ALIRAN MELALUI PIPA

1. Kehilangan tenaga aliran
    - Terjadi tegangan geser pada bidang batas
    - Akibat viskositas

      Gambar

Gaya- gaya yang bekerja : - gaya tekanan
- Berat zat cair
- Gaya geser

Persamaan Bernoulli untuk aliran antara 1 dan 2

$$Z_1 + \frac{\rho_1}{\gamma} + \frac{\alpha.V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{\rho_2}{\gamma} + \frac{\alpha.V_2^2}{2g} + hf$$

Penampang pipa constant, $V_1 = V_2$, maka:

$$Z_1 + \frac{\rho_1}{\gamma} = Z_2 + \frac{\rho_2}{\gamma} + hf$$

$$hf = Z_1 - Z_2 + \frac{P_1 + P_2}{\gamma} = \Delta Z + \frac{\Delta P}{\gamma} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

$\therefore$ kehilangan tenaga = jumlah perubahan tekanan dan tinggi tempat

- Pada pipa dengan tampang A konstan → a = 0; tekanan pada tampang 1 dan 2 adalah P_1 dan P_2, dan jarak kedua tampang tersebut, ΔL. gaya yang bekerja pada zat cair adalah gaya tekanan pada kedua tampang, W dan τ_0

Dengan hokum Newton II diperoleh:

$\sum F = M.a$

$P_1.A - P_2.A + \gamma.A.\Delta L \sin \alpha - \tau_0.P\Delta L = M.O$

P = Perimeter pipa

$\Delta p.A + \gamma A.\Delta L \sin \alpha - \tau_o.P.\Delta L = 0 \rightarrow x1/A\gamma$

$Ap/\gamma + \Delta L \sin\alpha - \tau_o.P.\Delta L/\gamma.A$: dari persamaan 1

$hf = \tau_o.P.\Delta L/\gamma.A$ ………………………………………………………………………….2a

$\tau_o = \gamma.RI = \rho.g.RI$ …………………………………………………………………………2b

dengan $\Delta Z = \Delta L \sin\alpha$; $R = A/P$ = jari-jari hidraulis

$I = hf/\Delta L$ = kemiringan garis energy

Untuk pipa lingkaran: $R = A/P = \frac{\pi.D^2/4}{\pi.D} = \frac{D}{4}$

$hf = \frac{4\tau_0.\Delta L}{\gamma.D}$ ……………………………………………………………………………….2c

Hasil percobaan, $hf \sim V^n$ $(n \approx 2)$

Untuk zat cair tertentu dan dimensi konstan, dari persamaan 2a. $hf \sim \tau_o \rightarrow$ jika $hf(V^2)$ juga $\tau_o = f(v^2)$

$\tau_o = C.V^2$……………………………………………………………………………………….3

C = Constanta

Persamaan 2c, menjadi : hf = $hf = \frac{4.C.V^2.\Delta L}{\gamma.D} = \frac{4.C.V^2.\Delta L}{\rho.g.D}$

Dengan mendefinisikan $f = 8C/\rho$, maka

$hf = f\frac{.\Delta L}{.D}.\frac{V^2}{g} atau \cdot hf = f\frac{L}{.D}.\frac{V^2}{2g}$ …………………………………………………………..4

Persamaan 4 disebut sebagai persamaan Darcy-weisback untuk aliran melalui pipa O, dan f = koefisien gesekan Darcy-weisbach dengan membandingkan persamaan 2c dan 4 diperoleh:

$$\frac{4.\tau_0.\Delta L}{\gamma.D} = f\frac{.\Delta L}{.D}.\frac{V^2}{2g}$$

$\tau_0 = \frac{\cdot f}{.8}.\rho.V^2$ ………………………………………………………………………….5

2. Distribusi Kecepatan

Penurunan persamaan distribusi kecepatan pada aliran turbulen didasarkan pada persamaan panjang campur prandtl:

$\tau = p.\ell^2 (\frac{dV}{dy})^2$ ...V = kecepatan titik pada aliran

$\tau \cdot dan \cdot \ell$ tidak diketahui ➔ anggapan prandtl

a. Tegangan geser τ adalah konstan = tegangan geser dinding τ_o

b. Panjang campur prandtl ℓ mempunyai hubungan linier dengan jarak dari dinding batas y, ℓ = K.y (K= kappa, konstanta universal von-karman)

$$\tau_0 = \rho.\kappa^2, y^2 (\frac{dv}{dy})^2$$

$$\frac{dv}{dy} = \frac{1}{\kappa}\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}\frac{1}{y} = \frac{V}{\kappa}.\frac{1}{y} \quad \text{..........6}$$

Dengan V* = $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ = kecepatan geser

Integrasi persamaan 6

dV = $\frac{V_*}{\kappa}.\frac{1}{y}.dy \rightarrow V = \int dv = \frac{V_*}{\kappa}\int.\frac{1}{y}.d$

$$V = \frac{V_*}{\kappa}.\ell n \cdot y + C \quad \text{..........7}$$

Pada sumbu pipa V = V_{maks} → Y = D/2

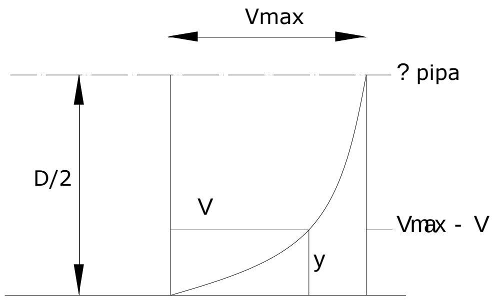
$$V_{maks} = \frac{V_*}{\kappa}.\ell n \cdot \frac{D}{2} + C \rightarrow C = V_{maks} - \frac{V_*}{\kappa}.\ell n \cdot \frac{D}{2}$$

