

Modul 1

MODEL DAN SISTEM

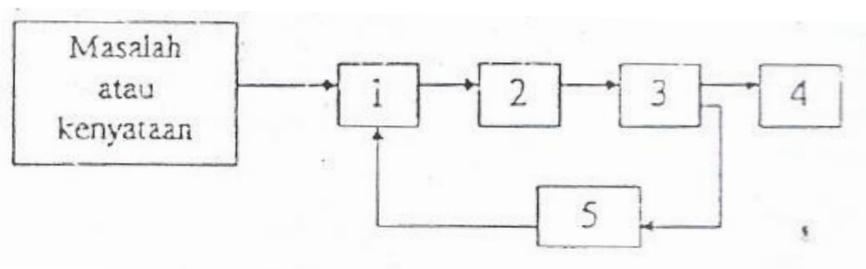
Dalam proses perancangan suatu **sistem** memerlukan tahapan yang disebut **pemodelan**. Pemodelan berasal dari kata **model** yang dalam istilah teknologi berarti "representasi suatu masalah dalam bentuk yang lebih sederhana sehingga lebih jelas dan mudah dikerjakan". Sedangkan **pemodelan** adalah proses penerjemahan keadaan *fisik* kedalam bahasa *matematis*.

Bentukan model dapat dinyatakan dalam beberapa jenis, yaitu sebagai berikut :

- Model Ikonik
Memberikan visualisasi atau peragaan dan permasalahan yang ditinjau, dapat berupa foto, maket, grafik dan *pie chart*.
- Model Analog
Didasaekan pada keserupaan gejala yang ditunjukkan oleh masalah dan dimiliki oleh model, misalnya menggunakan simulator.
- Model Matematik atau Simbolik
Menyatakan secara kuantitatif persamaan matematik yang mewakili masalah. Model matematik merupakan bahasa yang eksak, memberikan hasil kuantitatif, mempunyai aturan (rumus , cara pengerjaan) yang memungkinkan pengembangan lebih lanjut.

Tujuan dari pemodelan suatu sistem adalah untuk melakukan analisis dan mengetahui karakteristik suatu sistem. Dengan melakukan pemodelan terhadap suatu sistem, dapat diujikan berbagai macam kondisi pada sistem tersebut secara keseluruhan dapat dilihat tanpa perlu membuat model fisisnya cukup dengan suatu perangkat komputer, sistem tersebut dapat disimulasikan.

Pembuatan model dipengaruhi oleh latar belakang dan alam pikiran si pembuat. Tahapan pembuatan model dapat digambarkan sebagai berikut :

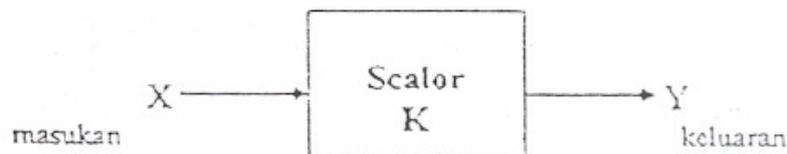


- 1) Berdasarkan **observasi masalah**, pilihlah dan bentuklah suatu model . Pada awal pembentukan model ini dilakukan upaya penyederhanaan dengan cara linearisasi atau variable tertentu dianggap sangat kecil pengaruhnya.
- 2) Melakukan **pengamatan atau pengukuran** untuk membandingkan kenyataan dengan apa yang digambarkan atau diramalkan oleh model.
- 3) Dari perbandingan dan penyimpangan antara model dan kenyataan lalu diputuskan apa memilih tahap-4 atau tahap-5.
- 4) Menghentikan penyempurnaan model karena tidak ekonomis lagi atau karena ketelitian sudah mencukupi.
- 5) **Mengulangi proses** dengan anggapan bahwa akan lebih ekonomis atau masih dapat diproses lebih teliti lagi.

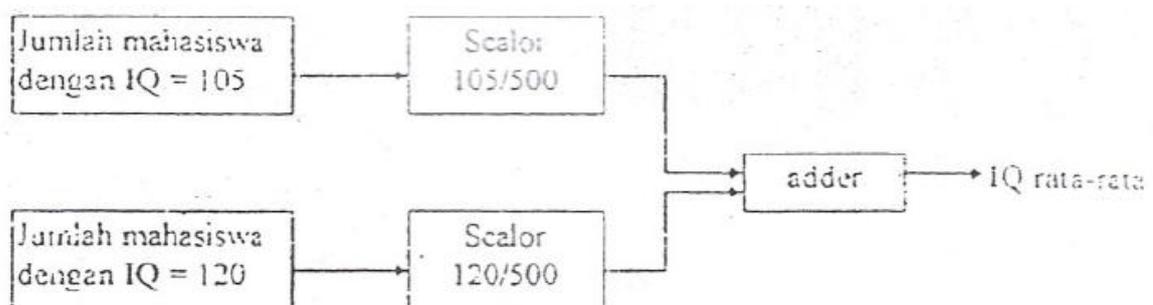
Sistem merupakan jalinan dari berbagai bagian yang berinteraksi. Sistem ditandai dengan **masukan dan keluaran**. Masukan dan keluaran dapat berbentuk abstrak (bukan benda fisik). Masukan bisa diartikan sebagai sebab (eksitasi, penggerak, instruksi, sasaran, kriteria, dst) dan keluaran adalah akibat (respon dan seterusnya).

Berikut beberapa **sistem dasar** yang banyak dijumpai dalam berbagai sistem dan merupakan komponen penting dalam **komputer analog** :

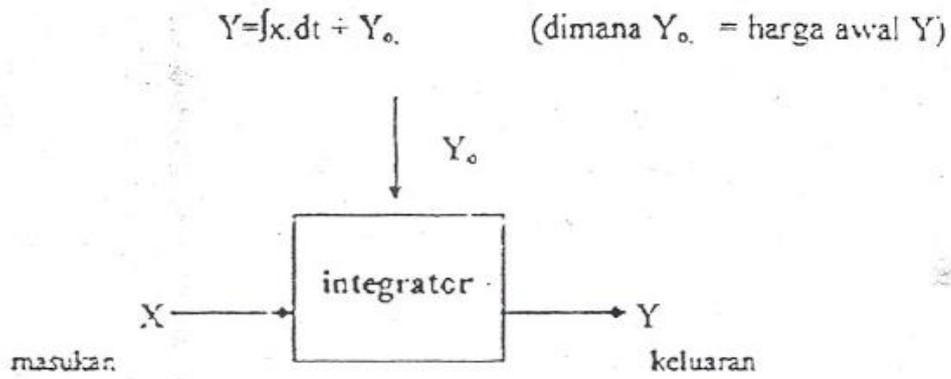
- **Scalor** : Keluaran sama dengan suatu konstanta kali masukan. $Y = K.X$



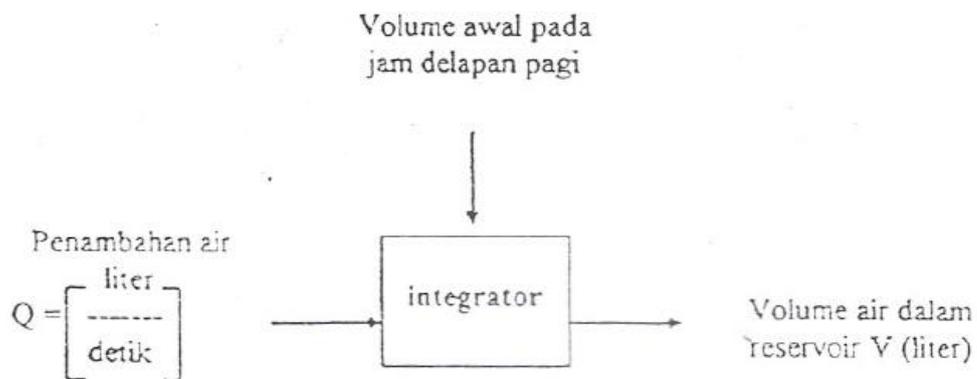
- **Adder** : Keluaran merupakan penjumlahan dari dua masukan atau lebih masukan. Misalnya mencari IQ rata-rata dari 500 mahasiswa baru berdasarkan syarat penerimaan, yaitu yang diterima hanya mereka dengan IQ = 120 dan IQ = 105.



- Integrator : Keluaran merupakan integrasi dari masukan atau masukan merupakan laju perubahan dari keluaran.



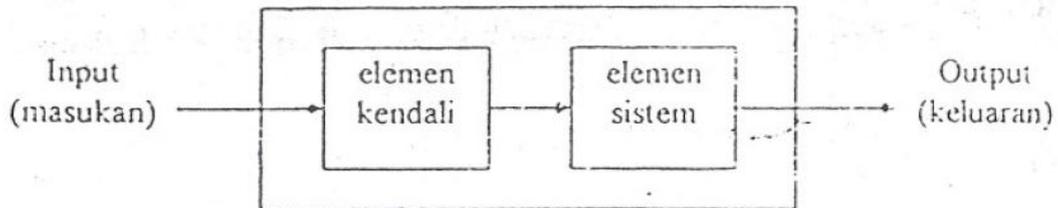
Misalnya pengisian reservoir air :



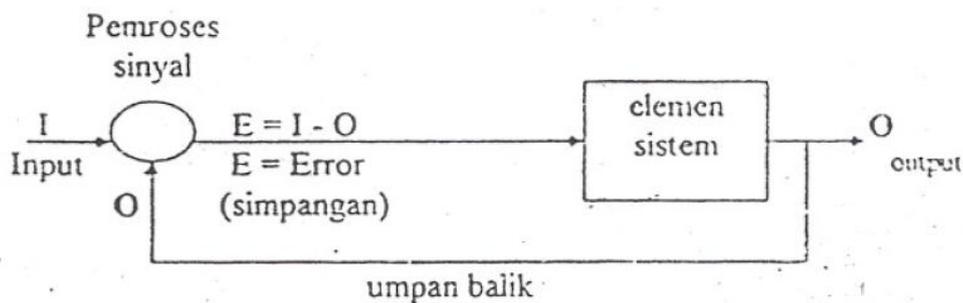
Modul 2

SISTEM UMPAN BALIK DAN KESTABILAN

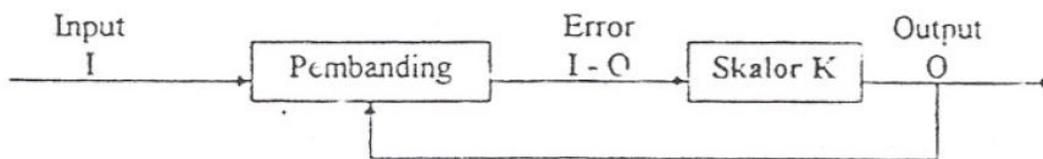
Sistem gelung terbuka (*open loop system*) yang dapat digambarkan sebagai berikut :



