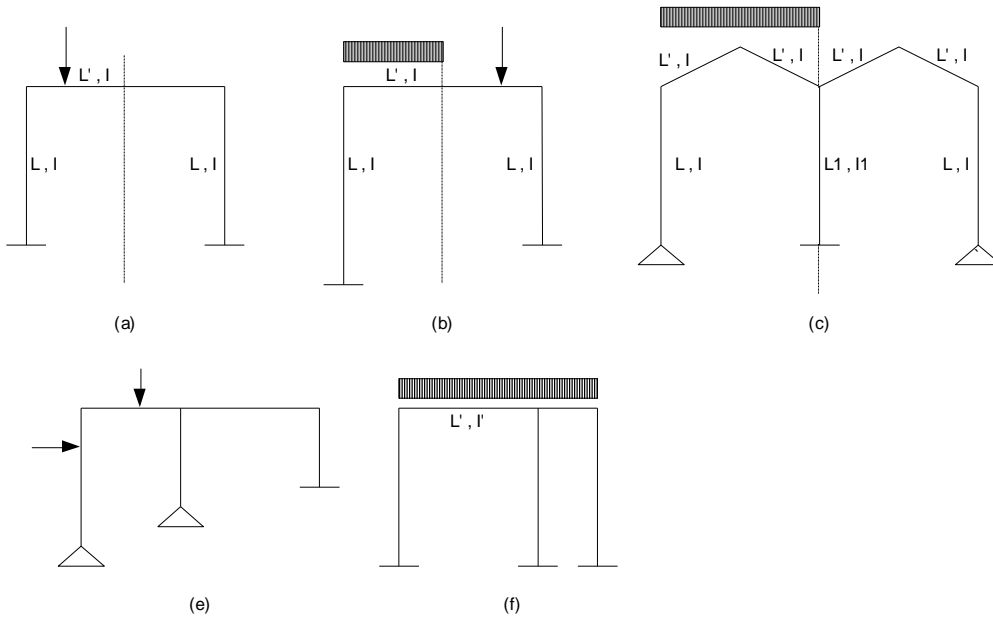
Portal tanpa pergoyangan

Pada portal ini, setiap titik kumpul dapat melakukan perputaran sudut akibat beban yang ada tetapi tidak ada perpindahan dari posisi sebenarnya.

Portal dengan pergoyangan

Pada portal ini, setiap titik kumpul dapat melakukan putaran sudut akibat beban yang ada di sertai terjadinya perpindahan lateral secara keseluruhan → terjadi pergoyangan.

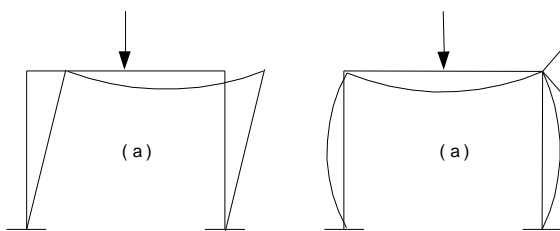
Contoh:



_Secara umum

Portal dengan pergoyangan

Agar tidak bergoyang memerlukan penguncian dengan perletakan tambahan.



Portal dengan pergoyangan

PORTAL TAK BERGOYANG

Contoh: Analisis struktur dibawah ini dengan cara Cross

KEKAKUAN:

$$K_{AB} = \frac{4.E.1,5I}{8} = 0,75EI$$

$$K_{BC} = \frac{4.E.2I}{10} = 0,80EI$$

$$K_{CD} = \frac{3.E.I}{6} = 0,50EI$$

$$K_{CE} = \frac{4.E.I}{6} = 0,667EI$$

$$K_{BC}+K_{CD}+K_{CE}=1,967$$

KOEF DISTRIBUSI:

$$D_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{ba} + K_{BC}} = \frac{0,75}{0,75 + 0,80} = 0,484 \quad \Sigma = 1$$

