GAYA HIDROSTATIK DALAM FLUIDA BERLAPIS

Kemiringan distribusi tekanan linier berubah di perbatasan lapisan yang satu dan lapisan berikutnya. Rumus-rumus terdahulu berlaku hanya pada masing-masing lapisan →solusi : menghitung gaya dan momen untuk setiap lapisan → jumlahkan

Gambar

$F = \sum F_i = \sum P_{CGi} .A_i$

Letak titik pusat tekanan :

$$\left.\begin{array}{l} Y_{CPi} = -\dfrac{\rho i \cdot g.\sin\theta i \cdot Ixxi}{P_{CGi}.Ai} \\[2ex] X_{CPi} = -\dfrac{\rho i \cdot g.\sin\theta i \cdot Ixyi}{P_{CGi}.Ai} \end{array}\right\} \text{Untuk masing-masing lapisan fluida}$$

Pusat tekanan gaya total → $\sum M$ permukaan

Contoh:

Sebuah tangki tinggi 6.1m lebar 2.2m berisi lapisan minyak setebal 2.5m, air 1.85m dan air raksa 1.65m,

Hitung : a. gaya hidrostatis total

b. pusat tekanan resultan pada dinding tangki

solusi :

Gambar

a. Tekanan masing-masing lapisan:

P_{CG1}= 881.1,25 = 1101,25 kg/m^2

P_{CG2}= 881.1,25 + 1000.0,925 = 3127,5 kg/m^2

P_{CG3}= 881.1,25 + 1000.0,925 + 13552.0,825 = 15232,9 kg/m^2

Gaya tiap lapis :

$F_1 = P_{CG1}.A_1$= 1101,25 kg/m^2.2,5 m.2,2m = 6056,88 kg

$F_2 = P_{CG2}.A_2$= 3127,5 kg/m^2.1,85 m.2,2m =12728,93 kg

$F_3 = P_{CG3}.A_3$= 15232,9 kg/m^2.1,65 m.2,2m =55295,43 kg

$\sum F$ = 74081,24 kg

b. Pusat tekanan CP (θ = 90^o dinding ┴) → sinθ = 1

Ixx_1 = 1/12.2,2.2,5^3 = 2,865 m^4, Ixx_2 = 1/12.2,2.1,85^3 = 1,16 m^4, Ixx_3 = 1/12.2,2.1,65^3 = 0,824 m^4

$Y_{CP1} = -\dfrac{\rho i \cdot g. \cdot Ixxi}{F1} = -\dfrac{881.2{,}865}{6056{,}88} = -0{,}417m$

$Y_{CP2} = -\dfrac{1000.1{,}16}{12728{,}93} = -0{,}091m$

$Y_{CP3} = -\dfrac{13552.0{,}824}{55295{,}43} = -0{,}202m$

Letak titil pusat tekanan dari permukaan

Z_{CP1} = -1,25 – 0,417 = -1,667 m

Z_{CP2} = -3,425 – 0,091 = -3,516 m

Z_{CP3} = -5,175 – 0,202 = -5,377 m

$\sum M$ permukaan = 0

$\sum Fi.Z_{CPi} = F.Z_{CP}$

6056,88.(-1,667)+12728,93.(-3,516)+55295,43.(-5,377)=74081,24.Z_{CPi}

$Z_{CPi} = \frac{-352175,264}{74081,24} = -4,754m$

$\therefore$ pusat tekanan dari gaya total pada dinding tangki terletak 5,574 m dari permukaan

APUNGAN dan KEMANTAPAN (Bouyancy & Stability)

Untuk benda terbenam didalam suatu fluida seluruhnya atau terapung → Hukum apung Archimedes (abad 3 SM)

1. Benda yang terbenam didalam suatu fluida mengalami gaya apung ke atas sebesar berat fluida yang dipindahkan
2. Benda yang terapung memindahkan fluida yang beratnya sama dengan berat benda tersebut tersebut