Nilai C substitusikan ke persamaan 7

$$V_{maks} = \frac{V_*}{\kappa}.\ell n \cdot y + V_{maks} - \frac{V_*}{\kappa}.\ell n \cdot \frac{D}{2}$$

$$\frac{V_{maks} - V}{V_*} = \frac{1}{\kappa}.\ell n \frac{D}{2y} \rightarrow \kappa = 0{,}4$$

$$\frac{V_{maks} - V}{V_*} = 5{,}75.\ell n \frac{D}{2y} \text{ ....8}$$



Distribusi kecepatan

Persamaan 8. Dapat ditulis

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75.\ell n \frac{D}{2y} + \frac{V_{\max}}{V_*} \text{ ....9}$$

$$V = 5{,}75.\ell n \frac{D}{2y} + V_{\max}$$

2a. Distribusi Kecepatan pada pipa halus

Gambar

$y = \partial_{LT}, V = V_{LT}$, persamaan disekitar kecepatan pada daerah Turbulen

$$\frac{V_{LT}}{V_*} = 5{,}75 \log \frac{2\partial_{LT}}{D} + \frac{V \max}{V_*}$$

$$V_{LT} = 5{,}75.V_* \log \frac{2\partial_{LT}}{D} + V \max \text{ ....10}$$

Di daerah laminar → kecepatan linier:

$$\tau_0 = \mu \frac{V_{LT}}{\partial_{LT}} \rightarrow V_{LT} = \frac{\tau_0}{\mu} . \partial_{LT}$$

$$V_{LT} = \frac{\tau_0}{\rho} . \frac{\partial_{LT}}{\upsilon} = \frac{{V_*}^2 \rho}{\rho} \frac{\partial_{LT}}{\nu} = V_{*^2}^2 . \frac{\partial_{LT}}{\nu} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 11$$

Persamakan persamaan 11 dengan 10

$$V_{*^2}^2 . \frac{\partial_{LT}}{\nu} = 5{,}75 . V_* \log \frac{2\partial_{LT}}{D} + V \max$$

$$\frac{V \max}{V_*} = \frac{V_* \partial_{LT}}{\nu} - 5{,}75 . V_* \log \frac{2\partial_{LT}}{D} + V \max \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 12$$

Bila vmax dari persamaan (12) disubstitusikan ke persamaan 9

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75 . \log \frac{2y}{D} + \frac{V_* \partial_{LT}}{\nu} - 5{,}75 . \log \frac{2\partial_{LT}}{D}$$

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75 . \log \frac{y}{\partial_{LT}} + \frac{V_* \partial_{LT}}{\nu} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 13$$

Persamaan 13 dpat ditulis dalam bentuk:

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75 . \log \frac{y}{\partial_{LT}} + 5{,}75 . \log \frac{V_* \partial_{LT}}{\nu} - 5{,}75 . \log \frac{V_* \partial_{LT}}{\nu} + \frac{V_* \partial_{LT}}{\nu}$$

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75 . \log (\frac{y}{\partial_{LT}} . \frac{V_* \partial_{LT}}{\nu}) + (\frac{V_* \partial_{LT}}{\nu} - 5{,}75 . \log \frac{V_* \partial_{LT}}{\nu}$$

Untuk aliran dengan debit dan pipa tertentu, nilai V_*, $\frac{V_* \partial_{LT}}{\nu}$ konstan

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75 . \log . \frac{V_* y}{\partial_{LT}} + C$$

Hasil percobaan Nikuradse, C =5,5

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75 . \log . \frac{V_* y}{\partial_{LT}} + 5{,}5 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 14$$

2b. Distribusi Kecepatan pada permukaan kasar, diturunkan dari persamaan 9

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75.\log.\frac{2y}{D} + \frac{V\max}{V_*}$$

$$= 5{,}75.\log.\frac{2y}{D} + 5{,}75.\log.\frac{D}{2k} - 5{,}75.\log.\frac{D}{2k} + \frac{V\max}{V_*}$$

$$= 5{,}75.\log.(\frac{2y}{D}.\frac{D}{2k}) + \frac{V\max}{V_*} - 5{,}75.\log.\frac{D}{2k}$$

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75.\log.\frac{y}{k} + C$$

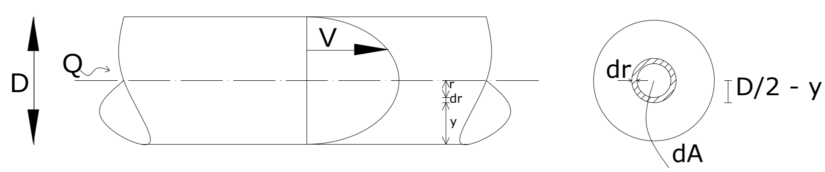
Dengan $C = \frac{V\max}{V_*} - 5{,}75.\log.\frac{2k}{D}$

k = tinggi kekasaran

hasil percobaan Nikuradse memberikan C = 8,5

$$\frac{V\max}{V_*} = 5{,}75.\log.\frac{2k}{D} + 8{,}5 \quad \text{......15}$$

3. Kecepatan Rerata



Kecepatan rerata : $v = \frac{Q}{A} = \frac{\int_{\partial}^{D/2} V.dA}{\pi D^2/4} = \frac{4}{\pi D^2}.\int_{\partial}^{D/2} V.2\pi r.dr$

∂ = tebal lapis sub-laminer → sangat kecil $\partial \approx 0$

$$v = \frac{4}{\pi D^2}.\int_{\partial}^{D/2} -2\pi(\frac{D}{2} - y).v.dy \quad \text{......16}$$

Dengan, $r = \frac{D}{2} - y \rightarrow dr = -dy$

Substitusikan persamaan 14 ke 16

$$\frac{V}{V_*} = -\frac{2}{r_0^2}\int_0^{D/2}(5{,}75.\log.\frac{V_* y}{\nu} + 5{,}5)(\frac{D}{2} - y)dy$$

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75.\log.\frac{V_* D}{\nu} + 0{,}17 \text{ ....17}$$

Dengan cara yang sama, substitusikan persamaan 15 ke 16, akan diperoleh kecepatan rerata pada pipa kasar

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75.\log.\frac{D}{2k} + 4{,}75 \text{ ....}$$

18

4. Persamaan Tahanan Gesek Pipa

   Kehilangan energy selama pengaliran tergantug pada koefisien gesek Darcy-Weisbak f.

   a. Aliran laminar

   $$hf = \frac{32.j.\nu.L}{g.D^2} = \frac{64j}{\nu.D}.\frac{L}{D}.\frac{V^2}{2g} = \frac{64}{\mathrm{Re}}.\frac{L}{D}.\frac{V^2}{2g}$$

   $$hf = f.\frac{L}{D}.\frac{V^2}{2g} \rightarrow f = \frac{64}{\mathrm{Re}} \text{ ....19}$$

   b. Rumus empiris untuk pipa halus

      Apabila pengaliran hydraulis halus dengan parameter angka Reynold (J,D)