$$D_{BC} = 0,516$$

$$D_{CD} = \frac{0,5}{1,967} = 0,254$$

$$D_{CE} = \frac{0,667}{1,967} = 0,339 \quad \Sigma = 1$$

$$D_{CB} = \frac{0,8}{1,967} = 0,407$$

MOMEN PRIMER (Batang yang ada beban)

$$M_{BC}^o = \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 10^2 = 25t.m$$

$$M_{CB}^o = 25t.m$$

$$M_{CE}^o = \frac{12.4.2^2}{6^2} = 5,333$$

$$M_{EC}^o = -\frac{12.2.4^2}{6^2} = -10,667$$

DISTRIBUSI MOMEN

TK	A	B		C			E	D
uB	AB	BA	BC	CB	CD	CE	EC	DC
-Dij	0	0,484	0,516	0,407	0,254	0,339	0	0
Mij	-	-	25	-25	-	5,333	10,667	-
D.1	-	-12,10	-12,90	8,004	4,995	6,668	-	-
I.1	-6,05	-	4,002	-6,45	-	-	3,334	-
D.2	-	-1,937	-2,65	2,65	1,638	2,187	-	-
I.2	-0,968	-	1,312	-1,032	-	-	1,093	-
D.3	-	-6,35	-0,677	0,420	0,262	0,350	-	-
I.3	-0,317	-	0,210	-0,338	-	-	0,175	-
D.4	-	-0,102	-0,108	0,138	0,086	0,44	-	-
I.4	-0,051	-	0,069	-0,054	-	-	0,057	-
D.5	-	-0,033	-0,036	0,022	0,014	0,018	-	-
I.5	-0,016						0,009	-
FINAL	-7,402	-14,807	14,807	-21,665	6,995	14,670	-5,999	0

REAKSI PERLETAKAN

$$R_{BC} = \frac{3.10}{2} + \frac{14,807 + (-21,665)}{10} = 14,314$$

$$R_{CB} = \frac{3.10}{2} - \frac{14,807 + (-21,665)}{10} = 15,686$$

$$R_{CE} = \frac{12.2}{6} - \frac{14,67 - 5,999}{6} = 5,445$$

$$R_{EC} = 6,555$$

$$R_{CD} = R_{CB} + R_{CE}$$

$$R_{AB} = R_{BC} = 14,314$$

$$R_{DC} = R_{CD} = 15,686 + 5,445 = 21,121$$

$$H_{AB} = \frac{+(-7,402) + (-14,807)}{8} = -2,776$$

$$H_{AB} = 2,776 (\rightarrow)$$

$$H_{BA} = 2,776 (\leftarrow)$$

$$H_{DC} = \frac{6,445}{6} = 1,074 (\leftarrow)$$

$$H_{CD} = 1,166 (\rightarrow)$$

$$-H_{CB} + H_{AB} - H_{CD} = 0$$

$$H_{CB} = + 2,776 - 1,166 = +1,610$$

$$H_{CE} = + 1,610$$

$$H_{EC} = + 1,610$$

PERSAMAAN MOMEN DAN GAYA LINTANG

$$0 \leq x \leq 8$$

$$M_x = - 2,776 x + 7,402$$

$$M_A = 7,402$$

$$M_B = - 14,806$$

$$M_x = x = \frac{7,402}{2,776} = 2,66m$$

$$D_x = - 2,776 \rightarrow D_A = -2,776 \text{ dan } D_B = -2,776$$

$$0 \leq x \leq 10$$

$$M_x = 14,314 x - \frac{1}{2} 3 \cdot x^2 - 14,807$$

$$M_B = -14,807$$

$$M_C = -12,667$$

$$M_x = 0 \rightarrow x_1 = 1,18 \text{ m dan } x_2 = 8,36 \text{ m}$$

$$M_{\max} \rightarrow d_{\max}/dx = 0 \rightarrow 14,314 - 3x = 0 \rightarrow x = 4,77$$