Gambar

Gaya resultan ke atas

$F = F_{V2} – F_{V1}$

= berat fluida diatas 2 – berat fluidan diatas1

= berat fluida sama dengan volume benda

Cara lain

Gambar

Gaya vertical pada body akibat tekanan hydrostatic dicari dari volume elemen silinder

dp/dh = ρ.g → integrasi dengan konstan, P = Po +ρ.g.h

gaya vertical netto dari elemen adalah:

$dF_B = (P_o + \rho.g.h_2).dA - (Po + \rho.g.h_1).dA$

$= \rho.g.(h_2-h_1).dA \rightarrow (h_2-h_1).dA = d\forall$ = volume elemen

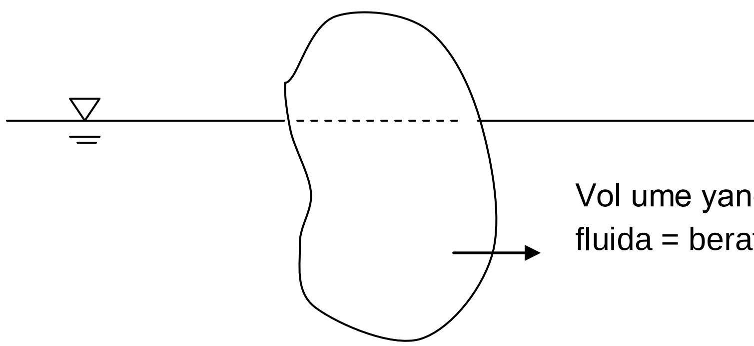
$F_B = \int dF_B = \int_{\forall} \rho.g.d\forall = \rho.g.d\forall \rightarrow$ bentuk matematis Hukum Archimides

$\forall$ =volume object

Titik pusat F_B bekerja pada pusat volume benda yang dipindahkan, dengan asumsi kerapatannya seragam. Titik tangkap F_B disebut pusat apung (center of Bouyancy = CB)

Untuk fluida berlapis:

$(F_B)_{LF} = \sum_{i=1}^{n} \rho i.g.\forall i$



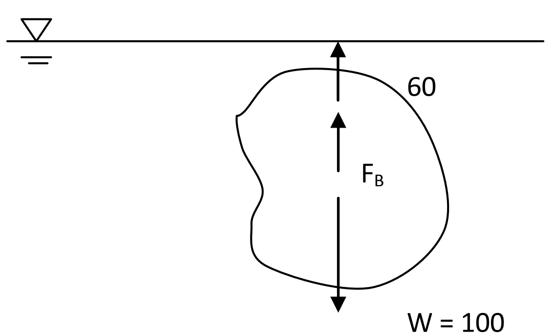
Vol ume yang dipindahkan x ρ.g fluida = berat benda

'Keseimbangan static benda terapung'

Contoh:

Sebongkah beton beratnya 100Lbf di udara dan hanya 60 Lbf bila terbenam didalam air tawar (kerapatannya = 62,4 Lbf/ft^3). Berapa berat jenis bongkah?

Solusi :



$\sum F_V = 0 \rightarrow 0 = 60 - 100 + F_B$

$F_B = \rho.g.\ \forall$

$40 = \rho.g.\ \forall \rightarrow \forall = 40/62{,}4 = 0{,}641 ft^3$

$\forall$ bongkah = 0,641 ft^3

ρ.g. bongkah = w bongkah/$\forall$ = 100/0,641 = 156 Lbf/ ft^3

KEMANTAPAN (STABILITY)

Gambar

Langkah-langkah perhitungan :

1. Posisi apung dasar ditentukan dengan persamaan archimides pusat massa G dan pusat apung B benda itu ditentukan.
2. Benda tersebut dimiringkan dengan $\Delta\theta$ kecil dan garis alir yang baru dibuat agar benda terapung pada sudut ini, hitung B'
3. Jika titik M terletak diatas G, MG' positif, maka ada momen pemulih dan posisi mantap

