

Persamaan Momentum

Fluida yang bergerak dapat menimbulkan “gaya”

Pancaran air dari curat → dinding turbin

Gaya yang ditimbulkan oleh fluida yang mengalir diperlukan dalam:

- Perencanaan turbin
- Mesin-mesin hidrolis
- Saluran pipa panjang dan berbelok

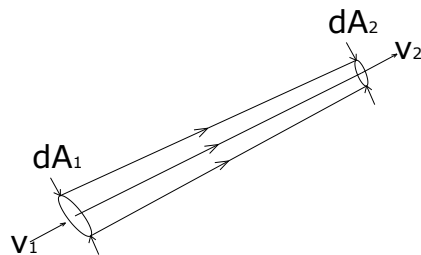
Gaya → persamaan momentum

Momentum = massa partikel x kecepatan

$$M = m.v \dots\dots\dots 1$$

Partikel aliran zat cair mempunyai momentum, v besar dan arah berubah → momentum berubah

Hukum Newton II : perubahan momentum → gaya dinamis



$$dM = dm.V = \rho.v.dA.v = \rho.v^2.dA$$

pada seluruhampang, $M = \int dM = \int_A. \rho.v^2.dA = \rho. \int_A.v^2.dA = \rho. v^2.A$

$$M = \rho .Q.v \dots\dots\dots 2$$

V kecepatan rerata tampang dan Q debit aliran dalam waktu dt, massa zat cair yang melewati tabung arus:

$$dm = \rho.dQ.dt = \rho.v.dQ.dt$$

$$\begin{aligned} \text{Hukum Newton II: } dF &= dm.a = \rho.v.dA.dt.(dv/dt) \\ &= \rho. dA.dV \end{aligned}$$

Pada seluruhampang : $F = \int dF = \int_A \rho \cdot dA \cdot dv = \rho \cdot v \cdot dv \dots\dots\dots 3$

Gaya yang bekerja pada zat cair tampang 1 dan 2

$F = \rho \cdot Q (V_2 - V_1) \dots\dots\dots 4a$

$F = \rho \cdot Q V_2 - \rho \cdot Q V_1 \dots\dots\dots 4b$

Maka gaya → laju perubahan momentum

Persamaan 4a dapat ditulis dalam arah 3-D:

$F_x = \rho \cdot Q (V_{x2} - V_{x1})$

$F_y = \rho \cdot Q (V_{y2} - V_{y1})$

$F_z = \rho \cdot Q (V_{z2} - V_{z1}) \dots\dots\dots 5$

$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$

Koefisien Koreksi Momentum (β)

Distribusi kecepatan tidak seragam pada tampang

$M = \int \rho v \cdot dA \cdot v \rightarrow$ momentum sebenarnya dalam aliran anggapan : kecepatan aliran merata : $M = \beta \cdot \rho \cdot V \cdot A \cdot V \dots\dots\dots 6$

$\int \rho v \cdot dA \cdot v = \beta \cdot \rho \cdot V \cdot A \cdot V$

$\beta = (\int \rho v^2 \cdot dA) / (\rho \cdot V^2 \cdot A) = (\int v^2 \cdot dA) / (V^2 \cdot A) \dots\dots\dots 7$

aliran laminar : $\beta = 1,33$

aliran turbulen : $\beta = 1,01 - 1,04$

persamaan momentum menjadi :

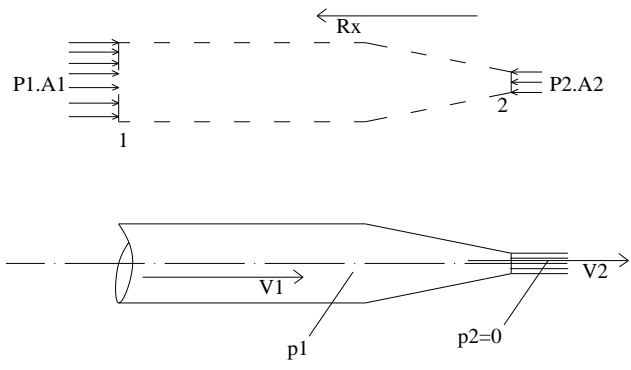
$F = \rho \cdot Q (\beta_2 v_2 - \beta_1 v_1) \dots\dots\dots 8$

Gaya akibat perubahan kecepatan

Misal pada curat yang disambungkan ke pipa, akan memancarkan aliran ke udara luar, akan menimbulkan gaya pada curat

