

BAB III MATEMATIKA UANG

Berbicara mengenai masalah modal atau uang, maka kita tidak terlepas dari masalah bunga yang timbul sebagai akibat dari penggunaan uang tersebut. Alasan-alasan yang menyebabkan adanya bunga:

- 1). Dari pandangan orang yang meminjamkan, uang dapat digunakan pada barang-barang yang diharapkan dapat menghasilkan suatu keuntungan atau untuk kepuasan perorangan.

Uang dapat juga dipinjamkan dengan mengharapkan kompensasi, yang umumnya disebut bunga. Kompensasi dalam bentuk bunga ini ditujukan untuk keperluan administrasi, untuk resiko bahan-bahan uang yang dipinjamkan terlambat dalam pengembaliannya atau tidak kembali, dsb.

- 2). Dari pandangan peminjam, suatu pinjaman adalah suatu kewajiban dan suatu kesempatan. Seorang peminjam harus berusaha untuk dapat membayar kembali pinjamannya. Kegagalan dalam pembayaran kembali akan membawa kehancuran reputasi, kehilangan kepercayaan, kehilangan kekayaan, dan konsekuensi-konsekuensi lainnya.

Untuk keperluan yang mendesak, peminjam menyetujui untuk membayar suatu jumlah tertentu disamping jumlah yang diterimanya. Pembayaran tambahan ini adalah bunga yang harus dibayar untuk memperpanjang waktu menunggu kembalinya uang.

- 3). Pandangan para ekonom-teknik, bunga adalah sebagai pendapatan produktif dari penggunaan uang secara efisien. Tingkat bunga yang berlaku adalah suatu ukuran keproduktifan yang esensial dari uang.

Seorang pemilik uang dapat meminjamkan uangnya dengan tingkat bunga tertentu. Sebaliknya peminjam dapat meminjamkan kembali uang tersebut dengan tingkat bunga tertentu, untuk memperoleh pendapatan yang lebih besar, atau uang tersebut dijadikan barang-barang yang produktif yang diharapkan dapat menghasilkan suatu yang lebih besar dari pinjamannya. Dalam hal ini, tingkat bunga yang berlaku menetapkan tingkat minimum keproduktifan yang diharapkan, dan kedua hal tersebut mengikutsertakan waktu antara penerimaan dan pengembalian pinjaman untuk menjamin pendapatan, hal ini disebut "*The time value of money*".

A. Bunga Biasa

Bunga yang diperoleh yang besarnya secara langsung sebanding dengan modal pinjaman.

$$I = P.i.n \dots\dots\dots(2.1)$$

Dimana : I = besarnya bunga yang didapat

P = jumlah atau modal sekarang (*present amount/principal*).
 i = tingkat bunga
 n = jumlah waktu bunga.

Jika jumlah modal yang dipinjamkan (P) adalah suatu nilai yang tetap, maka bunga tahunan yang diperhitungkan adalah konstan. Oleh karena itu jumlah total yang wajib dibayar kepada orang yang meminjamkan adalah:

$$\begin{aligned}
 F &= P + I \\
 &= P + P.i.n = P (1 + i.n) \dots\dots\dots(2.2) \\
 F &= \text{jumlah uang mendatang.}
 \end{aligned}$$

Contoh 3.1

Modal sebesar Rp 10.000 dipinjamkan untuk jangka waktu 2 tahun dengan tingkat bunga 10%. Berapa besar bunga dan jumlah total sesudah akhir tahun kedua?

Jawab : $I = \text{Rp } 10.000,- \times 0,10 \times 2 = \text{Rp } 2.000,-$
 $F = P + I = \text{Rp } 10.000 + \text{Rp } 2.000 = \text{Rp } 12.000,-$

B. Bunga Kompon (*kompon*: melipat gandakan atau majemuk)

Apabila modal sebesar Rp 10.000,- dipinjamkan dengan bunga 10% setahun, dan pada akhir tahun pertama bunganya sebesar Rp 1.000,- ditambahkan sebagai pinjaman pada modal semula. Maka pada akhir tahun kedua bunga yang harus dibayar menjadi Rp 11.000,- x 10% = Rp 1.100,- proses pembayaran bunga seperti ini dikenal dengan nama bunga *kompon* (*Compound Interest*).