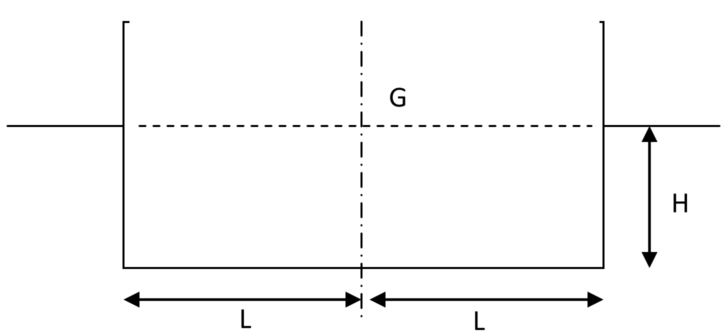
Jika M terletak dibawah G (MG' negative), maka benda itu tak mantap, dan akan terbalik jika diganggu. Makin besar MG postif, makin mantap benda tersebut

Contoh

Sebuah tongkang bargas tampang persegi seragam dengan lebar 2L dan bagian yang berada dibawah permukaan H. Tentukan:

a. Tinggi meta pusat untuk sudut kemiringan kecil
b. Perbandingan L/H yang memberikan kemantapan

Solusi



Gambar

- ΔaeG dan ΔfbG sama dan sebangun
- Pusat apungan yang baru B’ dicari dengan ∑M terhadap G (momen-momen yang terbenam terhadap G)
- Luas total terbenam = 2LH →aGbcde
- aGbcde = efcd + aeG – fbG

jumlah luasan momen luasan G :

$$2(\frac{1}{2}\cdot L^2\cdot\Delta\theta)\frac{2}{3}L-2HL(\frac{H}{L}\Delta\theta)\equiv 2HL\ell$$

$$\ell=(\frac{L^2}{3H}-\frac{H}{2})\cdot\Delta\theta$$

$$MG\approx\frac{\ell}{\Delta\theta}$$

Pendekatan, tinggi metapusat tidak tergantung sudut:

$$\overline{MG}=\frac{(\frac{L^2}{3H}-\frac{H}{2})\cdot\Delta\theta}{\Delta\theta}=\frac{L^2}{3H}-\frac{H}{2}$$

Meta pusat MG bernilai positif (stabil) jika $L^2 > 3H^2/2$

atau, L > $\sqrt{\frac{3}{2}H^2} \Rightarrow L > 1{,}225H$

$\therefore$ Makin lebar tongkang tersebut, perbandingan terhadap dalamnya yang masuk ke bawah permukaan air, maka semakin mantap tongkang tersebut.

Penentuan posisi metapusat

Gambar

Bila benda diusik, maka pusat apung B berpindah ke B' dengan sudut θ

Letak titik metapusat M, menentukan stabilitas benda terapung

Jika M diatas G → F_B dan F_G menimbulkan momen kopel sebagai momen pemulih

Jika M dibawah G → F_B dan F_G sebagai momen pengguling

MG' positif → benda apung stabil

MG' negative → benda apung tidak stabil

Gaya apung pada elemen:

dF_B = X tg θ dA.γ → X tg θ = tinggi elemen

momen Kopel:

dM = X tg θ dA.γ.X = X^2 tg θ dA.γ.

M = ∫dM = γ. tg θ ∫ X^2.dA.

Suku ∫ X^2.dA= I_o benda terapung yang masuk dalam air

M = γ. tg θ. I_o

Momen terhadap sumbu simetris:

$M = F_B.S = F_B.BM'.\sin\theta$

$= \gamma.V.BM'.\sin\theta$ → V = volume air yang dipindahkan

M dipersamakan

$\gamma . \text{tg}\ \theta . I_o = \gamma . V.BM'.\sin\theta$ → $,\text{tg}\theta = \sin\theta \approx \theta$

$I_o = V.BM'$ → $BM' = I_o/V$

Tinggi metapusat, $GM = BM - BG = I_o/V - BG$

$BG = OG - OB$