$$M_{\max} = 19,34$$

$$D_x = 14,314 - 3 \cdot x \rightarrow D_B = 14,314 \text{ dan } D_C = -15,868$$

$$D_x = 0 \rightarrow x = 4,77$$

$$0 \leq x \leq 6$$

$$M_x = 1,166 \cdot x$$

$$M_D = 0$$

$$M_C = 6,996$$

$$D_x = 1,166 \rightarrow D_D = 1,166 \text{ dan } D_C = 1,166$$

$$0 \leq x \leq 4 \text{ (dari kiri)}$$

$$M_x = 5,445 \cdot x - 14,67$$

$$M_C = -14,67$$

$$M_F = 7,11$$

$$M_x = 0 \rightarrow X_D = -2,694 \text{ m}$$

$$D_x = 5,445 \rightarrow D_D = 5,445 \text{ dan } D_C = 5,445$$

$$0 \leq x \leq 4 \text{ (dari kanan)}$$

$$M_x = 6,555 \cdot x -$$

$$M_C = -14,67$$

$$M_F = 7,11$$

$$M_x = 0 \rightarrow X = 0,911 \text{ m}$$

B. Lembar Latihan

KULIAH PERTEMUAN 14

Analisa struktur statis tak tentu dengan metode distribusi momen (Cross) pada Portal bergoyang

A. Lembar Informasi

1. Kompetensi

Mahasiswa dapat menghitung momen ujung-ujung batang dari portal statis tak tentu dengan metode distribusi momen (Cross)

2. Materi Belajar

PORTAL BERGOYANG

Contoh : Perhatikan struktur Portal dibawah ini :

Penyelesaian struktur portal bergoyang ini dilakukan 2 tahapan :

1. Analisa portal tak bergoyang (beri pendel horizontal di C atau di B)
2. Analisa portal dengan bergoyangan

Kekakuan:

$$K_{AB} = \frac{3EI}{3} = EI \quad D_{AB} = 0$$

$$K_{BC} = \frac{4E^3(2I)}{4} = 2EI \quad D_{BA} = 0,333 \text{ Dan } D_{BC} = 0,667$$

$$K_{CD} = \frac{4EI}{5} = 0,8EI \quad D_{CD} = 0,286 \text{ Dan } D_{CB} = 0,714$$

1. Portal tak bergoyang (dipasang pendel di C) (hanya di pengaruhi beban luar)

Momen Primer

$$M_{BC}^o = -M_{CB}^o = \frac{4 \cdot 2 \cdot 2^2}{4^2} = 2 \text{ t.m}$$

$$M_{CD}^o = -M_{DC}^o = \frac{1}{12} \cdot 1.5^2 = 2,083 \text{ t.m}$$

Distribusi momen:

Titik ujung batang	A	B		C		D
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
-Dij	0	0,333	0,667	0,714	0,286	0
Mij	-	-	2	-2	2,083	-2083
D.1	-	-0,666	-1,334	-0,024	-0,024	0
I.1	-	-	-0,03	-0,667	-	-0,012
D.2	-	0,07	0,02	0,476	0,191	0
I.2	-	-	0,283	0,01	-	0,95
D.3	-	-0,079	-0,159	-0,0071	-0,002	0
I.3	-	-	-	-	-	0,001
FINAL	0	-0,735	0,735	-2,248	2,248	-2,00

2. Portal dengan pergoyangan (dalam keadaan pendel dilepas)

(akibat pergoyangan tanpa beban)

$$M_{BC}^o = \frac{3EI\delta}{3^2} = -0,333EI\delta$$

$$M_{CD}^o = \frac{6EI\delta}{5^2} = -0,24EI\delta$$

$$M_{DC}^o = -0,24EI\delta$$

Distribusi momen (misal, $EI \delta = 1000 x$)

Titik ujung batang	A	B		C		D
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
-Dij	0	0,333	0,667	0,714	0,286	0
Mij.x	-	-333 x	0	0	-240 x	-240 x
D.1	-	111	222	171,4	68,6	0
I.1	-	-	85,7	111	-	34,3
D.2	-	-28,5	-57,2	-79,3	-31,7	-
I.2	-	-	-39,6	-38,6	-	-15,87
D.3	-	13,2	26,41	20,4	8,2	-
I.3	-	-	-	-	-	4,1
FINAL	0	-237,3 x	237,3 x	194,9 x	-194,9 x	-217,47 x