      Blasius; $f = \dfrac{0{,}316}{\mathrm{Re}^{0{,}25}}$ 20a

      4000 < Re < 10^5

      Lees, 1924 ; $f = 0{,}0018.\dfrac{0{,}153}{\mathrm{Re}^{0{,}35}}$ 20b

      4000 < Re < 400.000

      Nikuradse, 1932; $f = 0{,}0008.\dfrac{0{,}05525}{\mathrm{Re}^{0{,}237}}$ 20c

   c. Pipa kasar

Dalam praktek pipa halus jarang dijumpai, banyak digunakan pipa kasar (mempunyai kekasaran dinding) seperti: besi tuang, pipa beton, pipa yang telah lama digunakan (korosi, kerak dan kotor).

F pipa kasar tidak hanya tergantung pada angka Reynold tetapi pada sifat-sifat dinding → $\frac{k}{D}$ = kekasaran relative

$$f = f.(\mathrm{Re}, k/D)$$

f diperoleh dari hasil percobaan Nikuradse (lihat grafik) → dibagi dalam 5 daerah pengaliran,

- Daerah I, R<2000 → aliran laminer
- Daerah II, 2000<Re<4000 → daerah tidak stabil
- Daerah III, Re > 4000 → aliran Turbuken

IIIa daerah pipa halus → Blasius

IIIb sub-daerah transisi

IIIc sub-daerah pipa kasar

Gambar (angka Reynold 'Re'→ Hasil Percobaan Nikuradse)

d. Rumus empiris aliran melalui pipa

Pipa halus; $\frac{V}{V_*} = 5{,}75 \log \frac{V_* D}{\nu} + 0{,}17$ ……………………………………………………21

Pipa kasar; $\frac{V}{V_*} = 5{,}75 \log \frac{VD}{2k} + 4{,}75$ …………………………………………………… 22

$$V_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \rightarrow \tau_0 = \frac{f}{B}.\rho.v^2$$

$V_* = \nu.\sqrt{\frac{f}{B}}$ …………………………………………………………………………..23

Jika persamaan 23 disubstitusikan ke persamaan 21

$$\frac{V}{V_*} = 5{,}75 \log \frac{\nu.\sqrt{f/B}.D}{\nu} + 0{,}17$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2{,}0329.\log \frac{1}{\sqrt{8}}.\mathrm{Re}.\sqrt{f} + 0{,}0601$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2{,}0329.\log \mathrm{Re}.\sqrt{f} + 0{,}086$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = A.\log \mathrm{Re}.\sqrt{f} + B$$

Hasil percobaan Nikuradse, A = 2; B = -0,8

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.\log \mathrm{Re}.\sqrt{f} - 0{,}8$$

$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.\log \frac{\mathrm{Re}.\sqrt{f}}{2{,}51}$ (koefisien gesekan pipa halus) …………………………..24

Dengan cara yang sama, untuk pipa kasar diperoleh

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2{,}0329.\log \frac{p}{2k} + 1{,}6794 = A.\log \frac{D}{2k} + B$$

Hasil Nikuradse ; $\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.\log \frac{D}{2k} + 1{,}74 \rightarrow atau \ \frac{1}{\sqrt{f}} = 2.\log \frac{3{,}7.D}{k}$ …………….25

Tabel Reynolds

Persamaan 24 dan 25 untuk menghitung nilai koefisien gesekan f. untuk aliran melalui pipa hidraulis licin dan kasar. Untuk daerah transisi digunakan persamaan Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.\log\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \quad \text{...}26$$

Persamaan 26 disempurnakan oleh Moody (1944) dalam bentuk grafik→ garfik Moody

Tinggi kekasaran pipa (k)

Jenis pipa (baru)	K (mm)
Kaca	0,0015
Besi dilapis aspal	0,06 – 0,24
Besi tuang	0,18 – 0,9
Plester Semen	0, 27 – 1,20
Beton	0,30 – 3,00
Baja	0,03 – 0,09
Baja dikeling	0,90 – 9,00
Pasangan batu	6

5. Pengaruh Umur Pipa

Umur bertambah, kemampuan mengalirkan debit berkurang → terjadi kerak/kotoran pada permukaan pipa →k>>

Colebrook – White→ k bertambah secara linier dengan umurnya

$k_t = k_o + \alpha t$

kt = kekasaran pipa setelah t tahun, k_o kekasaran pipa baru, α pertambahan kekasaran tiap tahun dan t jumlah tahun

Contoh

1. Pipa dari besi tuang (k=0,00026m) D = 254 mm sesudah dipakai 5 tahun mempunyai kehilangan tenaga sebesar 7,35m/km, untuk debit 64l/det (akibat gesekan). Berapa kehilangan tenaga setelah dipakai 10 tahun untuk Q=76,8 l/det bila ν = 1,12.10^{-6} m^2/det

   Penyelesaian

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0,064m^3/\det}{\pi(0,254)^2/4} = 1,26m/\det$$

$$\mathrm{Re} = \frac{v.D}{\nu} = \frac{1,26.0,254}{1,12.10^{-6}} = 2,86.10^5$$

$$hf = f.\frac{L}{D}.\frac{v^2}{2g} \rightarrow f = \frac{hf.D.2g}{L.v^2} = \frac{7,35.0,254.2.2,981}{1000.1,26^2} = 0,023$$

   Dengan grafik Moody untuk Re dan f, diperoleh nilai kekasaran relative, k_5/D = 0,0017

   K_5 = 0,0017 x 0,254 = 0,00043 m

   Menghitung ∂ : $k_5 = k_0 + \alpha t$

$$\partial = \frac{k_5 - k_0}{t} = \frac{0,00043 - 0,00026}{5} = 0,000034m/tahun$$

   Tinggi kekasaran setelah dipakai 10 tahun

   $K_{10} = k_0 + \alpha.10$ = 0,00026+10.0,000034 = 0,0006m

   Kekasaran relative, K_{10}/D = 0,0006/0,254 = 0,00236

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0,0768}{\pi(0,254)^2/4} = 1,516m/\det$$

$$\mathrm{Re} = \frac{1,516.0,254}{1,12.10^{-6}} = 3,44.10^5$$

   Berdasarkan nilao k_{10}/D dan Re → grafik Moody diperoleh f=0,025

   Kehilangan tenaga setelah 10 tahun: hf = 0,025(1000/0,254).(1,526^2/2.9,81) = 11,53 m