Sementara sistem dengan umpan balik (*feed back system*) dapat digambarkan sebagai berikut :



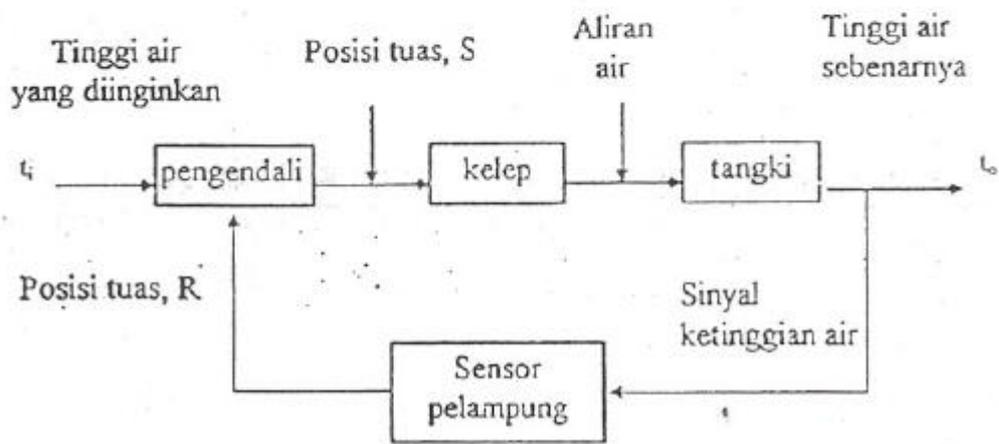
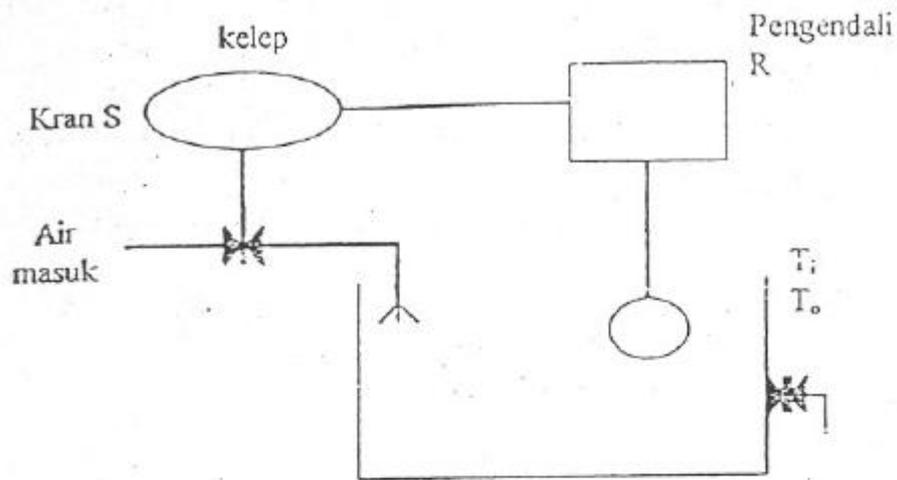
Umpan balik digunakan sebagai sinyal yang mempengaruhi pengendalian sistem. Umpan balik merupakan ciri khusus dari sistem yang mempunyai sasaran pengendalian. Pemroses sinyal sama dengan komparator atau pembanding. Error dipakai sebagai sinyal penggerak pengendalian (*control action*).



$$\text{Error} = \text{Input} - \text{Output} \longrightarrow O = K(I - O) \longrightarrow O = \frac{K}{K+1} I$$

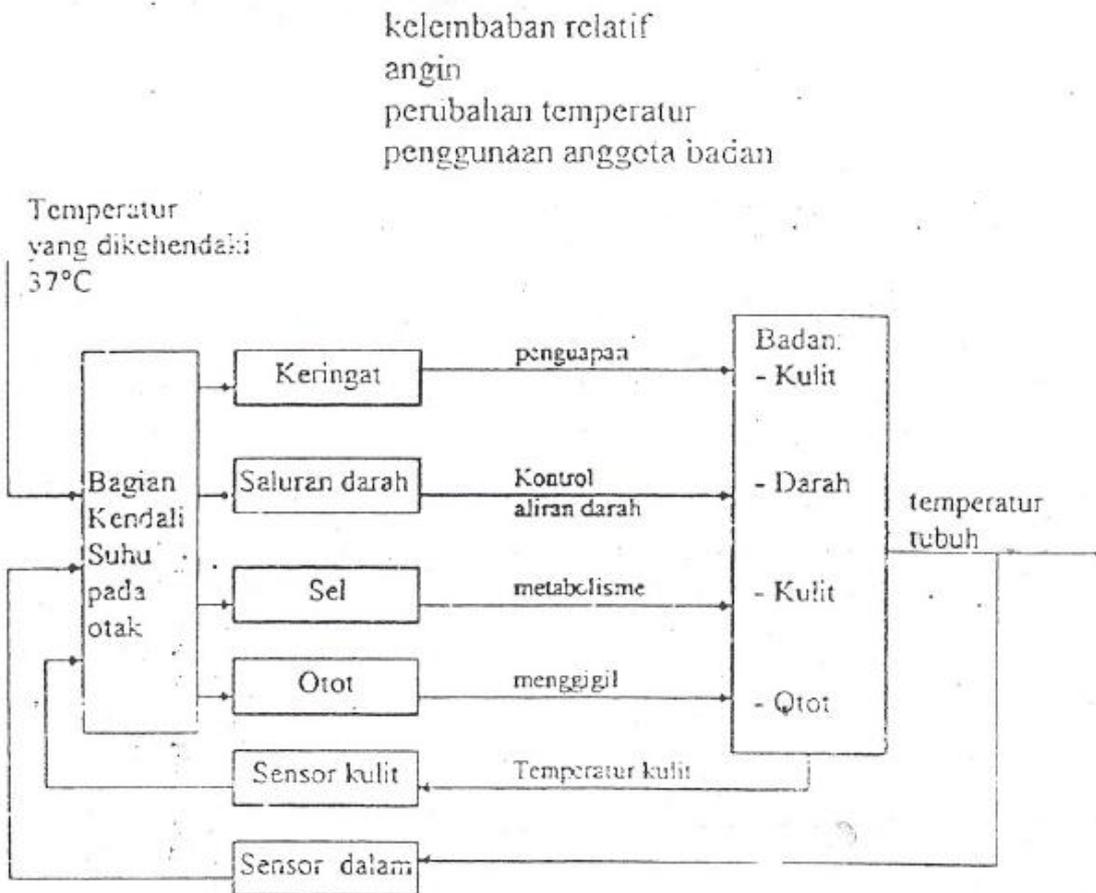
$$\text{Bila } K \gg \gg \longrightarrow O \approx I$$

Contoh -1 : Sistem Pengatur Tinggi Air



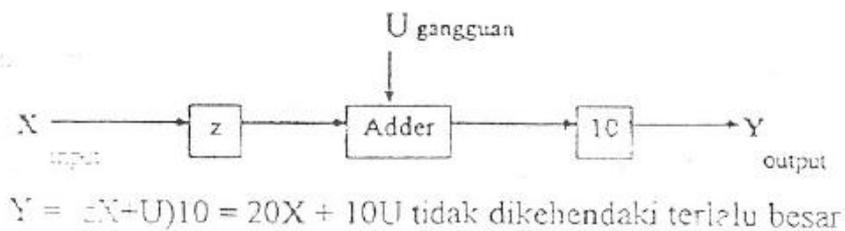
Dalam contoh ini diagram kotak disertai dengan tanda panah tetapi dengan besaran yang berbeda karena semua itu hanyalah aliran informasi.

Contoh - 2 : Sistem Pengatur Temperatur Tubuh

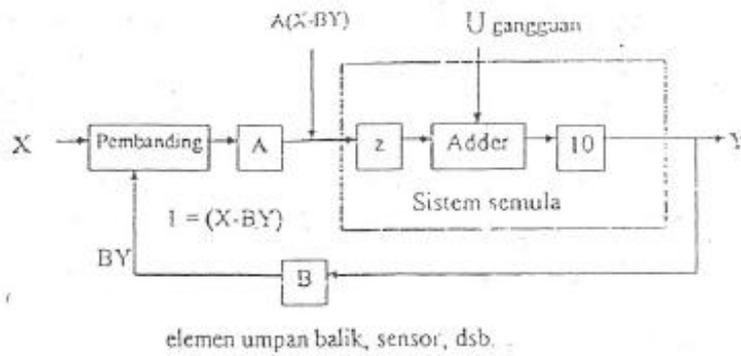


Pengendalian Sistem terhadap Gangguan dari Luar

- **Sistem tanpa umpan balik** (sebelum ditambah umpan balik) adalah rawan terhadap gangguan.



- **Sistem dengan umpan balik**, untuk menekan pengaruh dari luar.



$$Y = 20A(X - BY) + 10U = \frac{20A}{1 + 20AB} X + \frac{10}{1 + 20AB} U$$

(A=penguat depan, ajust terhadap e)

Bila diinginkan pengaruh gangguan ditekan menjadi $\frac{1}{40}$ kalinya, maka

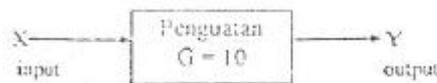
$$1 + 20AB = 40 \text{ dan } \frac{1}{1 + 20AB} = \frac{1}{40} \text{ berarti } A = \frac{1}{40} \text{ dan } 1 + 20A = 40$$

$$\text{jadi } B = \frac{39}{800}$$

$$\text{alhasil : } Y = \frac{20A}{1 + 20AB} X + \frac{10}{1 + 20AB} U = (1)20X + (1/40) 10 U$$

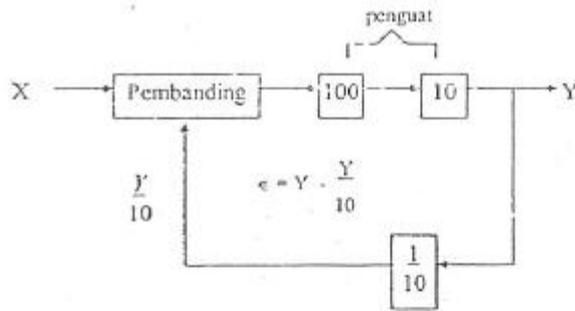
Kompensasi otomatis untuk menanggulangi kelemahan di dalam sistem itu sendiri (internal), adalah :

1. Sistem tanpa umpan balik rawan terhadap kelemahan internal.



$Y = 10X$, bila G turun 10% sehingga $G=9$ maka $Y=9X$, berarti output akan turun pula 10%.