Faktor koreksi x

M_{BA} = Jumlah hasil pergoyangan + hasil tidak bergoyang

M_{CD} = Jumlah hasil pergoyangan + hasil tidak bergoyang

M_{DC} = Jumlah hasil pergoyangan + hasil tidak bergoyang

Batang AB:

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow H_B = -\frac{-0,735 - 237,3x}{3} = \frac{1}{3}(0,735 + 237,3x)$$

Batang CD:

$$\Sigma M_D = 0 \rightarrow H_C = -\frac{2,248 - 194,9x - 200 - 217,47x}{5} - \frac{1,5}{2} = -2,5494 + 82,474x$$

$$\Sigma \text{reaksi pendel} = 0 \rightarrow H_B + H_C = 0 \rightarrow x = 0,01426$$

Hasil momen ujung batang

	Tanpa pergoyangan	Dengan pergoyangan	Total
AB	0	0	0
BA	-0,735	-237,3 x	-4,119
BC	0,735	237,3 x	4,119
CB	-2,248	149,9 x	0,531
CD	2,248	-194,9 x	-0,531
DC	-2,00	-217,47 x	-5,102

Reaksi perletakan

$$R_{BC} = \frac{4}{2} + \frac{4,119 + 0,531}{4} = 3,1625$$

$$R_{CB} = 4 - 3,1625 = 0,8375$$

$$R_{AB} = R_{BC} = 0,8375$$

$$H_{DC} = -\frac{5}{2} + \frac{(-0,531 - 5,102)}{5} = -3,627 = +3,627 (\rightarrow) \text{ sebenarnya}$$

$$H_{CD} = 5 - 3,627 = 1,373. (\rightarrow)$$

$$H_{CD} = H_{BA} \text{ (Balok BC) .}$$

$$\text{Jadi } H_{BA} \text{ (Pada kolom AB) } = 1,373 (\rightarrow)$$

Gambar bidang M , D , N

B. Lembar Latihan.

KULIAH PERTEMUAN 15

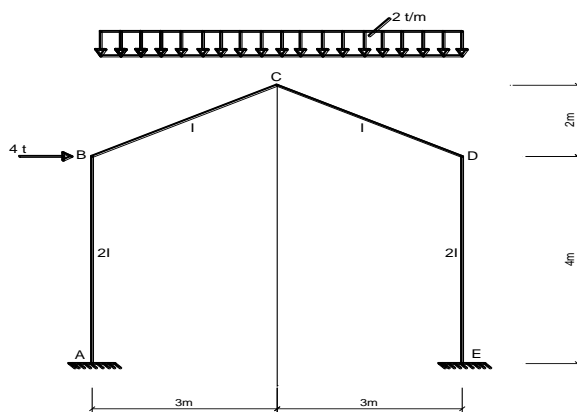
Analisa struktur statis tak tentu dengan metode distribusi momen (Cross) pada Portal Gable

A. Lembar Informasi

1. Kompetensi

Mahasiswa dapat menghitung momen ujung-ujung batang dari portal gable dengan metode distribusi momen (Cross)

2. Materi Belajar



Portal bergoyang sesuai DOF rumus:

$$D = 2j - (2(F + H) + R + M)$$

J = Joint, F = Fixed, H = Hinge, R = Rol, M = Member

Untuk portal gable

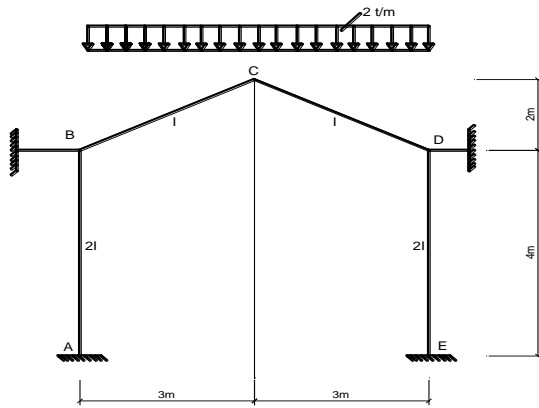
$$D = 2.5 - (2(2+0) + 0 + 4) = 2$$

Dengan demikian ada pergoyangan

Analisa :