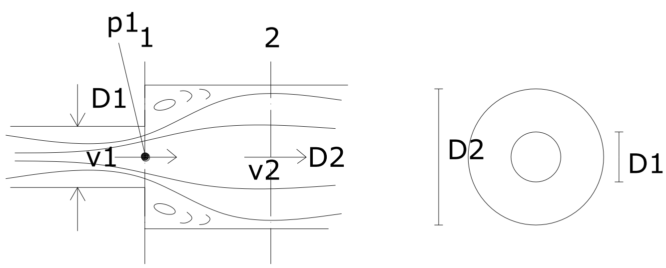
6. Kehilangan energy sekunder

   Akibat gesekan → kehilangan energy primer kehilangan energy sekunder akibat:

- Perubahan penampang pipa
- Sambungan
- Belokan
- Katub

Kehilangan energy sekunder < 5% kehilangan energy primer dapat diabaikan

a. Perbesaran penampang



Perbesaran mendadak, mengakibatkan kenaikan tekanan dari P_1 ke P_2, kecepatan turun dari V_1 ke V_2.

Tekanan rerata pada tampang 1 pada bagian yang tidak efektif adalah P’, sehingga gaya tekanan adalah $(A_2-A_1).P'$

Persamaan momentum pada tampang 1 dan 2

$(P_1A_1 + P'(A_2-A_1) - P_2A_2 = \rho.Q\ (V_2-V_1))x\ 1/A_2.\gamma$

$P_2/\gamma = A_1/A_2.P_1/\gamma+V_2/g.(V_1-V_2)$

Aplikasi persamaan Bernoulli untuk kedua tampang

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}+he$$

$$he=\frac{v_1^2-v_2^2}{2g}+\frac{P_1}{\gamma}-\frac{A_1}{A_2}.\frac{P_1}{\gamma}-\frac{(A_2-A_1)}{A_2}.\frac{p'}{\gamma}-\frac{v_1.v_2}{g}+\frac{v_2^2}{g}$$

$$=\frac{v_1^2-v_2^2}{2g}+\frac{(A_2-A_1)}{A_2}.\frac{P_1}{\gamma}-\frac{(A_2-A_1)}{A_2}\frac{p'}{\gamma}-\frac{v_1.v_2}{g}+\frac{v_2^2}{g}$$

$$=\frac{(A_2-A_1)}{A_2}.\left[\frac{P_1-p'}{\gamma}\right]+\frac{V_1^2-2v_{1.}v_2+v_2^2}{2g}$$

$$he=\frac{(A_2-A_1)}{A_2}.\left[\frac{P_1-p'}{\gamma}\right]+\frac{(v_1+v_2)^2}{29}$$

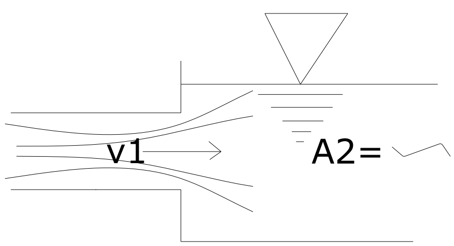
Persamaan kontinuitas, $A_1V_1 = A_2V_2 \rightarrow V_2 = A_1/A_2.V_1$

Jika p_1=p', maka;

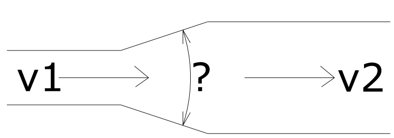
$$he=\frac{(V_1-V_2)^2}{2g}.=(1-\frac{A_1}{A_2})^2.\frac{V_1^2}{2g}$$

$$he=\kappa.\frac{V_1^2}{2g}$$

$$dengan\,\kappa=(1-\frac{A_1}{A_2})^2$$



Untuk menghindari kehilangan tenaga yang besar, maka pada perbesaran penampang dibuat secara berangsur-angsur.

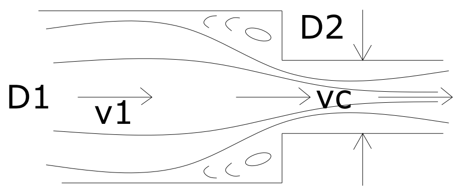


he =K'.(V_1^2 – V_2^2/2.g)

K'=f(d)

α	10^0	20^0	30^0	40^0	50^0	60^0	75^0
K'	0,078	0,31	0,49	0,60	0,67	0,72	0,72

b. Pengecilan penampang



$Ac = 0,6A_2$

Kehilangan tenaga dihitung dari vena kontrakta ke tampang 2,

$$he = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} . = (1 - \frac{A_1}{A_2})^2 . \frac{V_1^2}{2g}$$

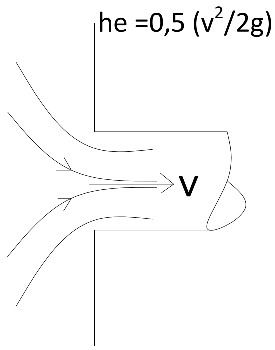
Persamaan kontinuits di v.c ; $A_c V_c = A_2 V_2$

$$Vc = \frac{A_2}{Ac} . V_2 = \frac{V_2}{0,6}$$

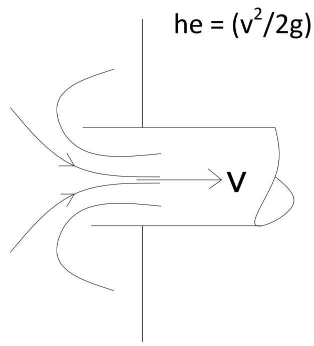
$$he = (1 - 0,6)^2 . \frac{(V_2 / 0,6)^2}{2g}$$

$$he = 0,44 \frac{V_2^{\ 2}}{2g} \qquad \text{………………………………………………………………………………28}$$