2. Sistem dengan umpan balik mempunyai kontrol kepekaan.



$$Y = 1000 \left(X - \frac{Y}{10} \right) = \frac{1000}{101} X = 10X$$

misalnya penguatan turun 10% sehingga tinggal 900

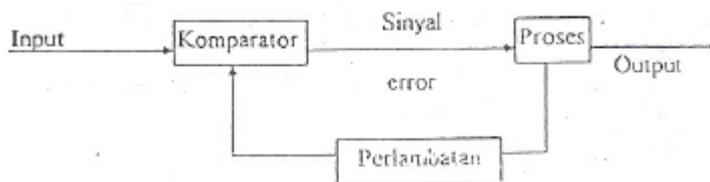
$$Y = 900 \left(X - \frac{Y}{10} \right) = \frac{900}{91} X = 10X \text{ berarti output tidak terpengaruh!}$$

Agar $Y = 9X$ maka besarnya G bisa dihitung sebagai berikut :

$$9X = G \left(X - \frac{Y}{10} \right) = \frac{11}{10} GX \rightarrow G = 90$$

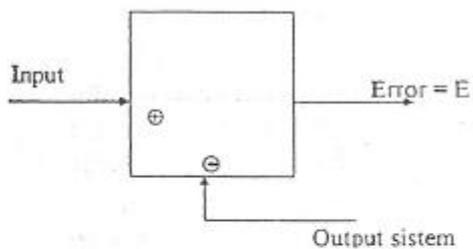
berarti G harus turun dari 1000 jadi 90 baru Y jadi 90% saja. Luar biasa !

Sistem dengan Umpan Balik Diperlambat (delay)



Perlambatan disengaja untuk mendapatkan output yang berubah, dengan input yang sama. Perlambatan tidak sengaja terjadi karena kelambatan tidak mengidera output, atau kelambatan mengirim sinyal ke komparator sehingga dapat berakibat fatal.

Umpan balik negatif dan positif



$E=I-O$, umpan balik ini bersifat negatif (*negative feedback*).

Bila dijumlahkan pada I, akan terjadi umpan balik positif.

E membesar \rightarrow dikuatkan \rightarrow diumpanbalikan \rightarrow meledak (membesar tidak terkendali).

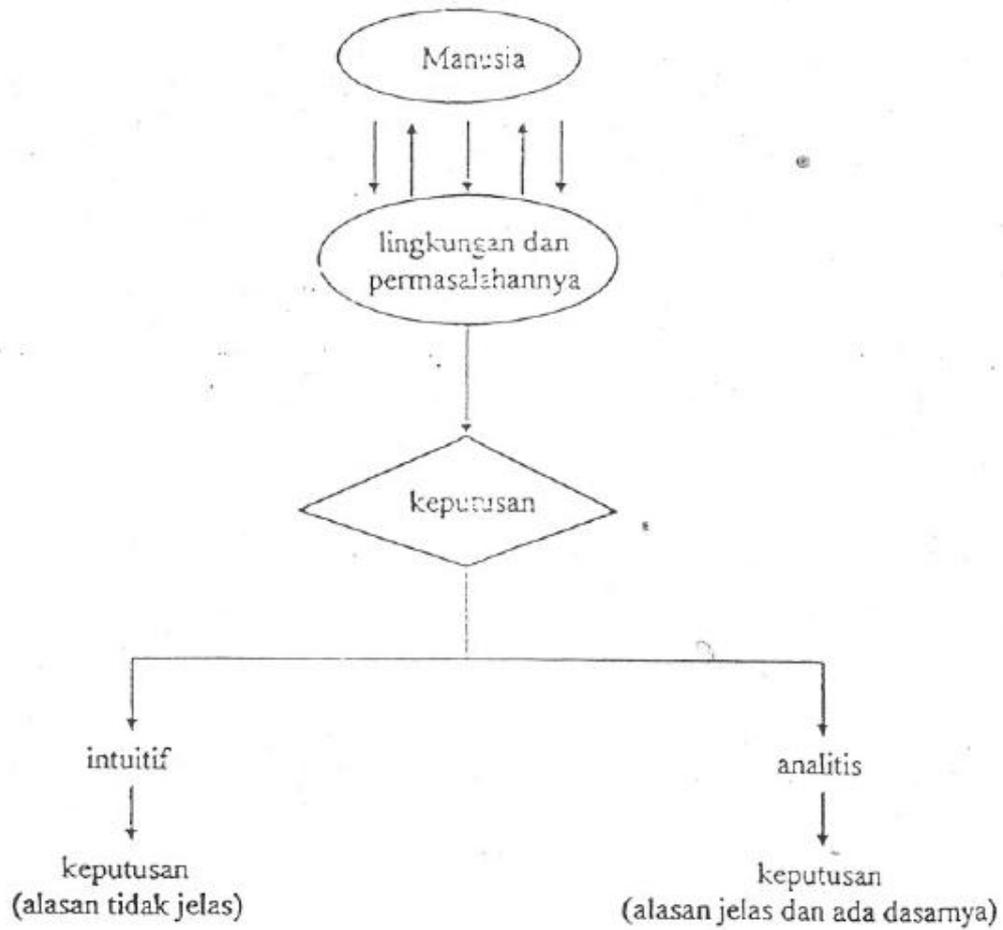
Disamping keberhasilan umpan balik, ada resiko yang akan dihadapi yaitu sistem menjadi lebih rumit, dan ada kemungkinan system menjadi tidak stabil.

Suatu sistem dirancang pada kondisi kerjanya untuk mampu menyesuaikan diri terhadap lingkungannya. Untuk itu perlu informasi apakah pada kondisi kerjanya suatu sistem dalam keadaan stabil atau tidak stabil. Sistem yang tidak stabil dapat mengakibatkan kerugian. Fenomena stabilitas didekati secara kuantitatif dengan model dan dianalisis untuk mengetahui kapan system berubah dari kondisi stabil ke kondisi tidak stabil. Stabilitas berkaitan dengan **kondisi kerja dan keadaan operasi (*operating state*)**.

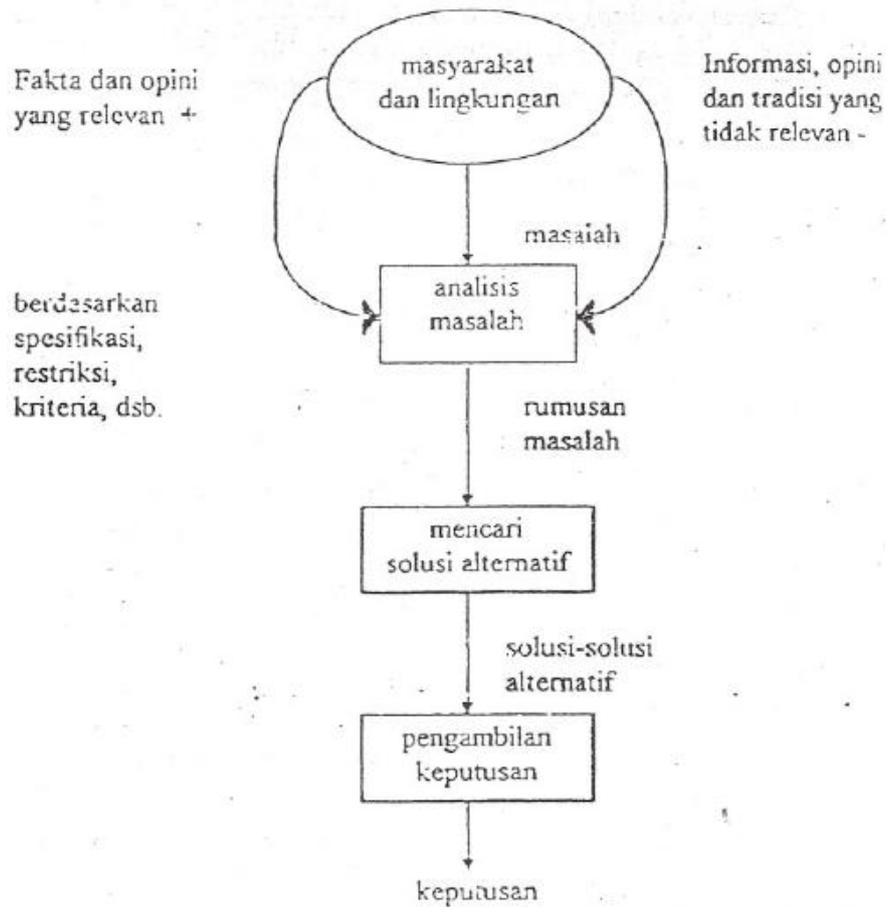
Modul 3

PENGAMBILAN KEPUTUSAN DAN OPTIMASI

Proses pengambilan keputusan dapat dilakukan dengan cara **intuitif** atau **analitis**, yang dapat dikemukakan dalam skema berikut :



Pengambilan keputusan secara analisis dapat digambarkan sebagai berikut :