1. Tanpa pergoyangan
2. Dengan pergoyangan pertama
3. Dengan pergoyangan kedua

Tahap 1. (Tanpa pergoyangan) dipasang pendel di B dan D , Dihitung akibat beban luarnya



Momen primer

$$M_{BC}^o = -M_{CB}^o = \frac{1}{12}(2)(3)^2 = 1.5tm$$

$$M_{CD}^o = M_{DC}^o = 1.5tm$$

Kekakuan:

$$K_{AB} = \frac{4E(2I)}{4} = 2EI (= K_{DE})$$

$$K_{BC} = \frac{4E(I)}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = 1.1094EI (= K_{CD})$$

Koef Distribusi

$$D_{BA} = \frac{2}{2 + 1.1094} = 0.643 \rightarrow D_{BC} = 0.357$$

$$D_{CB} = \frac{1.1094}{1.1094 + 1.1094} = 0.5 \rightarrow D_{CD} = 0.5$$

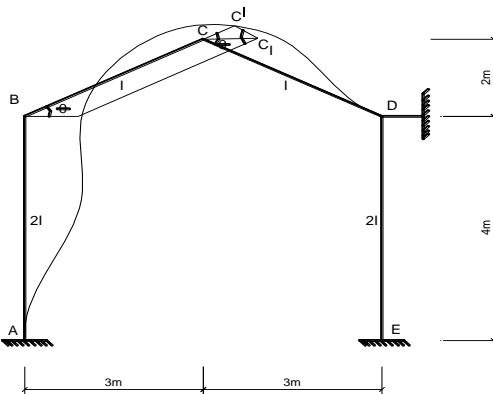
$$D_{DC} = \frac{1.1094}{2 + 1.1094} = 0.357 \rightarrow D_{DE} = 0.643$$

$$D_{AB} = 0 \rightarrow D_{ED} = 0$$

Distribusi momen (tanpa pergoyangan)

Titik	A	B		C		D		E
Batang	AB	BA	BC	CB	CD	DC	DE	ED
$-D_{ij}$	0	0.643	0.357	0.5	0.357	0.643	0.643	0
M_{ij}	0	0	1.5	-1.5	-1.5	0	0	0
D	0	-0.965	-0.536	0	0.536	0.965	0.965	0
I	-0.482			-0.268				0
D				0				0.483
Final	-0.483	-0.965	0.965	-1.768	-0.965	0.965	0.965	0.483

Tahap 2. (Pendel di B dilepas, di D tetap)



$$\theta = \arctg \frac{2}{3} = 33.69^\circ$$

$$BB' = \delta_1$$

$$CC' = \delta_1 (BB_1)$$

$$\Delta C.C'.C_1$$

$$\angle C'.C_1.C = 0$$

$$\angle C.C_1.C' = 90 - \theta = 90 - 33.69^\circ = 56.31^\circ$$

Dengan aturan sinus pada $\Delta \rightarrow \frac{\delta_1}{\sin(180 - 2(56.31^\circ))} = \frac{C'.C_1}{\sin 56.31^\circ}$

Maka: $C' C_1 = 0.9014 \delta_1$

$$C' C = C' C_1 = 0.9014 \delta_1$$

Momen akibat pergoyangan

$$M_{BA}^o = M_{AB}^o = \frac{6E(2l)\delta_1}{4^2} = 0.75EI\delta_1 \quad \infty 750$$

$$M_{BC}^o = M_{CB}^o = \frac{6EI(0.9014\delta_1)}{3.606^2} = -0.416EI\delta_1 \quad \infty 416$$

$$M_{CD}^o = M_{DC}^o = \frac{6EI(0.9014\delta_1)}{3.606^2} = 0.416EI\delta_1 \quad \infty 416$$