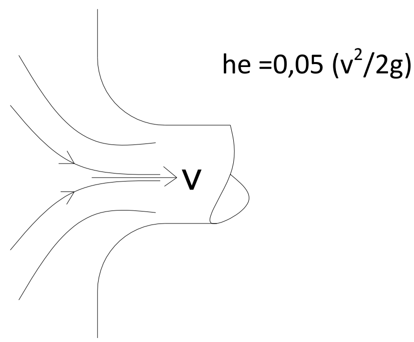
Kehilangan tenaga pada lobang masuk dari kolam ke pipa



Sharp edged mouthpiece

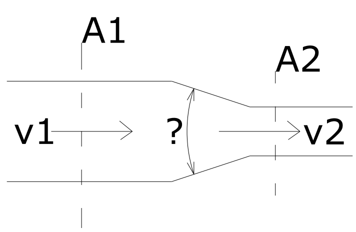


Borda mouthpiece



Bell mouth entrance

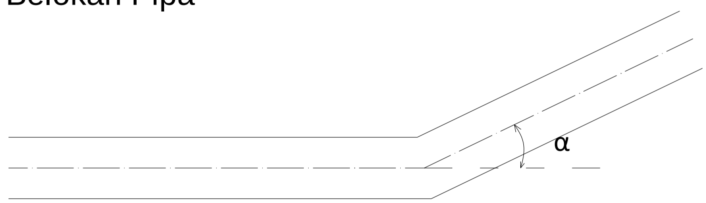
Kehilangan tenaga pada pengecilan pipa dapat dikurangi dengan membuat pengecilan penampang secara berangsur-angsur



$$he = Kc' \frac{V_2{}^2}{2g}$$

α = sudut transisi

c. Belokan Pipa

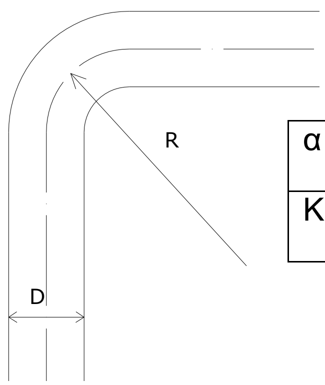


$$he = Kb\frac{V_2^{\ 2}}{2g}$$

$$Kb = f(\alpha)$$

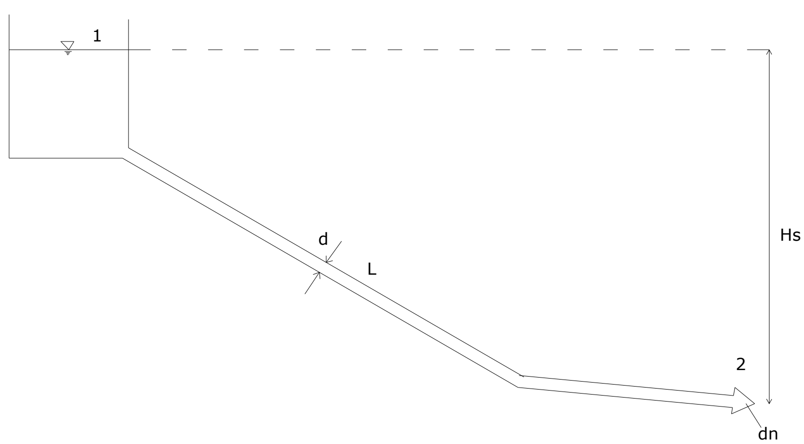
α	20^0	40^0	60^0	80^0	90^0
K’	0,05	0,14	0,36	0,74	0,98

Untuk belokan 90^o dengan belokan halus, nilai K_b tergantung pada perbandingan R/D



α	1	2	4	6	10	16	20
K’	0,35	0,19	0,17	0,22	0,32	0,38	0,42

d. Pipa dengan Nozzle



Persamaan energy pada titik 1 dan 2

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}++Z_2+\frac{4fL}{d}\frac{v_p^2}{2g}+(\frac{1}{Cd^2}-1)(\frac{Vn^2-Vp^2}{2g})$$

$P_1=P_2$ = tekanan atmosfer; $V_1 = 0$; $Z_1 – Z_2 = Hs$

$$Hs=\frac{Vn^2}{2g}\frac{4fL}{d}\frac{v_p^2}{2g}+(\frac{1}{Cd^2}-1)(\frac{Vn^2-Vp^2}{2g})$$

Persamaan kontinuitas: $V_na_n= V_pa_p \rightarrow V_n = (a_p/a_n).\ V_p$

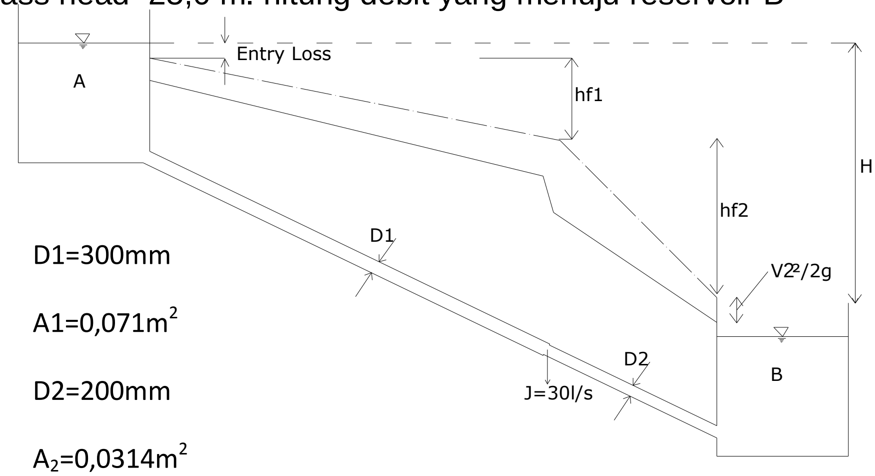
$$Hs=\left[(\frac{a_p}{a_n})^2+(\frac{1}{Cd^2}-1)\left\{(\frac{a_p}{a_n})^2-1\right\}+\frac{4fL}{d}\right]\frac{v_p^2}{2g}$$

$$Hs=\left[(\frac{1}{Cd^2}-1)\left\{(\frac{a_p}{a_n})^2-1\right\}+\frac{4fL}{d}.(\frac{a_p}{a_n})^2\right]\frac{v_p^2}{2g}$$

Contoh

1. Reservoir A mengirim ke reservoir B melalui dua pipa uniform Aj, JB dengan diameter berturut-turut 300 mm dan 200mm, beroperasi dengan debit 30l/s pada JL (pengambilan).

