

4. MEDAN ELEKTROSTATIK

4.1. PENDAHULUAN

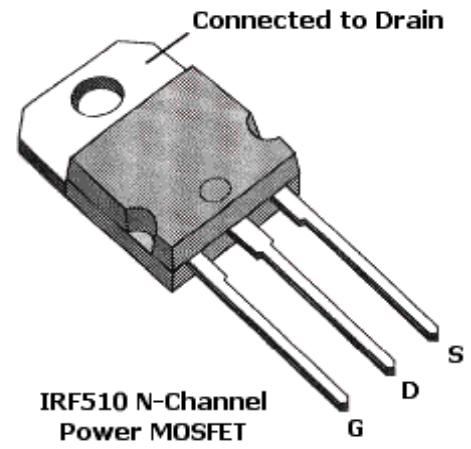
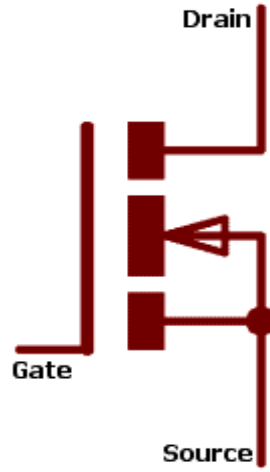
Medan elektrostatik dihasilkan oleh distribusi muatan statik. Contoh khas medan seperti ini ditemukan dalam tabung sinar katoda (CRT).

Elektrostatika merupakan subjek menarik yang telah tumbuh pada berbagai bidang aplikasi. Transmisi tenaga listrik, mesin sinar-X, dan proteksi petir berhubungan dengan medan listrik yang kuat dan akan membutuhkan pengetahuan elektrostatika untuk memahami dan mendesain peralatan yang sesuai. Perangkat yang digunakan dalam elektronik *solid-state* didasarkan pada elektrostatika. Perangkat ini meliputi resistor, kapasitor, dan perangkat aktif seperti transistor bipolar dan FET (*field effect transistors*), yang didasarkan pada kontrol gerak elektron oleh medan elektrostatik.

Hampir semua perangkat periferal komputer, kecuali memori magnetik, didasarkan pada bidang elektrostatik. *Touchpad*, keyboard kapasitansi, tabung sinar katoda, LCD, dan printer elektrostatik adalah contoh untuk hal ini.



Mesin sinar-X



MOSFET



LCD vs CRT



Touchpad

Dalam pekerjaan medis, diagnosis sering dilakukan dengan bantuan elektrostatika, seperti dalam electrocardiograms (EKG atau ECG), electroencephalograms (EEG), dan peralatan perekam organ lainnya dengan aktivitas listrik termasuk mata, telinga, dan perut. Dalam industri, elektrostatika diterapkan dalam berbagai bentuk seperti pada penyemprotan cat, elektrodeposisi, mesin elektrokimia, dan pemisahan partikel halus. Elektrostatika digunakan dalam pertanian untuk menyortir biji, penyemprotan langsung untuk tanaman, mengukur kadar air tanaman, memintal kapas, dan pengaturan kecepatan pemanggang roti dan pengasapan daging.

4.2. HUKUM COULOMB DAN INTENSITAS MEDAN

Hukum Coulomb adalah hukum eksperimental yang dirumuskan pada tahun 1785 oleh seorang kolonel Prancis, Charles Augustin de Coulomb. Ini berkaitan dengan gaya yang diberikan suatu muatan titik pada muatan titik lain. Muatan umumnya diukur dalam coulomb (C). Satu coulomb adalah kurang lebih setara dengan 6×10^{18} elektron; ini merupakan unit muatan yang sangat besar karena muatan satu elektron, $e = -1,6019 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Hukum Coulomb menyatakan bahwa gaya F antara dua muatan titik Q_1 dan Q_2 :

1. Berada di sepanjang garis yang menghubungkan kedua muatan
2. Berbanding lurus dengan perkalian kedua muatan
3. Berbanding terbalik dengan kuadrat jarak kedua muatan

Dinyatakan secara matematika,

$$F = \frac{k Q_1 Q_2}{R^2} \quad (4.1)$$

dengan k adalah suatu tetapan kesebandingan.