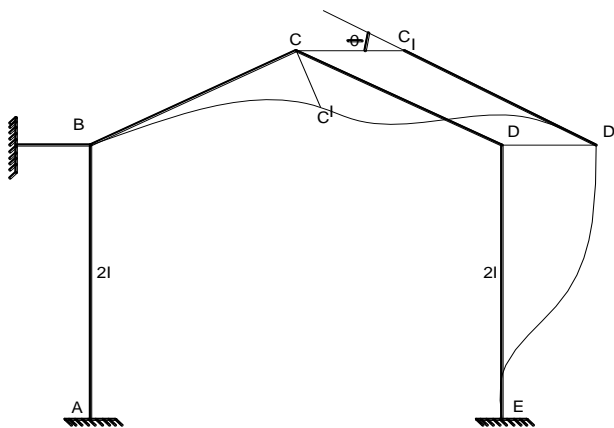
Dimana $Ei\delta_1$ diambil = 1000

Untuk kekakuan dan koefisien distribusi momennya sama.

Distribusi momen akibat pergoyangan (dalam variabel x)

Titik	A	B		C		D		E
Batang	AB	BA	BC	CB	CD	DC	DE	ED
-D _{ij}	0	0.643	0.357	0.5	0.357	0.643	0.643	0
M _{ij}	750	750	-416	-416	416	416	0	0
D	-	-214.8	119.2	0	0	-148.5	-267.5	0
I	-107.4	-	0	-59.6	-74.3	0	-	-133.7
D	-	0	0	67	67	0	0	-
I	0	-	33.5	-	0	33.5	-	-
D		-21.54	-11.96	-	-	-11.96	-21.54	-
I	-10.77	-	-	-	-		-	-10.77
Final	631.83	531.66	-531.66	-408.6	408.6	289.04	-289.04	-144.47

Tahap 3. (pendel di D dilepas, di B tetap)



$$\theta = \arctg \frac{2}{3} = 33.69^\circ$$

$$DD' = \delta_1$$

$$CC' = \delta_2$$

$$\Delta C.C_1.C'$$

$$C'.C_1 = CC' = 0.9014\delta_2$$

Momen akibat primer

$$M_{BC}^o = M_{CB}^o = \frac{6E(0.9014)\delta_2}{3.6056^2} = 0.416EI\delta_2 \quad \infty 416$$

$$M_{CD}^o = M_{DC}^o = \frac{6EI(0.9014\delta_1)}{3.6056^2} = -0.416EI\delta_2 \quad \infty 416$$

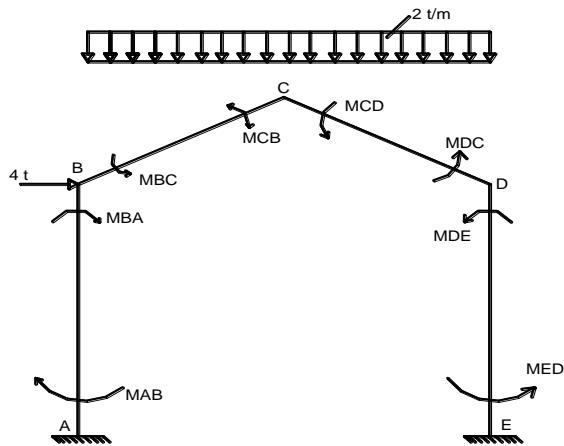
$$M_{DE}^o = M_{ED}^o = \frac{6EI2I\delta_2}{4^2} = 0.750EI\delta_2 \quad \infty 750$$

Kekakuan sama seperti perhitungan terdahulu, maka koefisien distribusi momennya sama.