Hukum Newton II : aksi = Reaksi

Penentuan gaya → persamaan momentum antara dua tampang yang ditinjau



Gaya hidrostatis pada tampang 1 = $P_1 \cdot A_1$

Gaya hidrostatis pada tampang 2 = $P_2 \cdot A_2$

Gaya reaksi – R_x (dari curat)

Perubahan momentum = $\rho \cdot Q (V_2 - V_1)$

Persamaan momentum

$$P_1 \cdot A_1 - P_2 \cdot A_2 - R_x = \rho \cdot Q (V_2 - V_1)$$

$$R_x = P_1 \cdot A_1 - \rho \cdot Q (V_2 - V_1) \dots\dots\dots 9$$

Gaya akibat perubahan Arah

Misal pada belokan pipa → menimbulkan gaya yang disebabkan oleh gaya tekanan statis dan dinamis

Contoh kasus: belokan pipa pada pipa pesat PLTA tinjau belokan pipa dengan perubahan tampang dan membentuk sudut θ terhadap sumbu – X.

Berlaku persamaan momentum

Gambar

Persamaan momentum : arah – x

$$P_1.A_1 - P_2.A_2.\cos\theta - R_x = \rho.Q (V_2.\cos\theta - V_1)$$

$$R_x = P_1.A_1 - P_2.A_2.\cos\theta - \rho.Q (V_2.\cos\theta - V_1) \dots\dots\dots 10$$

Arah – y

$$R_y - w - P_2.A_2.\sin\theta = \rho.Q V_2.\sin\theta$$

$$R_y = w + P_2.A_2.\sin\theta + \rho.Q V_2.\sin\theta \dots\dots\dots 11$$

$$\text{Resultan gaya : } R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\text{Arah} = \text{tg } \alpha = R_y/R_x \text{ atau } \alpha = \text{arc tg } (R_y/R_x)$$

Gaya akibat pancaran zat cair

1. Plot tetap

Gambar

- aliran/ pancaran dengan luas Q menghantam dinding/plat datar → mengalirkan ke segala arah

- arah \perp muka plat → $V = 0$

$$\text{Debit aliran : } Q = a.V$$

Gaya yang ditimbulkan oleh pancaran zat cair

$$\begin{aligned} R = -F &= -\rho.Q (0-v) = -\rho.a.v.(0-v) \\ &= \rho.a.v^2 \dots\dots\dots 12 \end{aligned}$$

Bila pancaran zat cair membentuk sudut θ terhadap plat miring, maka gaya $R \perp$ plat

Gambar

$$R = \rho \cdot a \cdot v^2 \cdot \sin \theta$$

2. Plat bergerak

Gambar

V = kecepatan pancaran

v = kecepatan plat

kecepatan relatif pancaran terhadap plat = $(V-v)$

massa zat cair yang menghantam plat :

$$m = \rho \cdot a \cdot (V-v)$$

kecepatan awal relatif terhadap plat = $V - v$

kecepatan akhir relatif terhadap plat = $0 \rightarrow V = v$

gaya yang ditimbulkan oleh pancaran pada plat:

$$R = -F = -m \{0 - (V-v)\} \rightarrow a = dV/dt = V \text{ akhir} - V \text{ awal}$$

$$= -\rho \cdot a \cdot (V-v) \{0 - (V-v)\} = -\rho \cdot a \cdot (V-v) \{-(V-v)\}$$

$$= \rho \cdot a \cdot (V-v)^2 \dots\dots\dots 13$$

Aplikasi pada palt yang dipasang pada roda \rightarrow Turbin

Gambar

- Kecepatan roda = kecepatan tangensial = v
- Gaya yang ditimbulkan oleh zat cair pada plat : $R = -F = -\rho \cdot a \cdot V(v-V)$

$$= \rho a \cdot V(v-V) \dots\dots\dots 14$$

Titik yang terkena gaya yang bergerak dengan kecepatan v, maka kerja yang dilakukan = gaya x jarak/detik

$$K = \rho a \cdot V(v-V) \cdot v \text{ kg.m/det} \dots\dots\dots 15$$

Energy kinetic pancaran : $E_k = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = -1/2 \cdot \rho a \cdot V \cdot v^2$

$$E_k = \frac{1}{2} \rho \cdot a V^3 \dots\dots\dots 16$$

Persamaan 15 dan 16 akan memberikan efisiensi kerja

$$\eta = K/E_k = (\rho a \cdot V(v-V) \cdot v) / (\frac{1}{2} \rho \cdot a V^3) = (2 \cdot (V-v)v) / V^2 \dots\dots\dots 17$$