Dalam SI, satuan muatan Q_1 dan Q_2 adalah coulomb (C), jarak R dalam meter (m), dan gaya F dalam newton (N).

Untuk medium ruang bebas (*free space*) atau ruang hampa,

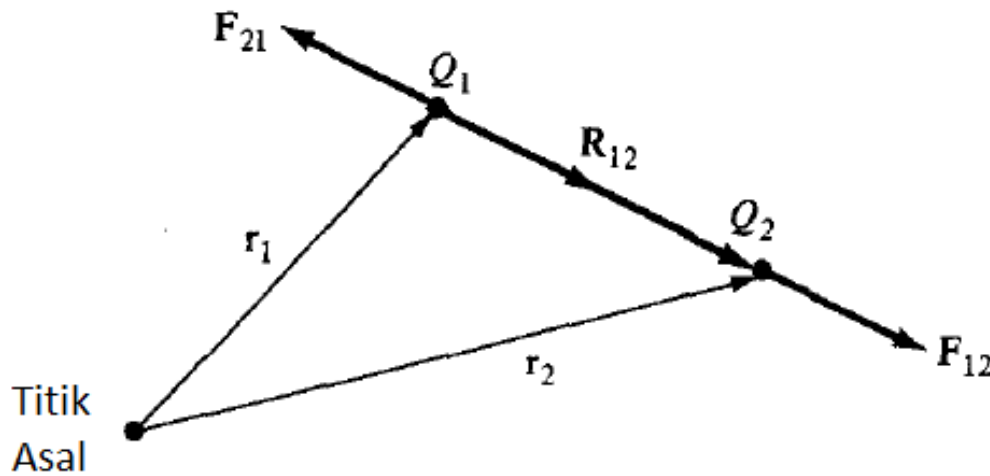
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \simeq 9 \times 10^9 \text{ m/F} \quad (4.2)$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \simeq \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ F/m} \quad \Rightarrow \quad \textit{permitivitas ruang bebas (free space)}$$

Dengan demikian persamaan (4.1) menjadi

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \quad (4.3)$$

Jika muatan Q_1 dan Q_2 terletak di titik dengan vektor posisi \mathbf{r}_1 dan \mathbf{r}_2 , maka gaya \mathbf{F}_{12} pada Q_2 yang diakibatkan oleh Q_1 , seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.1, diberikan oleh



$$\mathbf{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_{R_{12}} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{R}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad (4.5a)$$

$$R = |\mathbf{R}_{12}| \quad (4.5b)$$

$$\mathbf{a}_{R_{12}} = \frac{\mathbf{R}_{12}}{R} \quad (4.5c)$$

Gambar 4.1 Vektor gaya Coulomb pada muatan titik Q_1 dan Q_2

Substitusi persamaan (4.5) ke (4.4) menghasilkan

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \mathbf{R}_{12} \quad (4.6a)$$

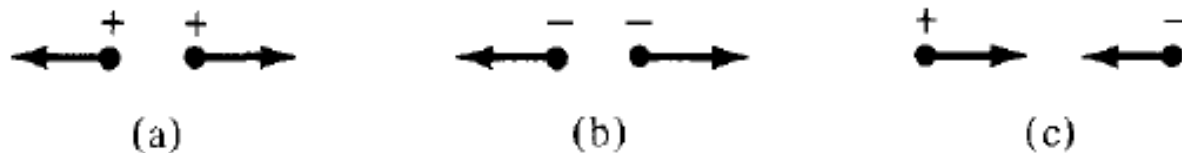
$$\mathbf{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2 (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} \quad (4.6b)$$

Adalah hal yang berguna bila dicatat bahwa,

1. Seperti terlihat pada Gambar 4.1,

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12} \quad (4.7)$$

2. Muatan sejenis (muatan dengan tanda sama) tolak menolak, sedangkan muatan tak sejenis tarik menarik.



Gambar 4.2 Muatan sejenis tolak menolak, muatan tak sejenis tarik menarik

3. Jarak R antara muatan Q_1 dan Q_2 harus jauh lebih besar dibandingkan ukuran linier dari muatan tersebut, atau dengan kata lain muatan Q_1 dan Q_2 harus berupa muatan titik.
4. Q_1 dan Q_2 harus statik (berada dalam keadaan diam).
5. Tanda (positif atau negatif) pada muatan Q_1 dan Q_2 harus diikuti dalam perhitungan persamaan 4.4.