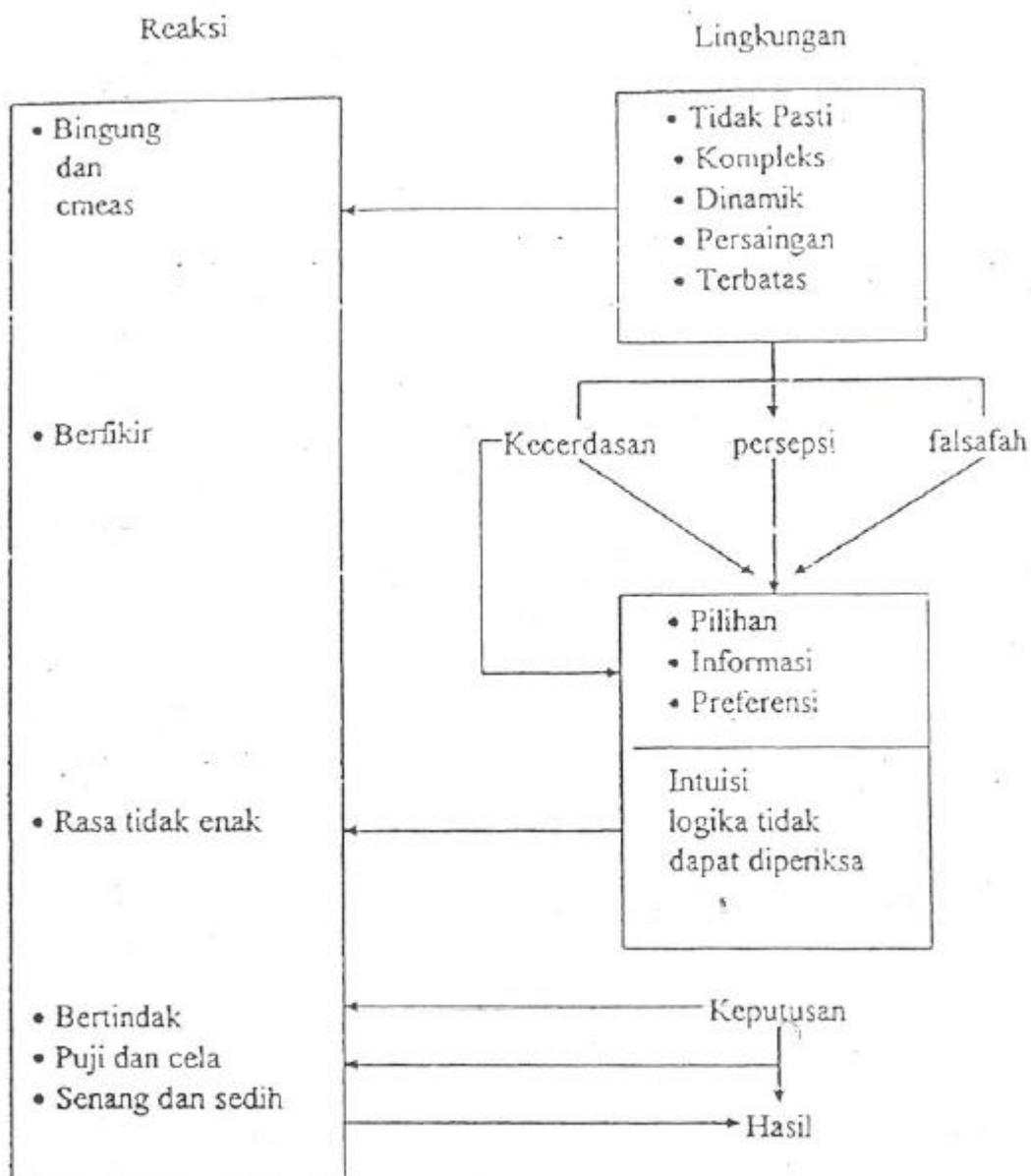


Bila proses 1, 2, dan 3 berlangsung sangat cepat, dapat dikatakan pengambilan keputusan bersifat intuitif (misalnya karena latihan, pengalaman, dan sebagainya).

Pengambilan keputusan secara **analitis** akan melalui tahap-tahap sebagai berikut :

- Mengembangkan model dari masalah
- Menentukan kriteria
- Memperhatikan kendala yang ada
- Melakukan optimasi

Pengambilan keputusan secara **intuitif** dapat digambarkan sebagai berikut :



Secara agak rinci komponen pengambilan keputusan dapat dijelaskan sebagai berikut :

- Model adalah berupa penggambaran suatu masalah dapat berupa grafik, gambar, data, atau hubungan matematik.
- Kriteria adalah yang menjadi tujuan atau objektif dari suatu pengambilan keputusan. Hal ini perlu ditetapkan pada awal proses pengambilan keputusan.
- Kendala adalah faktor yang bersifat membatasi ruang gerak pengambilan keputusan.
- Optimasi adalah upaya untuk mendapatkan keputusan terbaik sesuai dengan kriteria yang telah ditentukan dan kendala yang ada.

Kerangka Optimasi

Kerangka optimasi dalam pengambilan keputusan adalah untuk mendapatkan hasil yang optimal baik secara maksimal perolehan dan minimal pengeluaran. Beberapa cara penyelesaian masalah optimasi berdasarkan pengalaman yaitu sebagai berikut :

1. Program Linier

Dalam metode ini diambil asumsi kelinieran. Fungsi tujuan dan pembatas dinyatakan dalam ketidaksamaan linier. Fungsi tujuan dinyatakan dalam bentuk maksimasi atau minimasi sementara fungsi pembatas selalu sama atau lebih besar dari nol.

2. Program Dinamik

Merupakan pendekatan masalah pengambilan keputusan dengan jalan menetapkan urutan keputusan, dimana strategi menyeluruh yang optimal dapat diturunkan dengan jalan memperhitungkan akibat dan pengaruh dari tiap keputusan secara optimal.

3. Metode Antrian

Persoalan antrian akan dapat dipecahkan bila **waktu pelayanan rata-rata lebih kecil dari waktu kedatangan rata-rata.**

Faktor **utilisasi** tempat pelayanan dinyatakan sebagai :

$$\beta = \frac{\text{waktu pelayanan rata-rata}}{\text{waktu antara kedatangan rata}}$$

Bila $\beta < 1$, berarti tempat pelayanan dapat melayani pelanggan.

$\beta > 1$, berarti antrian semakin panjang

Harga β merupakan ukuran (%) penggunaan fasilitas pelayanan, misalnya $\beta = 75\%$ berarti petugas pelayanan dan peralatannya bekerja selama 75% dari seluruh waktunya.

4. Algoritma Lorong

Permasalahannya adalah untuk mendapatkan jumlah orang yang optimal pada suatu tempat yang dapat mengawasi daerah-daerah yang telah ditetapkan, misalnya jumlah polisi yang diperlukan untuk mengawasi jalan atau daerah tertentu.

5. Permainan (*game*).

Dalam permainan (*game*) ada dua pihak yang berkompetisi atau bersaing, masing-masing akan menentukan strategi untuk mengalahkan yang lainnya. Sifat *zero sum* artinya selalu ada pihak yang menang dan ada yang kalah, seperti dalam permainan olahraga.

Modul 4

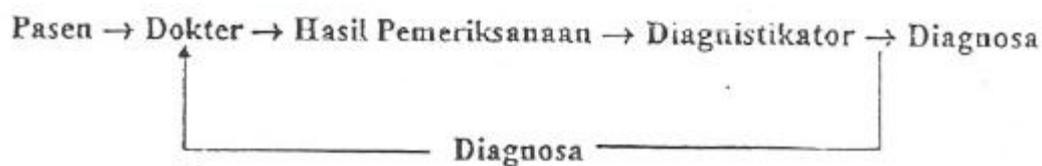
KEREKAYASAAN, PROFESIONALISME, DAN DESAIN

Kerekayasaan adalah bahasan tentang masalah dan pemecahannya. Masalah timbul dari keinginan untuk mencapai transformasi dari suatu keadaan (status) ke keadaan lain yang lebih berdaya guna.

Solusi adalah suatu cara untuk mencapai transformasi dari suatu keadaan ke keadaan lain yang lebih bermanfaat. Kebanyakan masalah mempunyai lebih dari satu solusi. Dasar pilihan dari berbagai solusi adalah **kriteria atau tolak ukur**. Setiap masalah memiliki beberapa **pembatasan** atau **restriksi** atau **kendala** yang harus diperhatikan dalam mencapai solusinya.

Kendala, kriteria, alternatif, dan transformasi ini akan mudah dipahami dari berbagai contoh proyek.

Rancangan Proyek : Sistem Pemroses Informasi ——— Diagnostikator



Proses merancang (desain) akan memperhatikan hal-hal sebagai berikut :

- Kelayakan ekonomi
- Keselamatan
- Akseptansi masyarakat
- Kemungkinan pembuatannya, dan
- Penerapan sains untuk pengembangan.

Proses Penelitian Sains akan memperhatikan hal-hal sebagai berikut :

- Validitas (keberlakuan) dari teorinya
- Reprodusibilitas eksperimennya, dan
- Metode pengamatan gejala alam.

Kualitas seorang insinyur yang kompeten yang seharusnya dimiliki oleh seorang insinyur adalah :

- Pengetahuan faktual (*factual knowledge*)
- Keterampilan (*skill*)
- Sikap mental (*attitude*)
- Kemampuan untuk mendidik dan meningkatkan kemampuan diri (*capacity for continuing self-improvement*).

Proses Desain

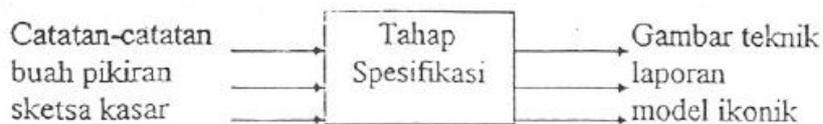
1. Tahap Pengambilan Keputusan

Dalam proses mencari solusi, jumlah dan ragam pilihan harus sebanyak mungkin (ekspansif). Baru dalam tahap pengambilan keputusan dilakukan prosedur penyisihan, penyaringan atau reduksi.

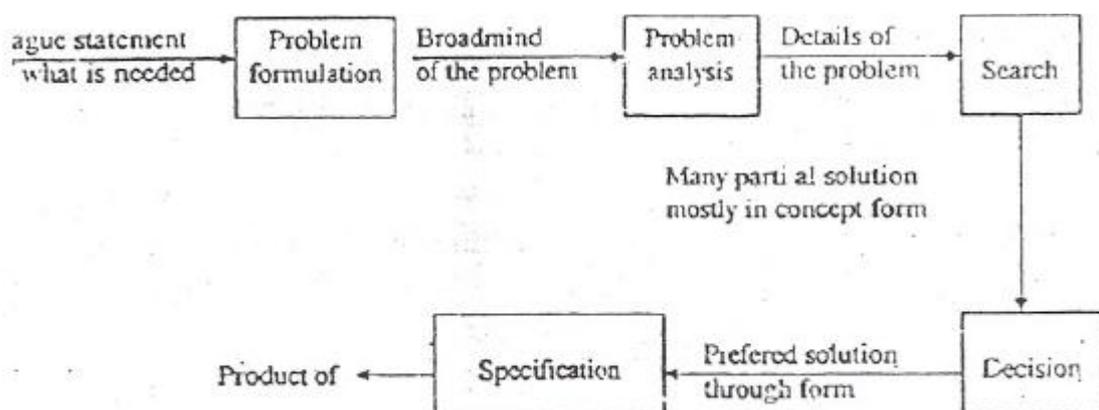
Pengambilan keputusan yang umum mencakup pertimbangan penetapan kriteria dan penentuan bobotnya.

Suatu solusi rekayasa sederhana dibandingkan dengan apa yang dapat dicapai biasanya dinyatakan sebagai elegan sama dengan apa yang dapat dicapai dibandingkan terhadap nilai kerumitannya.