   Panjang Aj=3000m, JB=4000m, kekasaran efektif kedua pipa 0,015 mm grass head=25,0 m. hitung debit yang menuju reservoir B



   Aplikasi persamaan energy antara A dan B

$$\mathrm{Re} = \frac{V.D}{\nu} \rightarrow \nu = 1{,}13.10^{-6}\, m^2 / s$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{5{,}1286}{\mathrm{Re}^{0{,}89}}\right)$$

$$H = \frac{0{,}5v_1^2}{2g} + hf1 + hf2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$H = \frac{0{,}5v_1^2}{2g} + \frac{f_1 L_1 v_1^2}{sgD_1} + \frac{f_2 L_2 v_2^2}{sgD_2} + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{...1}$$

$$Q2 = Q1 - 30 l / s$$

Jika f1 dan f2 nilainya tidak diketahui, metode yang paling simple adalah dengan memasukan nilai Q1 serial secara trial

$$\frac{k1}{D_1} = \frac{0{,}015}{300} = 0{,}00005; \frac{k2}{D_2} = \frac{0{,}015}{200} = 0{,}000075$$

Dicoba untuk beberapa nilai Qi kemudian substitusikan pada persamaan 1 untuk memperoleh H, buat grafik hubungan Q1-H

Q_1(l/s)	40	50	60	80
V_1 (m/s)	0,563	0,707	0,849	1,132
V_2 (m/s)	0,318	0,637	0,955	1,591
$Re_1(10^5)$	1,495	1,88	2,25	3,00
$Re_2(10^5)$	0,563	1,13	1,69	2,81
f_1	0,01685	0,0164	0,016	0,0156
f_2	0,0204	0,0184	0,018	0,016
H(cm)	4,84	11,82	22,67	51,66

Grafik Total head Losses

Dengan grosshead 25m diplot pada grafik diperoleh Q1=62,5l/s sehingga Q2 = 62,5-30=32,5 l/s

2. Empat unit pump-Turbin pada sebuah waduk Hydro-Elektric (PLTA), masing-masing disuplai oleh 6 pipa tekanan tinggi dengan panjang 2000m. minimum gross head (perbedaan level antara hulu/upper dan hilir/lower reservoir)=310m dan maksimum head = 340m

   Bagian hulu reservoir yang dapat dipakai mempunyai volume $3,25.10^6 m^3$ yang dapat mengeluarkan air (release) pada turbin dalam periode minimum 4 jam

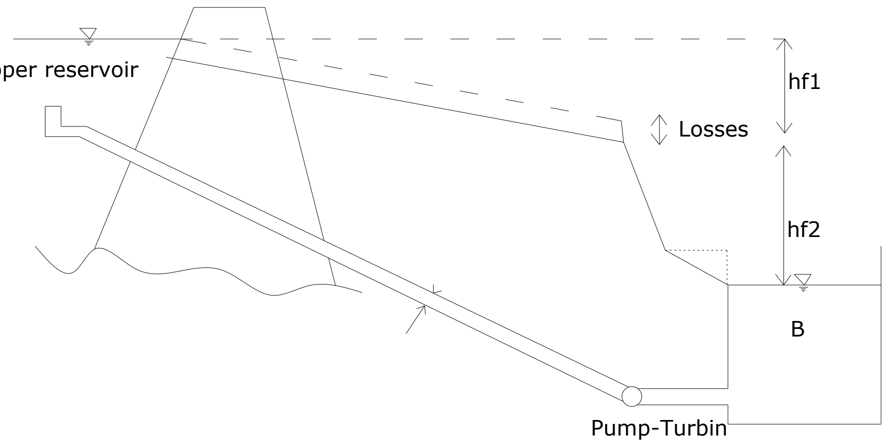
   - Max power output yang diinginkan (turbin) = 110MW
   - Turbo generator efficiency = 80%
   - Effective rongkness of pipeline = 0,6 mm

   a. Hitung diameter pipa (pipeline) minimum yang memungkinkan menghasilakn power yang maksimum yang akan dikembangkan

   b. Hitung energy tekanan (preasure head) yang dapat dihasilkan oleh pump-Turbines, dimana mode pompa berulang untuk mengembalikan total volume $3,25.10^6 m^3$ ke reservoir hulu selama6 jam pada periode puncak

Solusi

a. Kapasitas pompa harus mencukupi untuk mengankut aliran yang diinginkan pada kondisi minimum head



Skema Pump-Storage Power dalam Mode generating

Qmax/Unit = $3{,}25.10^6/4x3600 = 56{,}42\ m^3/s$

Power generated = $P = \frac{\eta.\rho.g.Q.he}{10^6} MW = 110 MW$

Dengan He = effective head pada turbin

$$110 = \frac{0{,}8.1000.9{,}81.56{,}42.He}{10^6} MW \rightarrow He = 248{,}43m$$

Total loss akibat friction = 61,57 – minor losses

= 61,57 – 3,0 = 58,572 m

Perhitungan diameter pipa

$$hf = \frac{4fL}{D}\frac{v^2}{2g} dan \frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left[\frac{k}{3{,}7D} + \frac{2{,}51.v}{D.\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right]$$

Substitusikan kedua persamaan tersebut untuk mendapatkan V, yaitu:

$$V = -2\sqrt{2g.D\frac{hf}{L}}.\log.\left[\frac{k}{3{,}7D} + \frac{2{,}51v}{D\sqrt{2gD.\frac{hf}{L}}}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

Dan $Q = \dfrac{\pi.D^2.V}{4}$ ……………………………………………………………………2

Dengan substitusi nilai D secara trial, akan menghasilkan Q hingga mendekati Q yang ada.

$$V = -2\sqrt{19,62.D\frac{57,82}{2000}}.\log.\left[\frac{0,6.10^{-3}}{3,7D} + \frac{2,51.1,13.10^{-6}}{D\sqrt{19,62D\frac{57,82}{2000}}}\right]$$

$$V = -2\sqrt{0,567D}.\log.\left[\frac{1,622.10^{-4}}{D} + \frac{2,836.10^{-6}}{D\sqrt{0,567D}}\right]$$