Jika ada lebih dari dua muatan titik, dapat digunakan prinsip superposisi untuk menentukan gaya pada muatan tertentu. Prinsip ini menyatakan bahwa jika ada N muatan Q_1, Q_2, \dots, Q_N yang masing-masing terletak pada titik dengan vektor posisi $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N$, gaya resultan \mathbf{F} pada muatan Q yang terletak di titik \mathbf{r} adalah penjumlahan vektor yang bekerja pada Q oleh tiap-tiap muatan Q_1, Q_2, \dots, Q_N . Oleh karenanya:

$$\mathbf{F} = \frac{QQ_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^3} + \frac{QQ_2(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2)}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^3} + \dots + \frac{QQ_N(\mathbf{r} - \mathbf{r}_N)}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}_N|^3}$$

atau

$$\mathbf{F} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{Q_k(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_k|^3} \quad (4.8)$$

Konsep Intensitas Medan Listrik

Intensitas medan listrik (atau **kuat medan listrik**) **E** adalah gaya per satuan muatan bila muatan tersebut ditempatkan pada suatu medan listrik.

Jadi,

$$\mathbf{E} = \lim_{Q \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}}{Q} \quad (4.9)$$

atau sederhananya,

$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{Q}} \quad (4.10)$$

Intensitas medan listrik **E** pada titik **r** yang diakibatkan oleh muatan titik **Q** yang terletak di **r'** adalah

$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R = \frac{Q(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}} \quad (4.11)$$

Jika ada N muatan Q_1, Q_2, \dots, Q_N yang masing-masing terletak pada titik dengan vektor posisi $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N$, maka intensitas medan listrik di titik \mathbf{r} adalah

$$\mathbf{E} = \frac{Q_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^3} + \frac{Q_2(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2)}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^3} + \dots + \frac{Q_N(\mathbf{r} - \mathbf{r}_N)}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}_N|^3}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{Q_k(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_k|^3} \quad (4.12)$$

Contoh Soal 4.1

Muatan titik 1 mC dan -2 mC masing-masing terletak di (3,2,-1) dan (-1,-1,4). Hitung gaya listrik pada muatan 10 nC yang terletak di (0,3,1) dan hitung juga intensitas medan listrik di titik tersebut.

Jawab:

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= \sum_{k=1,2} \frac{QQ_k}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R = \sum_{k=1,2} \frac{QQ_k(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k)}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_k|^3} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{10^{-3}[(0, 3, 1) - (3, 2, -1)]}{|(0, 3, 1) - (3, 2, -1)|^3} - \frac{2 \cdot 10^{-3}[(0, 3, 1) - (-1, -1, 4)]}{|(0, 3, 1) - (-1, -1, 4)|^3} \right\} \\ &= \frac{10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot \frac{10^{-9}}{36\pi}} \left[\frac{(-3, 1, 2)}{(9 + 1 + 4)^{3/2}} - \frac{2(1, 4, -3)}{(1 + 16 + 9)^{3/2}} \right] \\ &= 9 \cdot 10^{-2} \left[\frac{(-3, 1, 2)}{14\sqrt{14}} + \frac{(-2, -8, 6)}{26\sqrt{26}} \right] \\ \mathbf{F} &= -6.507\mathbf{a}_x - 3.817\mathbf{a}_y + 7.506\mathbf{a}_z \text{ mN}\end{aligned}$$

Di titik tersebut,

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \frac{\mathbf{F}}{Q} \\ &= (-6.507, -3.817, 7.506) \cdot \frac{10^{-3}}{10 \cdot 10^{-9}} \\ \mathbf{E} &= -650.7\mathbf{a}_x - 381.7\mathbf{a}_y + 750.6\mathbf{a}_z \text{ kV/m}\end{aligned}$$

Soal Latihan 4.1

Muatan titik 5 nC dan -2 nC masing-masing terletak di (2,0,4) dan (-3,0,5).