2. Spesifikasi Solusi dan Daur Ulang



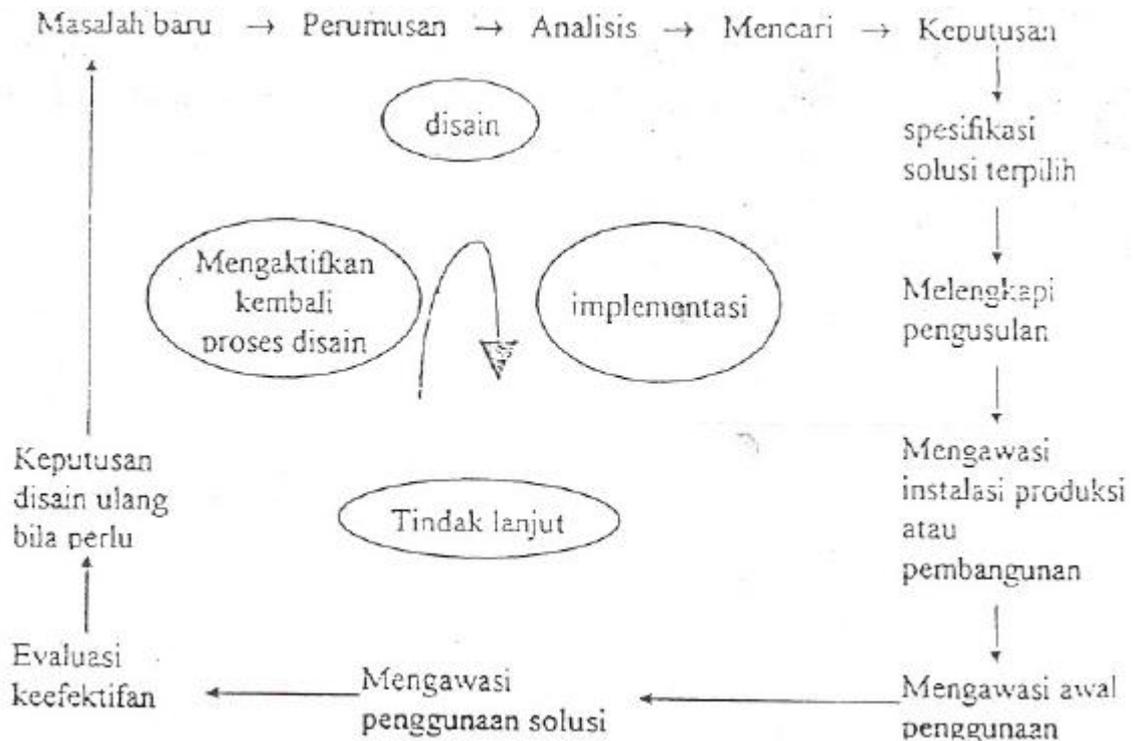
Masukan-masukan pada tahap ini adalah solusi-solusi yang dipilih tidak lengkap, dan tidak terorganisir rapih. Tahap proses desain dengan input dan outputnya dapat digambarkan dalam skema berikut ini :



Urutan logis diatas adalah pola baku. Dalam prakteknya dapat terjadi pengulangan kembali tahap-tahap tertentu, umpan balik, pemasukan atau penyisipan input-input baru dan seterusnya.

Sesuai dengan **siklus desain**, kewajiban insinyur tidak berhenti sampai pada spesifikasi solusi saja, tanggung jawabnya berkembang sampai dengan rancangan diterima atau disetujui, pengawasan pelaksanaan proyek dan awal penggunaannya, pengawasan dan evaluasi dalam operasi, memutuskan atau membantu memutuskan apakah desain perlu diulang.

Secara skematis daur desain dapat digambarkan sebagai berikut :



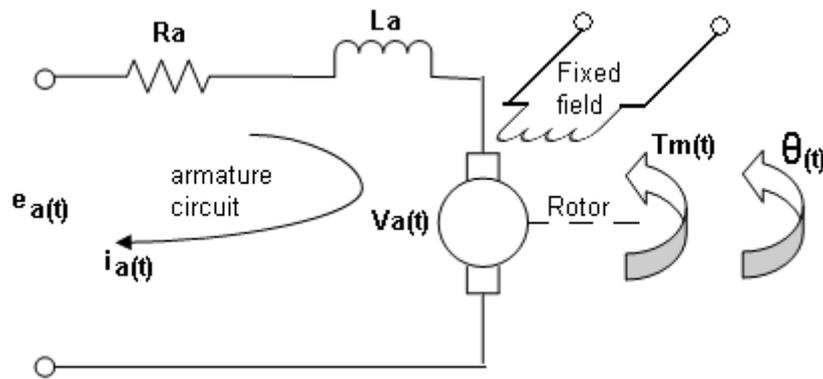
Suatu siklus desain akan lengkap bila solusi terhadap suatu masalah (desain) lebih menguntungkan bila proses desain solusi yang lebih baik perlu dimulai. Demikianlah akhir dari suatu siklus desain adalah awal dari siklus desain baru yang lebih baik.

Modul 5

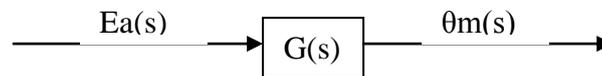
SISTEM ELEKTROMEKANIS

Sistem elektromekanis adalah sistem yang menggabungkan antara sistem elektrik dan mekanik, contoh motor DC, motor Induksi, generator DC dan lain sebagainya.

Skema motor DC berpenguat luar :



Gambar a. Skema motor DC



Gambar b. Fungsi alih

Rangkaian yang berputar disebut armature, bekerja gaya sebesar :

$$\mathbf{F} = \mathbf{B} \mathbf{l} i_{a(t)}$$

B = Kuat medan magnet [Wb/m^2]

l = Panjang konduktor [m]

$i_{a(t)}$ = Arus armature [A]

karena konduktor berputar pada medan magnet (B) dengan kecepatan (v) maka terjadi ggl lawan sebesar :

$$v_{a(t)} = \mathbf{B} \mathbf{l} v$$

kecepatan armatur (v) berbanding lurus dengan kecepatan sudut (ω_m) dimana $\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt}$

maka bisa ditulis $V_{a(t)} = K_b \frac{d\theta_m}{dt}$, K_b = konstanta ggl lawan, ditulis dalam bentuk transformasi

Laplace

$$V_{a(s)} = K_b s \theta(s) \dots\dots 1)$$

Persamaan tegangan dalam rangkaian armatur sebagai berikut :

$$e_{a(t)} + R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + V_{a(t)} = 0$$

$$e_{a(t)} = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + V_{a(t)}$$

Dalam bentuk Laplace :

$$E_{a(s)} = R_a I_{a(s)} + L_a s I_{a(s)} + V_{a(s)} \dots \dots \dots 2)$$

Sedang Torsi armatur / Torsi motor :

$$T_{m(t)} = F \cdot R$$

$$= B \cdot l \cdot R \cdot i_a(t) \text{ atau}$$

$$T_{m(t)} = K_t \cdot i_a(t)$$

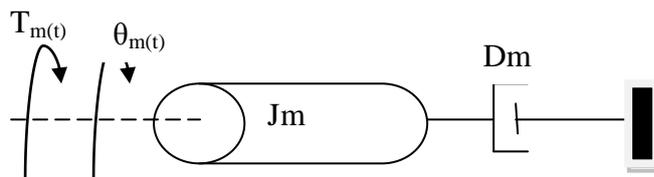
Dalam bentuk Laplace :

$$T_{m(s)} = K_t \cdot I_{a(s)} \dots \dots \dots 3)$$

Dengan melakukan substitusi pers 1), 2), dan 3) maka

$$E_{a(s)} = \frac{T_{m(s)}}{K_t} [R_a + L_a s] + K_b(s) \theta_{m(s)} \dots \dots \dots 4)$$

Belum terlihat hubungan fungsi alih $\frac{\theta_{m(s)}}{E_{a(s)}}$ untuk mencari fungsi alih di atas haru sdilihat dari pembebanan mekanis :



$$T_{m(t)} = J_m \frac{d^2 \theta}{dt^2} + D_m \frac{d \theta}{dt}$$

$$T_{m(s)} = J_m s^2 \theta_{m(s)} + D_m s \theta_{m(s)}$$

$$T_{m(s)} = \theta_{m(s)} [J_m s^2 + D_m s] \dots \dots \dots 5)$$

Dari 4) dan 5)

$$E_{a(s)} = \frac{\theta_{m(s)} [J_m s^2 + D_m s]}{K_t} [R_a + L_a s] + K_b(s) \theta_{m(s)}$$

$$E_{a(s)} = \left[\frac{[J_m s^2 + D_m s][R_a + L_a s]}{K_t} + K_b(s) \right] \theta_{m(s)}$$

Harga induktansi secara umumnya kecil,

$$E_{a(s)} = \left[\frac{[J_m s^2 + D_m s] R_a}{K_t} + K_b(s) \right] \theta_{m(s)}$$

$$E_a(s) = \left[\frac{R_a}{K_t} [J_m s + D_m] + K_b(s) \right] s \theta_m(s)$$

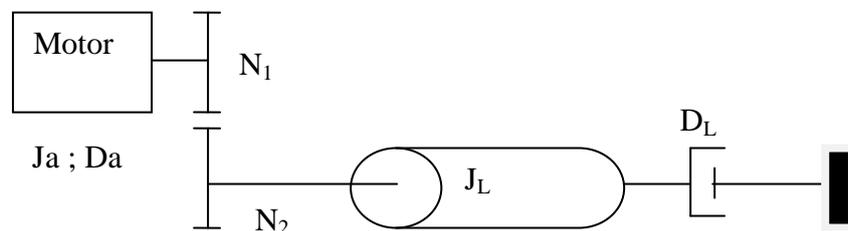
$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{1}{s \left[\frac{R_a}{K_t} [J_m s + D_m] + K_b(s) \right]}$$

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{\frac{K_t}{R_a J_m}}{s \left[s + \frac{1}{J_m} (D_m + \frac{K_t K_b}{R_a}) \right]}$$

nalog dengan penyederhanaan sebagai berikut :

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s(s + \alpha)}$$

Hal penting J_m dan D_m adalah konstanta Inersia dan Viscos Damper (peredaman) gabungan antara motor (armatur) dan beban (load).