efisiensi akan maksimum bila $d\eta/dv = 0$

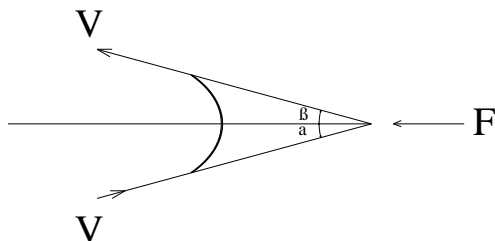
$$d/dv = d/dv \{ (2 \cdot (V-v)v) / V^2 \} = 2/V^2 \{ (V-v) + (v(-1)) \} = 0$$

$$= 2/V^2 \{ (V-v) - 2/V^2 v \} = 0 \rightarrow V-v = v \rightarrow v=V/2, \text{ substitusikan ke persamaan 17 :}$$

$$\eta_{\text{maks}} = (2(V-V/2))V/2 / V^2 = (2 \cdot V/2 \cdot V/2) / V^2 = 1/2$$

efisiensi maksimum = 50% bila kecepatan roda adalah setengah kecepatan pancaran

3. Plat lengkung tetap



α = sudut pancaran masuk

β = sudut pancaran keluar

$$V_x = V \cos \alpha \text{ (masuk)}$$

$$V_x = V \cos \beta \text{ (keluar)}$$

Gaya yang ditimbulkan zat cair pada plat:

$$R = -F = \rho \cdot a \cdot V (-V \cos \alpha - V \cos \beta)$$

$$= \rho \cdot a \cdot V (V \cos \alpha + V \cos \beta) \dots\dots\dots 18$$

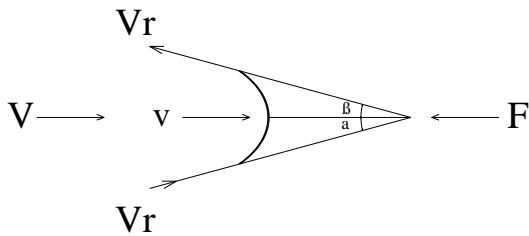
Bila $\alpha = \beta = 0$, maka:

$$R = 2 \cdot \rho \cdot a \cdot V^2 \dots\dots\dots 19$$

Pada plat datar: $R = \rho \cdot a \cdot V^2$

Maka gaya pada plat lengkung dengan pancaran membelok 180° adalah dua kali gaya pada plat datar. Pancaran membelok 180° bila plat lengkung = $\frac{1}{2} O$

4. Plat lengkung bergerak



v = kecepatan plat lengkung

V = kecepatan pancaran air

V_r = kecepatan relative

$$V_r = V - v$$

Massa air yang menghantam plat

$$m = \rho \cdot a (V - v)$$

gaya yang ditimbulkan oleh pancaran dalam arah pancaran

$$R = -F = \rho \cdot a \cdot (V - v) \{ -(V-v) \cos \beta - (V-v) \}$$

$$= \rho \cdot a \cdot (V - v)^2 (1 + \cos \beta) \dots\dots\dots 20$$

$$\text{Kerja : } K = \rho \cdot a \cdot (V - v)^2 (1 + \cos \beta) \cdot v \dots\dots\dots 21$$

Kerja yang dilakukan akan maksimum bila:

$$Dk/dv = 0 \rightarrow V^2 - 4Vv + 3v^2 = 0$$

$$V(V - v) - 3v(V - v) = 0$$

$$(V - 3v)(V - v) = 0$$

$$V = 3v \text{ dan } V = v$$

- Kerja = 0, jika kecepatan pancaran = kecepatan plat atau kecepatan relative = 0
→ pancaran air tidak menyentuh plat
- Kerja maksimum → jika kecepatan plat = 1/3 kecepatan pancaran $v = 1/3V$

Substitusikan nilai v ke persamaan 21

$$K_{\text{mas}} = \rho \cdot a \cdot (V - v/3)^2 (1 + \cos \beta) \cdot v/3 = \rho \cdot a \cdot (2/3 \cdot V)^2 (1 + \cos \beta) \cdot V/3$$

$$= \rho \cdot a (1 + \cos \beta) \cdot 4/27 \cdot V^3 \dots\dots\dots 22$$

Bila plat \perp O atau $\beta = 0$

$$K_{\text{maks}} = 8/27 \cdot \rho \cdot a V^3$$

Energy kinetic pancaran air:

$$E_k = \frac{1}{2} \rho \cdot a V^3$$

Efisiensi maksimum

$$\eta_{\text{maks}} = K_{\text{maks}}/E_k = (8/27 \cdot \rho \cdot a V^3) / (\frac{1}{2} \rho \cdot a V^3) = 16/27 = 59,2\%$$