- (a) Hitung gaya listrik pada muatan 1 nC yang terletak di (1,-3,7); dan
- (b) Hitung intensitas medan listrik di (1,-3,7).

Jawaban:

- (a) $-1.004\mathbf{a}_x - 1.284\mathbf{a}_y + 1.4\mathbf{a}_z$ nN,
- (b) $-1.004\mathbf{a}_x - 1.284\mathbf{a}_y + 1.4\mathbf{a}_z$ V/m.

Contoh Soal 4.2

Dua muatan titik dengan massa yang sama m dan muatan yang sama Q digantungkan pada satu titik yang sama oleh dua buah tali yang panjangnya ℓ dan massanya diabaikan. Tunjukkan bahwa pada keadaan setimbang, sudut inklinasi masing-masing tali terhadap vertikal α memenuhi persamaan

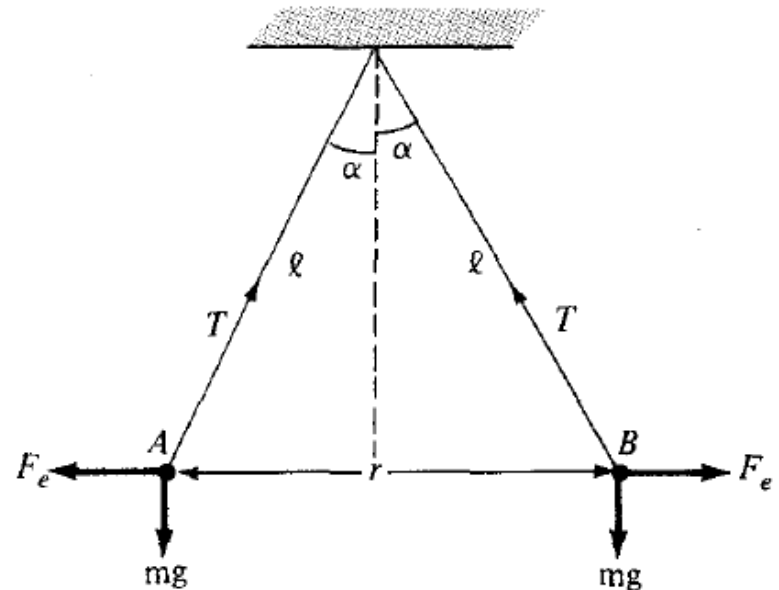
$$Q^2 = 16\pi \epsilon_0 m g \ell^2 \sin^2 \alpha \tan \alpha$$

Jika α sangat kecil, tunjukkan bahwa

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 m g \ell^2}}$$

Jawab:

Perhatikan sistem pada gambar di samping, dimana F_e adalah gaya listrik atau gaya Coulomb, T tegangan pada masing-masing tali dan mg berat masing-masing muatan. Di titik A atau B, berlaku:



Gambar 4.2 Partikel bermuatan yang digantung; untuk contoh soal 4.2.

$$\begin{aligned} T \sin \alpha &= F_e \\ T \cos \alpha &= mg \end{aligned} \quad \text{sehingga} \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{F_e}{mg} = \frac{1}{mg} \cdot \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Karena $r = 2\ell \sin \alpha$

maka $Q^2 \cos \alpha = 16\pi\epsilon_0 m g \ell^2 \sin^3 \alpha$

atau $Q^2 = 16\pi\epsilon_0 m g \ell^2 \sin^2 \alpha \tan \alpha$

Bila α sangat kecil, maka $\tan \alpha \simeq \alpha \simeq \sin \alpha$

sehingga $Q^2 = 16\pi\epsilon_0 m g \ell^2 \alpha^3$

atau $\alpha = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 m g \ell^2}}$