Dilihat dari sisi armatur maka persamaan yang dibentuk sebagai berikut :

$$J_m = J_a + J_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 ; D_m = D_a + D_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

Dari persamaan 4) setelah mengabaikan komponen induktansi armatur didapat persamaan :

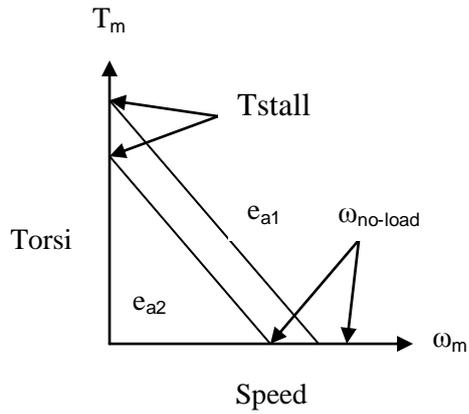
$$E_a(s) = \frac{T_m(s)}{K_t} R_a + K_b(s) \theta_m(s)$$

Atau dalam bentuk fungsi waktu didapat :

$$e_a(t) = \frac{T_m(t)}{K_t} R_a + K_b \omega_m(t)$$

$$T_m = \frac{K_t}{R_a} e_a - \frac{K_b K_t}{R_a} \omega_m$$

Jika dibuat grafik antara ω_m terhadap T_m didapat ketika kecepatan motor nol ($\omega=0$), didapat harga stall torsi (T_{stall}) pda saat tanpa beban ($T_m = 0$) didapat ω_m nol load ($\omega_{no-load}$).



$$0 = \frac{K_t}{R_a} e_a - \frac{K_b K_t}{R_a} \omega_m$$

$$\omega_{\text{no-load}} = \frac{e_a}{K_b}$$

Untuk $\omega_m = 0$

$$T_m = \frac{K_t}{R_a} e_a$$

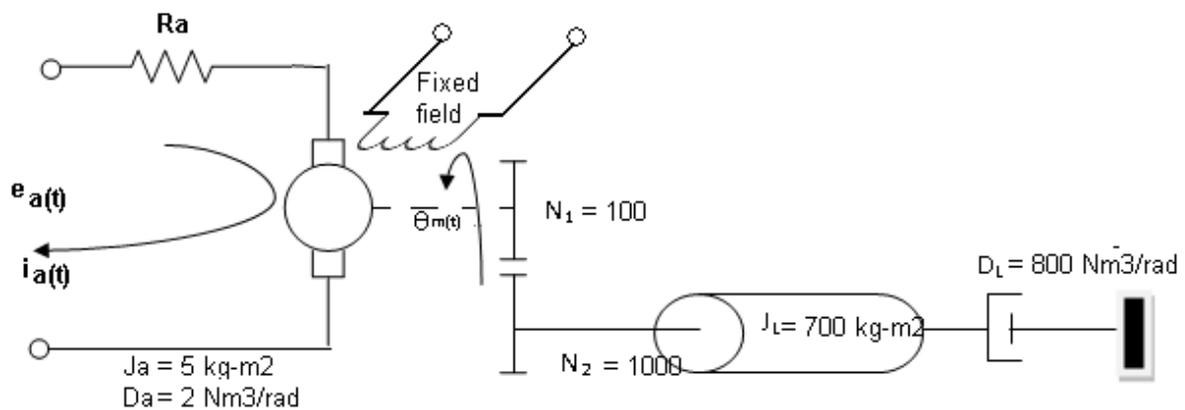
Maka :

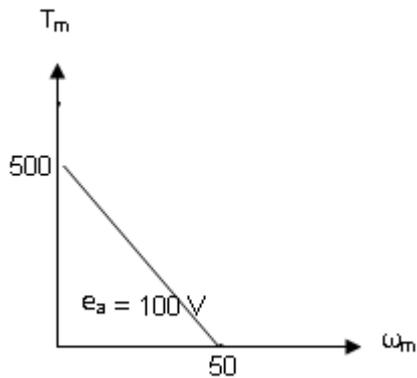
$$\frac{K_t}{R_a} = \frac{T_{\text{stall}}}{e_a}$$

$$K_b = \frac{e_a}{\omega_{nL}}$$

Contoh Penyelesaian Soal Sistem Elektromekanis

Diberikan sistem elektromekanis seperti gambar di bawah : cari fungsi alih sistem $\left(\frac{\theta_L(s)}{E_a(s)} \right) !$





Jawab

$$\begin{aligned}
 J_m &= J_a + J_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \\
 &= 5 + 700 \left(\frac{100}{1000} \right)^2 \\
 &= 5 + 700 \frac{1}{100} = 12 \text{ kg.m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_m &= D_a + D_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \\
 &= 2 + 800 \left(\frac{1}{10} \right)^2 = 10 \text{ Nm}^3/\text{rad}
 \end{aligned}$$

$T_{stall} = 500$; $\omega_{nL} = 50$; $e_a = 100$ V, maka konstanta listrik :

$$\frac{K_t}{R_a} = \frac{T_{stall}}{e_a} = \frac{500}{100} = 5$$

$$K_b = \frac{e_a}{\omega_{nL}} = \frac{100}{50} = 2$$

Maka :

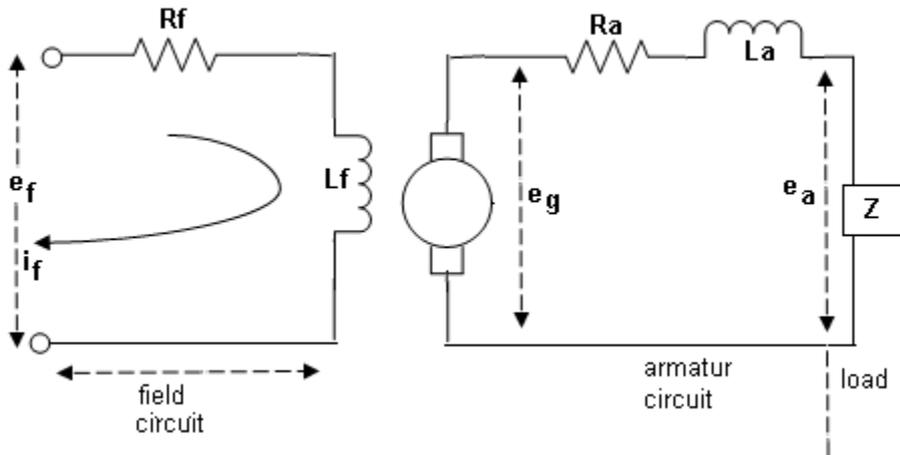
$$\begin{aligned}
 \frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} &= \frac{\frac{K_t}{R_a J_m}}{s \left[s + \frac{1}{J_m} \left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a} \right) \right]} \\
 &= \frac{\frac{5}{12}}{s \left[s + \frac{1}{12} (10 + 10) \right]} = \frac{0.417}{s(s + 1.667)}
 \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan $\frac{\theta_L(s)}{E_a(s)}$, kita mempergunakan perbandingan gir $\frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{10}$

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{0.0417}{s(s + 1.667)}$$

Generator

Secara skema rangkaian generator DC adalah sebagai berikut :



Persamaan rangkaian field generator :

$$e_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \dots\dots\dots 1)$$

Persamaan rangkaian armature adalah :

$$e_g = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a \dots\dots\dots 2)$$

Tegangan yang dibangkitkan pada generator adalah :

$$e_g = K \Phi \frac{d\theta}{dt} \dots\dots\dots 3)$$

Sedangkan Φ berbanding lurus dengan i_f

$$\Phi = K i_f$$

$$\text{Maka } e_g = K_g I_f$$

Persamaan-persamaan di atas dalam bentuk transformasi Laplacenya adalah :

$$E_{f(s)} = R_f I_{f(s)} + s L_f I_{f(s)}$$

$$E_{f(s)} = I_{f(s)} [R_f + s L_f] \dots\dots (1')$$

$$E_{g(s)} = K_g I_{f(s)} \dots\dots\dots (2')$$

$$E_{g(s)} = R_a I_{a(s)} + s L_a I_{a(s)} + E_{a(s)} \dots\dots\dots (3')$$

$$E_{g(s)} = I_{a(s)} [R_a + s L_a] + E_{a(s)}$$

$$E_{g(s)} = I_{a(s)} Z_{a(s)} + E_{a(s)}$$

Dari gambar terlihat

$$E_{a(s)} = I_{a(s)} Z_{L(s)}$$

$$E_{g(s)} = I_{a(s)} Z_{a(s)} + I_{a(s)} Z_{L(s)}$$

$$E_{g(s)} = I_{a(s)} [Z_{a(s)} + Z_{L(s)}]$$

$$I_a(s) = \frac{E_g(s)}{Z_a(s) + Z_L(s)}$$

atau

$$I_a(s) = \frac{E_g(s)}{L_a s + R_a + Z_L(s)}$$

$$I_f(s) = \frac{E_f(s)}{L_f s + R_f}$$

Maka

$$E_g(s) = K_g I_f$$

$$E_g(s) = K_g \frac{E_f(s)}{L_f s + R_f}$$

Dari persamaan-persamaan di atas didapat :

$$I_a(s) = \frac{K_g E_f(s)}{(R_f + sL_f)(L_a s + R_a + Z_L)}$$

Fungsi alih

$$G(s) = \frac{E_a(s)}{E_f(s)} = \frac{I_a(s) Z_L}{E_f(s)}$$

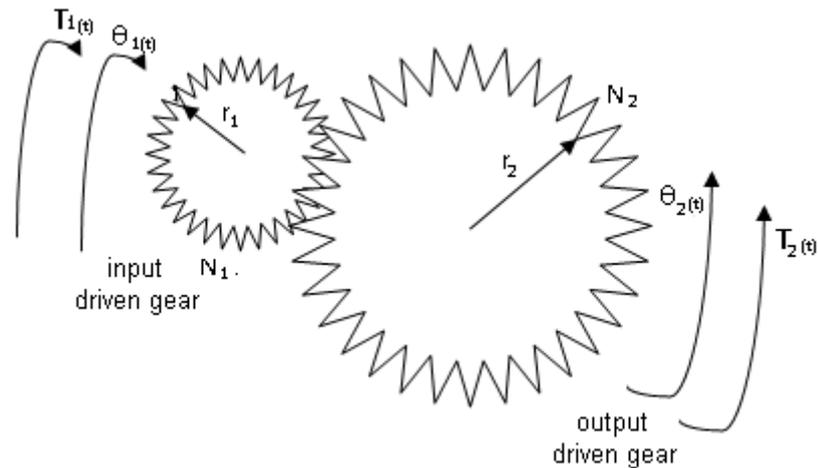
Maka :

$$G(s) = \frac{K_g Z_L(s)}{(R_f + sL_f)(L_a s + R_a + Z_L)}$$

Modul 6

SISTEM RODA GIGI (GIR)

Interaksi antara dua gir dapat dilihat pada gambar sebagai berikut :