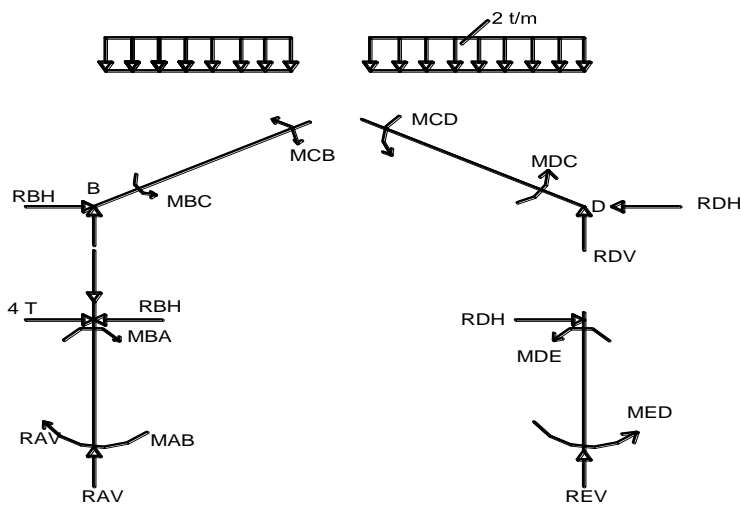
Distribusi momen (dalam variabel y)

Titik	A	B		C		D		E
Batang	AB	BA	BC	CB	CD	DC	DE	ED
-D _{ij}	0	0.649	0.357	0.5	0.5	0.357	0.643	0
M _{ij}	0	0	416	416	-416	-416	750	750
D	0	-267.5	-148.5	0	0	-119.2	-214.8	0
I	-133.7			-74.3	-59.6			-107.4
D				67	67			
I			33.5			33.5		
D		-21.5	-12			-12	-21.5	
I	-10.75							-10.75
Final	-144.45	-289	289	408.6	-408.6	-513.7	513.7	631.85

Menentukan faktor koreksi



Free body



Persamaan kesetimbangan:

1. Σ gaya-gaya horizontal dalam arah B dan D = 0 \rightarrow ($\Sigma H = 0$)
2. $R_{AV} + R_{EV} =$ Beban vertikal ($\Sigma V = 0$)

Tinjauan Bagian AB

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -R_{BH} \cdot 4 + 4(4) + M_{BA} + M_{AB} = 0$$

$$R_{BH} = \frac{1}{4}(16 + M_{BA} + M_{AB}) \quad (\leftarrow)$$

Tinjauan Bagian DE

$$\Sigma M_E = 0 \rightarrow R_{DH} = \frac{1}{4}(M_{DE} + M_{ED}) \quad (\rightarrow)$$

$$\Sigma M_H = 0 \rightarrow -4 - R_{BH} + R_{DH} = 0$$

$$4 - \frac{1}{4}(16 + M_{BA} + M_{AB}) + \frac{1}{4}(M_{DE} + M_{ED}) = 0$$

$$-\frac{1}{4}M_{BA} - \frac{1}{4}M_{AB} + \frac{1}{4}(M_{DE} + M_{ED}) = 0$$

$$M_{DE} + M_{ED} - M_{BA} - M_{AB} = 0 \dots \dots \dots (a)$$

$$\text{Harga } M_{DE} = 0.965 - 289.04 x + 513.7 y = 0$$

$$M_{ED} = 0.483 - 144.47 x + 631.85 y$$

Dan seterusnya M_{BA} & M_{AB} , sehingga hasil persamaan (a)

$$2.895 - 1578.98 x + 1578.98 y = 0$$

$$x - y = 0.0018334621 \dots \dots \dots (1)$$

Tinjauan Bagian BC

$$\Sigma M_C = 0 \rightarrow R_{BV} \cdot 3 - R_{BH} \cdot 2 - (M_{BC} + M_{CB}) - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 = 0$$

$$R_{BV} = \frac{1}{3} \cdot \left\{ 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \right) (16 + M_{BA} + M_{AB}) + (M_{BC} + M_{CB}) + 9 \right\}$$

$$= \frac{1}{6} (16 + M_{BA} + M_{AB}) + \frac{1}{3} (M_{BC} + M_{CB}) + 3 \dots \dots \dots (\uparrow)$$