Trial untuk beberapa nilai D hingga Q yang diinginkan

D(mm)	1,0	2,0	2,5	2,6	2,65
V(m/s)	5,693	8,698	9,975	10,196	10,314
Q(m^3/s)	4,471	27,325	48,876	54,133	56,886

Dengan cara interpolasi untuk nilai Q = 56,25 m^3/s maka diameter yang diinginkan adalah 2,638 m atau 2,65

b. Pumping mode: static lift = 340 m

$$Q = \frac{3,25.10^6.}{6.4.3600} = 37,616m^3/s$$

$$V = \frac{4Q}{\pi.D^2} = \frac{4.37,616}{\pi.2,65^2} = 6,82m/s$$

$$\mathrm{Re} = \frac{v.D}{\nu} = \frac{6,82.2,65}{1,13.10^{-6}} = 1,599.10^7$$

$$\frac{k}{D} = \frac{0,6.10^{-3}}{2,65} = 0,000226$$

$atau \cdot langsung$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log(\frac{k}{3,7D} + \frac{5,1286}{\mathrm{Re}^{0,89}}) = -2\log(\frac{0,000226}{3,7} + \frac{5,1286}{(1,599.10^7)^{0,89}})$$

$$f = 0,0142$$

$$hf = \frac{f.L.v^2}{2g.D} = \frac{0,0142.2000.6,82^2}{19,62.2,65} = 25,406m$$

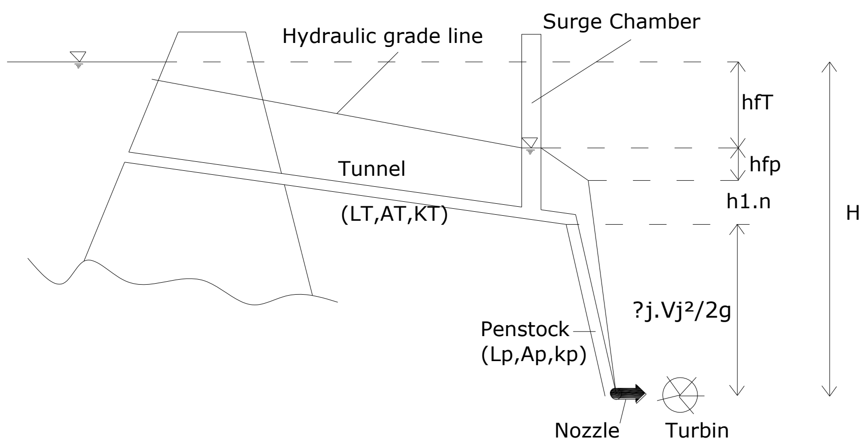
Total head pada pompa = 340 +25,406 + 3 =368,41 m

3. Pada skema Hydroelectric (PLTA) High-Head pada suatu genangan reservoir, darinya air disuplai kepada 4 PELTON WHEEL TURBINES melalui suatu Tunnel bertekanan rendah sepanjang 10.000m dan diameter 4 m, tunneldari beton bertulang, kemudian pada ujungnya bercabang menjadi empat pipa baja (PENSTOCKS) dengan panjang 600m dan diameter 2 m yang masing-masing berujung dalam suatu NOZZLE dengan luas yang bervariasi. Maksimum diameter Nozzle adalah 0,8 m dan koefisien kecepatan Cv=0,98. Perbedaan elevasi antara reservoir dan jets adalah 550m. kekasaran Tunnel 0,1 m dan pipelines (penstock) 0,3 m

   a. Hitung luas efektiv dari jet untuk maksimum power dan total power yang dibangkitkan

   b. Jika suatu surge Chamber dibangun pada ujung hilir (lowerstream) dari tunnel. Berapa perbedaan elevasi antara air dalam chamber dan di reservoir pada kondisi maksimum power?

   Solusi



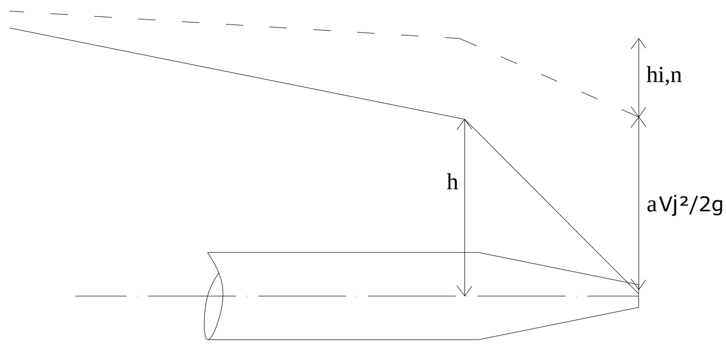
Gambar. Tunnel dan Penstock

Subscript T untuk Tunnel dan P untuk Penstock

$$H = \frac{0{,}5Q_T^2}{2g.A_T^2} + \frac{f_T.L_T.}{2g.D_T.}\frac{Q_T^2}{A_T^2} + \frac{f_p.L_p.}{2g.D_p.}\frac{Q_p}{A_p^2} + \frac{\alpha j.V_j^2}{2g} + h1.n \text{ ....1}$$

$h_1.n$ = head loss pada Nozzle, Vj = kecepatan pada jet yang dihasilkan dari Nozzle

$h_1.n$ dapat dihubungkan dengan coefficient of velocity Cv;



Pressure dan velocity condition at Nozzle

$$h+\frac{\alpha p.V_p^2}{2g}=\frac{\alpha j.V_j^2}{2g}+h1.n$$ ……………………………………………………………2

$$Vj=Cv\sqrt{\frac{2g.(h+\frac{\alpha p.V_p^2}{2g}}{\alpha j}}$$

$sehingga$

$$h+\frac{\alpha p.V_p^2}{2g}=\frac{\alpha j.V_j^2}{2g}+h1.n$$ Substitusikan ke persamaan 2

$$h1.n=\frac{\alpha j.V_j^2}{2g}\left[\frac{1}{Cv^2}-1\right]$$

Jika a = area masing-masing jet, N = jumlah Jet (Nozzle) per Turbin,maka:

$$Qp=\frac{QT}{4}danVj=\frac{Qp}{Na}=\frac{QT}{4.Na}$$

Persamaan 1 menjadi 2gH = $QT^2\left[\frac{0{,}5+\frac{f_T.L_T}{D_T}}{A_T{}^2}\right]+\frac{Q_T{}^2}{16}\left[\frac{fpLp}{DpAp^2}\right]+\frac{\alpha j.Q_T{}^2}{N^2.16.Cv^2.a^2}$ ..3