Seperti terlihat dari gambar gir masukan mempunyai N_1 buah gigi, jari-jari r_1 dan berputar dengan sudut θ_1 dan torsi T_1 sedang gir output mempunyai jumlah gigi N_2 , jari-jari r_2 dan berputar dengan sudut θ_2 sedang torsi nya T_2 . Secara fisis mempunyai hubungan untuk anggapan ideal tanpa backlash perpindahan linier gir₁ = perpindahan linier gir₂.

$$S_1 = S_2$$

$$\theta_1 \cdot r_1 = \theta_2 \cdot r_2$$

maka

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{r_2}{r_1} \dots\dots\dots 1)$$

Sedang kerapatan gir₁ = kerapatan gir₂.

$$\frac{N_1}{2\pi r_1} = \frac{N_2}{2\pi r_2}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

Sehingga

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Jika gir tidak menyerap energi, jadi jumlah energi input = jumlah energi output.

$$F_1 S_1 = F_2 S_2$$

$$F_1 \theta_1 r_1 = F_2 \theta_2 r_2$$

$$T_1 \theta_1 = T_2 \theta_2$$

atau

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1}$$

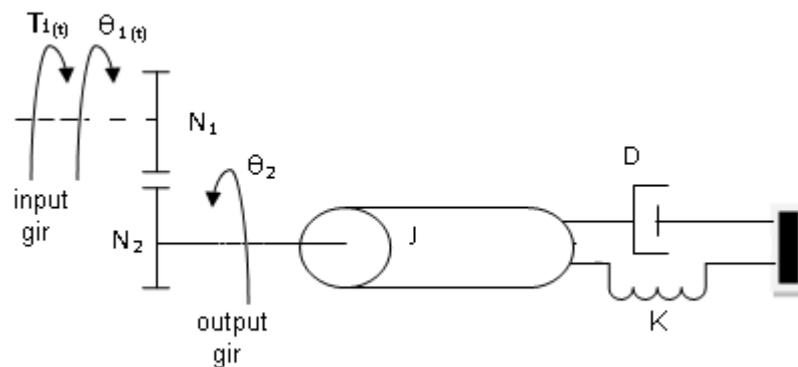
Maka

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Persamaan di atas menunjukkan hubungan antara dua gir.

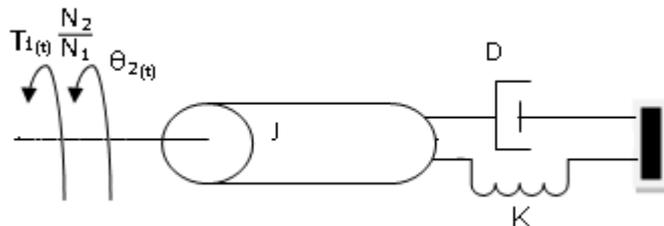
Sistem Mekanis dengan GIR

Perhatikan gambar di bawah ini



Gambar a. Sistem rotasi yang dikendalikan oleh gir.

Jika dibuat ekivalensi setelah pencerminan dari torsi masukan.



Didapat dari

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow T_2 = \frac{N_2}{N_1} T_1$$

Persamaan geraknya sebagai berikut :

$$T_2 = \left(J \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + D \frac{d\theta_2}{dt} + K \theta_2 \right)$$

$$T_{2(s)} = (Js^2 \theta_{2(s)} + Ds \theta_{2(s)} + K \theta_{2(s)})$$

$$T_{2(s)} = \theta_{2(s)} (Js^2 + Ds + K)$$

Jika ditransformasikan ke gir masukkan

$$\frac{N_2}{N_1} T_{1(s)} = \frac{N_1}{N_2} \theta_{1(s)} (Js^2 + Ds + K)$$

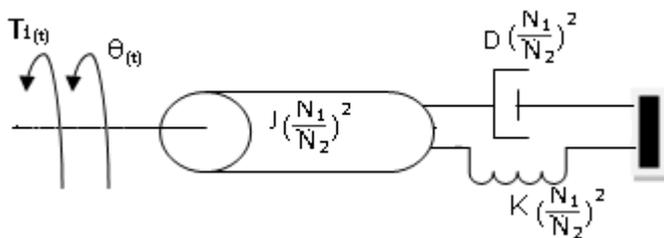
Maka

$$T_{1(s)} = \theta_{1(s)} \left(J s^2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 + D s \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 + K \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \right)$$

Atau

$$\frac{T_{1(s)}}{\theta_{1(s)}} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 (J s^2 + D s + K)$$

Gambar ekivalensi setelah mengalami transformasi impedansi



Maka persamaan umum dihasilkan dari persamaan 1) dan 2)

$$(J_1 s^2 + D_1 s + K) \theta_{1(s)} - K \theta_{2(s)} = T(s)$$

$$-K \theta_{1(s)} + (J_2 s^2 + D_2 s + K) \theta_{2(s)} = 0$$

Dalam bentuk matrik dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} J_1 s^2 + D_1 s + K & -K \\ -K & J_2 s^2 + D_2 s + K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_{2(s)} = \frac{\begin{vmatrix} J_1 s^2 + D_1 s + K & T(s) \\ -K & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} J_1 s^2 + D_1 s + K & -K \\ -K & J_2 s^2 + D_2 s + K \end{vmatrix}}$$

$$\theta_{2(s)} = \frac{KT(s)}{\begin{vmatrix} J_1 s^2 + D_1 s + K & -K \\ -K & J_2 s^2 + D_2 s + K \end{vmatrix}}$$

Penyebutnya disebut Δ . Maka

$$\frac{\theta_{2(s)}}{T(s)} = \frac{K}{\Delta}$$

Modul 7

SISTEM FISIK

Salah satu keuntungan mempelajari sistem kendali adalah sifatnya yang umum, artinya bentuk analisis untuk *sistem elektrik*, akan sama dengan analisis *sistem mekanis* dan sistem yang lain. Mungkin saja komponen penyusun sistem berbeda seperti tipe-tipe sinyal masukan dan keluaran, tetapi secara matematis, perlakuan analisisnya sama.

Pada bagian ini akan dipelajari cara menerjemahkan sistem fisis, baik *elektrik*, *mekanis* maupun *elektromekanis* ke dalam *bahasa matematis* sehingga mudah dianalisis.

Sistem Elektris

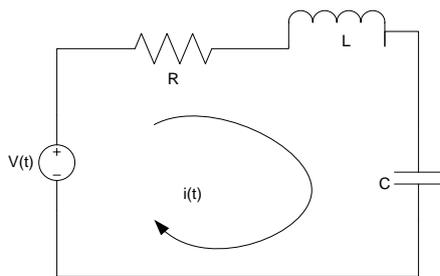
Ada tiga elemen dasar pembentuk rangkaian listrik yaitu resistor, kapasitor, dan induktor. fungsi alih dari sistem elektrik untuk masing-masing elemen dasar adalah :

$$\frac{V(s)}{I(s)} = Z(s)$$

Persamaan di atas merupakan perbandingan antara tegangan dan arus yang sering dikenal dengan konsep "*Impedance*".

Component	Voltage-Current	V-charge	Impedance $\frac{V(s)}{I(s)}$
 Capasitor	$V(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$	$V(t) = \frac{q(t)}{C}$	$\frac{1}{Cs}$
 Resistor	$V(t) = Ri(t)$	$V(t) = R \frac{dq}{dt}$	R
 Induktor	$V(t) = L \frac{di}{dt}$	$V(t) = L \frac{d^2q(t)}{dt^2}$	Ls

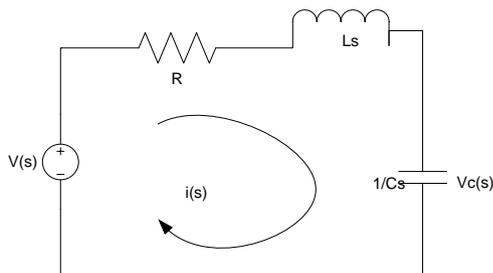
Contoh sistem elektris



Dapatkan fungsi alih dari rangkaian di atas $\frac{V_C(s)}{V(s)}$!

Penyelesaian :

Terapkan ekivalensi impedansi masing-masing komponen



$$\frac{V_C(s)}{V(s)} = \frac{\frac{1}{Cs} I(s)}{\left[R + Ls + \frac{1}{Cs} \right] I(s)}$$

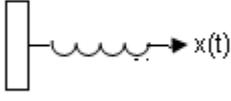
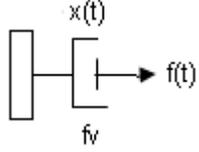
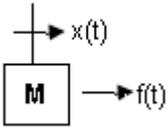
$$\frac{V_C(s)}{V(s)} = \frac{1}{[RCs + LCs^2 + 1]}$$

$$V(s) \rightarrow \boxed{\frac{1}{[LCs^2 + RCs + 1]}} \rightarrow V_C(s)$$

Sistem Mekanis

Translasi

Sistem mekanis translasi mempunyai tiga komponen pasif linier yaitu *massa* dan *pegas* sebagai elemen penyimpanan energi sementara *peredam* (gesekan) membuang energi analogi dengan sistem elektris dapat dilihat pada tabel di bawah ini :

Component	Force-Velocity	Force-Displacement	Impedance $\frac{F(s)}{X(s)} = Z_{m(s)}$
 Spring	$f(t) = K \int_0^t v(t) dt$	$f(t) = K x(t)$	K
 Viscous damper	$f(t) = f_v v(t)$	$f(t) = f_v \frac{dx(t)}{dt}$	$f_v s$
 Massa	$f(t) = M \frac{dv(t)}{dt}$	$f(t) = M \frac{d^2x(t)}{dt^2}$	Ms^2

K = konstanta pegas ; f_v = koefisien gesek ; M = massa

Terlihat dari tabel bahwa pada sistem mekanis, impedansi didefinisikan sebagai :

$$Z_{m(s)} = \frac{F(s)}{X(s)}$$

Untuk pegas :

$$F(s) = K x(s)$$

$$Z_{m(s)} = \frac{K x(s)}{X(s)} = K$$

Untuk peredam :

$$F(s) = f_v s x(s)$$

$$Z_{m(s)} = \frac{f_v s x(s)}{X(s)} = f_v s$$

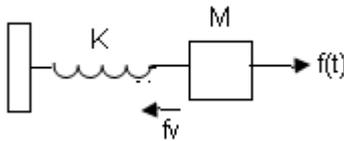
Untuk massa :

$$F(s) = Ms^2 x(s)$$

$$Z_{m(s)} = \frac{Ms^2 x(s)}{X(s)} = Ms^2$$

Contoh soal :

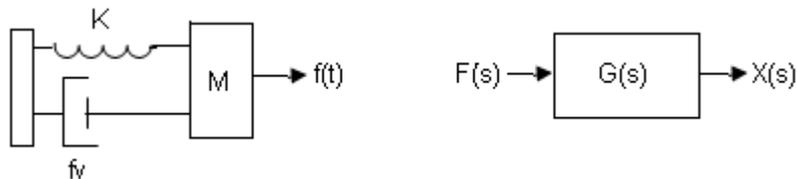
Diberikan sistem mekanik sebagai berikut :



Tentukan fungsi alih dari diagram blok tersebut !