Tinjauan Bagian AB

$$R_{AV} = R_{BV} = \frac{1}{6} (34 + M_{BA} + M_{AB} + 2M_{BC} + M_{CB})$$

Tinjauan Bagian CD

$$\Sigma M_C = 0 \rightarrow R_{DH} \cdot 2 - R_{DV} \cdot 3 + M_{DC} + M_{CD} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 = 0$$

$$R_{DV} = \frac{1}{3} \cdot \left\{ 2 \cdot \frac{1}{4} (M_{DE} + M_{ED}) + (M_{DC} + M_{CD}) + 9 \right\}$$

$$= \frac{1}{6} (M_{DE} + M_{ED}) - 2(M_{DC} + M_{CD}) + 18$$

Tinjauan Bagian DE

$$R_{EV} = R_{DV} = \frac{1}{6} (M_{DE} + M_{ED}) - 2M_{DC} - 2M_{CD} + 18$$

$$\Sigma \text{ Gaya-gaya vertikal} = 0$$

$$R_{EV} + R_{AV} = 2t / m(6)m = 12t$$

$$R_{EV} + R_{AV} = 12$$

$$\frac{1}{6}(M_{DE} + M_{ED} - 2M_{DC} - 2M_{CD} + 18) + \frac{1}{6}(M_{BA} + M_{AB} + 2M_{BC} + 2M_{CB} + 34) = 12$$

Harga-harga momen dimasukkan dan didapat persamaan akhir

$$0.01 + 262.56x + 262.68y = 20$$

$$x + y = 0.076169256 \dots \dots \dots (2)$$

Dari pers (1) & (2) diperoleh $x = 0.039$ dan $y = 0.0372$

Jadi harga-harga momen hasil cross lengkapnya:

Titik Batang	Tanpa pergoyangan	Pendel di D saja	Pendel di B saja	Jumlah Momen akhir
A AB	-0.483	631.83X	-144.45Y	18.785
B BA	-0.965	513.66Y	-289Y	8.317
BC
C CB
CD
D DC
DE
E ED	Dan seterusnya			

Apabila momen akhir sudah di dapat di hitung reaksi perletakan dan persamaan momen, gaya lintang & gaya lintang dengan free body. Sehingga dapat digambarkan bidang gaya-gaya dalam portal tersebut.

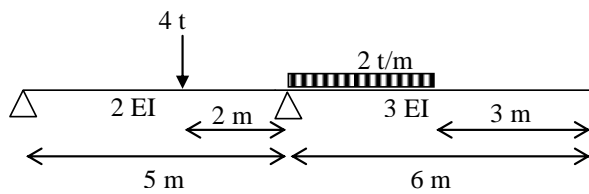
B. Lembar Latihan

KULIAH PERTEMUAN 16

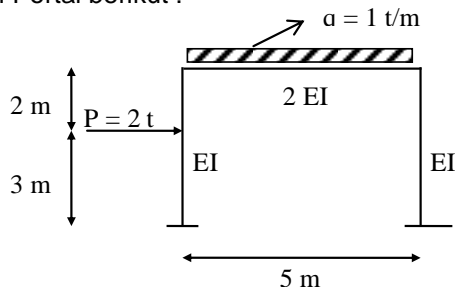
Ujian Akhir Semester (UAS).

WAKTU : 100 MENIT
SIFAT : OPEN BOOK

- I. Selesaikan struktur berikut dengan metode Slope deflection equation, Gambarkan Bidang momen dan bidang gaya lintangnya.



- II. Diketahui Portal berikut :



- 1) Hitung distribusi momen (metode Cross) untuk portal tak bergoyang (no sway) dan portal bergoyang (sway)
- 2) Hitung hasil akhir momen dan reaksi perletakkannya (gabungan no sway & sway)

DAFTAR PUSTAKA

Chu-Kia Wang, 1952, Statically Indeterminate Structures, McGraw-Hill Int. Book Company, Singapore.

Harry H. West, 1993, Fundamental of Structural Analysis, John Wiley & Sons. Inc., New York.

James M. Gere, & Stephen P. Timoshenko, 1988, Mechanics of Materials, Van Nostrand Reinhold Co. Ltd., UK.

Sarwar Alam Raz, 1974, Analytical methods in Structural Engineering, Wiley Eastern Limited, New Delhi