Pembayaran bunga kompon berdasarkan contoh 3.1 dapat diperlihatkan pada Tabel 3.1 di bawah ini:

Tabel 3.1 Contoh Perhitungan Bunga Kompon

Tahun ke	Jumlah dipinjam pada permulaan tahun (Rp)	Bunga atas jumlah dipinjam (Rp)	Jumlah dipinjam pada akhir tahun (Rp)
1	10.000	$10.000 \times 0,1 = 1000$	$10.000 + 1.000 = 11.000$
2	11.000	$11.000 \times 0,1 = 1100$	$11.000 + 1.100 = 12.100$

Bila dihitung dengan bunga biasa, maka jumlah yang dipinjam akhir tahun ke-2 adalah :

$$\text{Rp } 10.000,- + \text{Rp } 10.000,- \times 2(0,10) = \text{Rp } 12.000,-$$

Selisih bunga yang harus di bayar antara bunga biasa dengan bunga kompon pada akhir tahun ke-2 adalah :

$$\text{Rp } 12.100 - \text{Rp } 12.000 = \text{Rp } 100,-$$

Secara matematis dapat disajikan sebagai berikut :

Jika jumlah semula, P; tingkat bunga, i; maka bunga yang di peroleh pada akhir tahun pertama adalah Pi.

Pada akhir tahun pertama jumlah total menjadi : $P + Pi$, atau $F = P (1 + i)$.

Selanjutnya :

Bunga untuk tahun kedua : $I_2 = P (1 + i) i$

Jumlah total F, pada akhir tahun kedua : $F_2 = P (1 + i) + P (1 + i) i$
 $= P (1 + i)(1 + i)$
 $= P(1 + i)^2$

Jadi $F_2 = Rp 10.000 (1 + 0,1)^2 = Rp 12.100,-$

Bunga untuk tahun ke tiga menjadi $I_3 = P(1 + i)^2 i$

Jumlah total F, pada akhir tahun ketiga adalah :

$F_3 = P (1 + i) + P (1 + i) i + P\{(1 + i) + (1 + i) i\}i$
 $= P (1 + i)^2 + P (1 + i)^2 i$
 $= P (1 + i)^2 (1 + i)^2 i$
 $= P (1 + i)^3$

Jika notasi “n” digunakan sebagai jumlah periode waktu, maka bentuk umum persamaan di atas menjadi :

$$F_n = P (1 + i)^n \dots\dots\dots(2.3)$$

Dimana : F_n = jumlah total F pada akhir tahun ke-n

P = jumlah semula

i = tingkat suku bunga

Faktor $(1 + i)^n$ disebut faktor jumlah *compound*.

Contoh 3.2

Modal sebesar Rp 10.000 dengan tingkat suku bunga 10 % setahun dinyatakan secara kwartal berganda (*compounded quarterly*), maka waktu/periode menjadi 3 bulan dan tingkat suku bunga i menjadi 2,5 %. Jika periode total 2 tahun, maka jumlah n menjadi 8. Berapa besar F pada akhir tahun ke-2 ?

Jadi $F = 10.000 (1 + 0,025)^8 = Rp 12.184,-$

Bagaimana jika dinyatakan secara bulanan ?

Bagaimana jika dinyatakan secara setengah tahunan ?

Bagaimana jika dinyatakan secara mingguan ?

Perbedaan antara tingkat suku bunga nominal dan efektif :

1). Tingkat Bunga Nominal

Adalah tingkat bunga yang diberikan dalam satu tahun dan dapat di lipatgandakan dalam periode tertentu.

Contoh : Dalam satu tahun terdiri dari empat kwartal, tiap kwartal mendapat bunga 2%. Ini adalah sama dengan tingkat bunga 8% yang dilipatgandakan secara kwartal. Tingkat bunga 8% disebut tingkat bunga nominal.

Semakin kerap di lipatgandakan untuk suatu tingkat bunga tahunan yang di yang dinyatakan secara nominal, maka akan semakin bertambah nilai mendatangnya.

2). Tingkat Bunga Efektif

Adalah perbandingan antara bunga yang dibayarkan untuk satu tahun terhadap jumlah uang pinjaman pokok yang diterima.

Contoh : Jumlah pinjaman $P = \text{Rp } 10.000,-$ tingkat bunga nominal, $r = 24\%$ yang dilipatgandakan secara bulanan.

Jadi tingkat bunga efektif $(i) = (F - P)/P$

Nilai mendatang, $F = P (1 + 0,02)^{12} = \text{Rp } 12.682,42$

$$i = (12.682,42 - 10.000) / 10.000 = 0,2682 \text{ atau } 26,82\%$$

Berarti bahwa suatu tingkat bunga nominal 24% yang dilipatgandakan secara bulanan adalah ekivalen dengan suatu tingkat bunga kompon 26,82% atas suatu dasar tahunan.