Jawab :

Sistem mekanik diatas dapat digunakan



$$f(t) = Kx(t) + f_v \frac{dx}{dt} + M \frac{d^2x}{dt^2} \dots\dots\dots 1)$$

Lihat Hk. Newton

$$\sum F = M \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$f(t) - Kx(t) - f_v \frac{dx}{dt} = M \frac{d^2x}{dt^2}$$

Dari transformasi Laplace persamaan 1)

$$F(s) = Kx(s) + f_v s x(s) + Ms^2 x(s)$$

$$= x(s) [K + f_v s + Ms^2]$$

$$= x(s) [Ms^2 + f_v s + K]$$

$$G(s) = \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + f_v s + K}$$

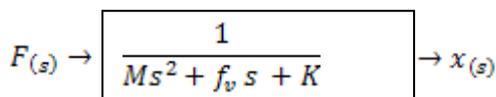
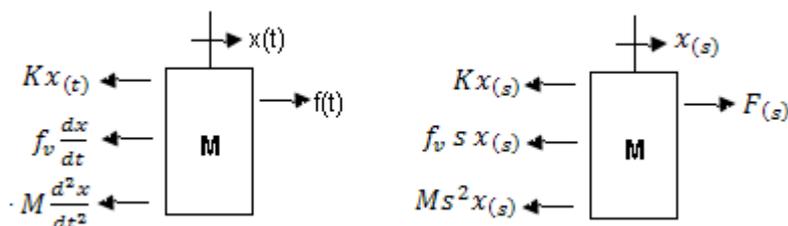


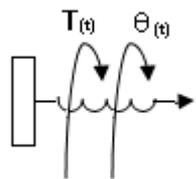
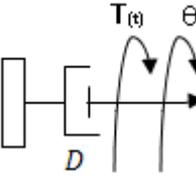
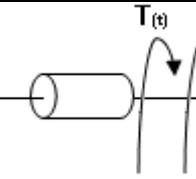
Diagram gaya yang terdapat pada sistem di atas adalah :



Rotasi Mekanik

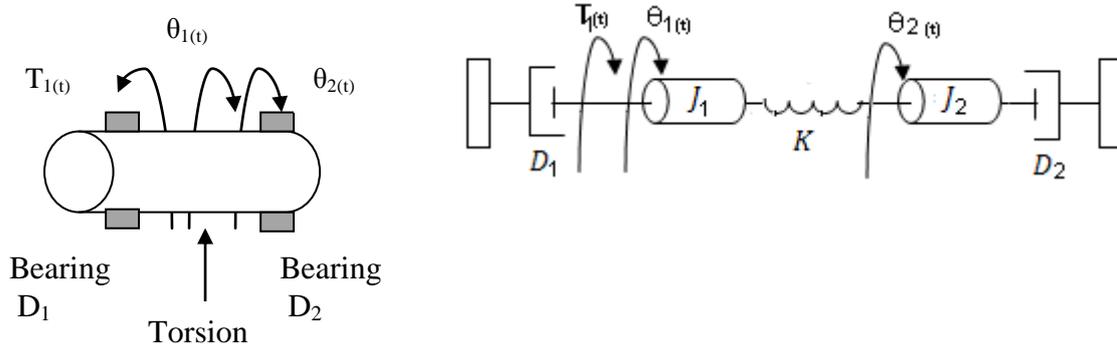
Sistem rotasi mekanik, secara sistematis mempunyai kemiripan dengan persamaan matematis pada sistem translasi mekanik. Perhatikan persamaan matematis di bawah ini, komponen-komponen pada rotasi mekanik antara lain :

- *Spring* dengan konstanta K
- *Viscous damper* dengan koefisien gesek D
- *Momen Inersia* dengan koefisien J
- *Impedansi Rotasi Mekanik* $Z_m = \frac{T(s)}{\theta(s)}$

Component	Torque angular - Velocity	Torque angular- Displacement	Impedance $Z_m = \frac{T(s)}{\theta(s)}$
 <p>Spring</p>	$T(t) = K \int_0^t \omega(t) dt$	$T(t) = K \theta(t)$	K
 <p>Viscous damper</p>	$T(t) = D \omega(t)$	$T(t) = D \frac{d\theta(t)}{dt}$	Ds
 <p>Momen Inersia</p>	$T(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$	$T(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$	Js ²

Contoh soal :

Cari fungsi aliah sistem rotasi mekanik $\left(\frac{\theta_2(s)}{T_1(s)}\right)$ dua derajat kebebasan seperti ditunjukkan di bawah ini !

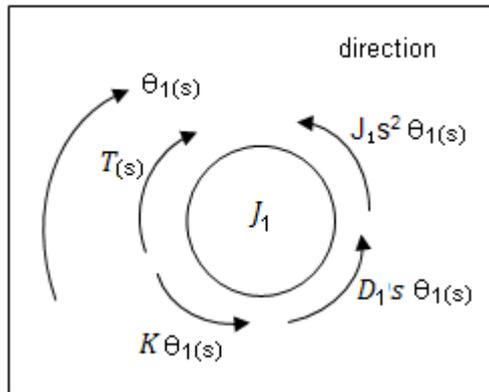


Penyelesaian :

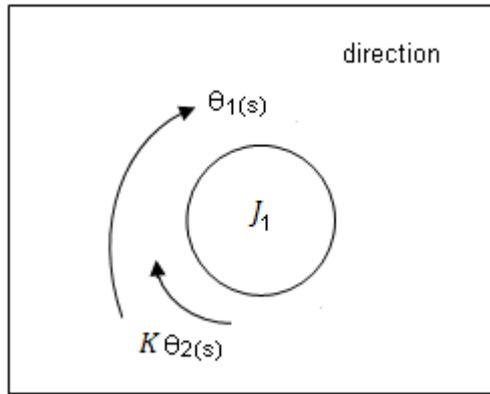
Tampilkan skema sistem fisik di atas diasumsikan bahwa torsi bekerja seperti sebuah pegas yang dikonsentrasikan pada satu titik khusus pada silinder dengan inersia J_1 di sebelah kiri dan J_2 di sebelah kanan. Dari skema gambar di atas dapat dilihat bahwa ada dua derajat kebebasan jika masing-masing inersia diputar sementara inersia lainnya berada pada posisi konstan.

Untuk mensimulasikan kondisi masing-masing dapat digambarkan sebagai berikut :

Simulasi kondisi pada inersia 1 dapat diterapkan prinsip superposisi :

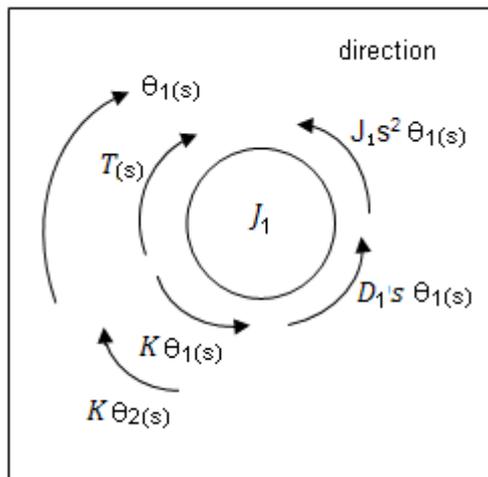


Gambar a. Torsi J_1 yang diputar sementara J_2 ditahan pada posisi konstan



Gambar b. Kondisi J_1 ditahan sementara J_2 diputar.

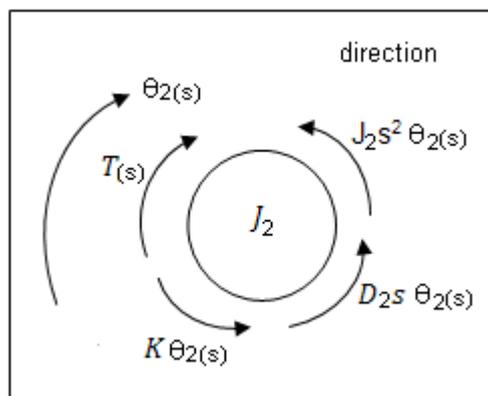
Maka superposisinya :



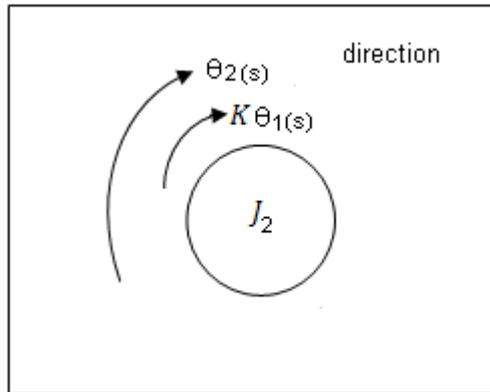
Dalam bentuk matematisnya : $(J_1 s^2 + D_1 s + K)\theta_1(s) - K\theta_2(s) = T(s) \dots\dots\dots 1)$

Simulasi kondisi pada inersia 2 :

Perlakuan yang sama diterapkan juga pada J_2 seperti terlihat pada gambar di bawah ini :

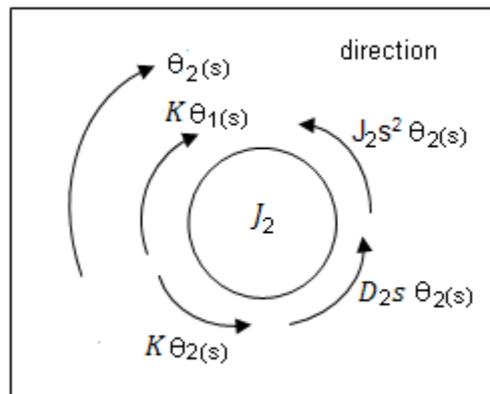


Gambar a. Torsi J_2 yang diputar sementara J_1 ditahan pada posisi konstan



Gambar b. Kondisi J_2 ditahan sementara J_1 diputar.

Maka superposisinya sebagai berikut :



Dalam bentuk matematisnya :

$$-K\theta_1(s) + (J_2s^2 + D_2s + K)\theta_2(s) = 0 \dots\dots 2)$$