Tulis $E=\frac{(0{,}5+\frac{f_T.L_T}{D_T})}{A_T{}^2};F=\frac{fpLp}{DpAp^2};G=\frac{\alpha j.}{16.N^2.Cv^2}$

Persamaan 3 menjadi:

$$2g.H = Q_T{}^2(E + F + \frac{G}{a^2}) = Q_T{}^2(C + \frac{G}{a^2}) \rightarrow C = E + F$$

$$Q_T{}^2 = \sqrt{\frac{2g.H}{(C + \frac{G}{a^2})}} \qquad \text{………………………………..4}$$

Power of each jet (P) = $\rho.g.Qj\frac{\alpha j.Vj^2}{2g})$ mengingat: $Qj = \frac{Qp}{N} = \frac{QT}{4N} danVj = \frac{QT}{4Na}$

Maka, $P = \frac{\alpha j.\rho.Q_T{}^3}{128N^3.a^2}$

Substitusikan untuk Q_T dari persamaan 4

$$P = \frac{\alpha j.\rho.Q_T{}^3}{128N^3.a^2}\left[\sqrt{\frac{2g.H}{(C + \frac{G}{a^2})}}\right]^{3/2}$$

$$P \approx \frac{1}{a^2}(\frac{a^2}{ca^2 + G})^{3/2} \approx \frac{a^{2/3}}{(ca^2 + G)}$$

Untuk nilai max, $\frac{dp}{da} = 0$, yaitu

$$-a^{2/3}(Ca^2 + G)^{-2}x2Ca + (Ca^2 + G)^{-1}.\frac{2}{3}a^{-1/3} = 0$$

Sehingga $\frac{-3a^2C}{(Ca^2 + G)} + 1 = 0 \cdot atau$

$$a = \sqrt{\frac{G}{2c}} \qquad \text{……………………………………………………5}$$

$$Dj = \sqrt{\frac{4a}{\pi}} \qquad \text{……………………………………………………6}$$

Untuk menghitung f_T, f_P, asumsikan V_T=V_P = 5m/s

$$\mathrm{Re}_T = \frac{V_T . D_T}{\nu} = \frac{5.4}{1{,}13.10^{-6}} = 17{,}69.10^6$$

$$(\frac{K}{D})_T = \frac{0.0001}{4} = 0{,}000025$$

$$\mathrm{Re}\, P = \frac{V_p . D_p}{\nu} = \frac{5.2}{1{,}13.10^{-6}} = 8{,}86.10^6;$$

$$(\frac{K}{D})_p = \frac{0.0003}{2} = 0{,}000015$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{0{,}000025}{3{,}7} + \frac{5{,}1286}{(17{,}69.10^6)^{0{,}89}}\right) = 0{,}00974$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{0{,}000015}{3{,}7} + \frac{5{,}1286}{(8{,}86.10^6)^{0{,}89}}\right) = 0{,}0132$$

Catatan, dalam kasus ini N=1 dan ambil αj=1,0 sehingga

$$E = \frac{0{,}5 + \frac{0{,}00974.10000}{4}}{\left[\frac{1}{4}\pi(4^2)\right]^2} = 0{,}1574$$

$$F = \frac{0{,}0132.600}{16.2.(\frac{1}{4}\pi(4^2))^2} = 0{,}0251$$

C=0,1825

$$G = \frac{1}{16.1^2.0{,}982^2} = 0{,}065$$

Sehingga dari persamaan 5 dan 6 diperoleh , a = $\sqrt{\frac{0{,}065}{2.0{,}1825}} = 0{,}422 m^2$

$$\therefore Dj = \sqrt{\frac{4.0{,}422}{\pi}} = 0{,}733 m$$

Dari persamaan 4:

$$Q_T{}^2 = \sqrt{\frac{2.9{,}81.550}{(0{,}1825 + \frac{0{,}065}{0{,}422^2})}} = 140{,}391 m^3 / s$$

$$V_T = \frac{Q_T}{A_T} = \frac{140{,}391}{\frac{1}{4}.\pi.4^2} = 11{,}172 m / s$$

Pada penstock

$$Qp = \frac{Q_T}{4} = \frac{140,301}{4} = 35,098 m^3 / s$$

$$Vp = \frac{35,098}{1/4.\pi.2^2} = 11,172 m/s$$

Dengan menggunakan V_T dan V_P hitungan direvisi sebagai berikut:

$$\mathrm{Re}T = \frac{11,172.4}{1,13.10^{-6}} = 39,55.10^6$$

$$\mathrm{Re}P = \frac{11,172.2}{1,13.10^{-6}} = 19,95.10^6$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log(\frac{0,000025}{3,7} + \frac{5,1286}{(39,55.10^6)^{0,89}} \Rightarrow fT = 0,00955$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log(\frac{0,000015}{3,7} + \frac{5,1286}{(19,95.10^6)^{0,89}} \Rightarrow fp = 0,0131$$

$$E = \frac{0,5 + \frac{0,00955.10000}{4}}{\left[\frac{1}{4}\pi(4^2)\right]^2} = 0,1544$$

$$F = \frac{0,0131.600}{16.2.(\frac{1}{4}\pi(4^2)^2} = 0,0251$$

$$G = \frac{1}{16.1^2.0,982^2} = 0,065$$

$$a = \sqrt{\frac{0,065}{2.0,1793}} = 0,4257 m^2 ; Dj = \sqrt{\frac{4.0,4257}{\pi}} = 0,7363 m$$

$$QT = \sqrt{\frac{2.9,81.550}{(0,1793 + \frac{0,065}{0,4257^2})}} = 141,628 m^3 / s ; VT = \frac{141,628}{\frac{1}{4}\pi.4^2} = 11,27 m/s$$

$$Power, P = \frac{1.9,81.141,628^3}{128.1^3(0,4257)^2}$$

$$Head \cdot loss \cdot pada \cdot Tunnel, hf_T = f_T L_T . \frac{V_T{}^2}{2gD_T} = 0,00955.10000.\frac{11,27^2}{19,62.4} = 154,56 m$$