

PROBLEM SET#1
Sistem Bilangan Kompleks

1. Jika $z = \frac{2+j}{1-j}$, tentukanlah bagian riil dan bagian imajiner dari bilangan kompleks $z + \frac{1}{z}$
2. Carilah harga x dan y yang memenuhi persamaan :
 $(x + y) + j(x - y) = 14,8 + j6,2$
3. Carilah bentuk sederhana dari :
 - a. $(5 + j4)(3 + j7)(2 - j3)$
 - b. $\frac{(2 - j3)(3 + j2)}{(4 - j3)}$
 - c. $\frac{\cos 3x + j \sin 3x}{\cos x + j \sin x}$
4. Jika titik-titik A, B, C, D dalam diagram Argand berturut-turut menyatakan bilangan kompleks $9+j$, $4+j13$, $-8+j8$, $-3-j4$, buktikanlah bahwa ABCD adalah bujursangkar.
5. Nyatakanlah dalam bentuk eksponensial :
(a) $z_1 = 10 \angle 37^\circ$ dan (b) $z_2 = 10 \angle 322^\circ$
Dari sini tentukanlah $\ln z_1$ dan $\ln z_2$
6. Diketahui bahwa $z_1 = R_1 + R + j\omega L$; $z_2 = R_2$; $z_3 = \frac{1}{j\omega C_3}$ dan $z_4 = R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}$ dan juga bahwa $z_1 z_3 = z_2 z_4$, nyatakanlah R dan L dalam konstanta-konstanta riil R_1, R_2, R_3, R_4 dan C_4 .
7. Jika $\frac{R_1 + j\omega L}{R_3} = \frac{R_2}{R_4 - j\frac{1}{\omega C}}$, dengan $R_1, R_2, R_3, R_4, \omega, L$ dan C adalah riil, tunjukkanlah bahwa : $L = \frac{CR_2 R_3}{\omega^2 C^2 R_4^2 + 1}$

PROBLEM SET #2
DERET TAK HINGGA

1. Tentukanlah apakah deret-deret berikut konvergen atau divergen :

(i) $\sum_1^{\infty} \frac{n}{n+2}$

(ii) $\sum_1^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$

(iii) $\sum_1^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$

(iv) $\sum_0^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$

2. Tentukan daerah harga x agar deret : $\frac{x}{27} + \frac{x^2}{125} + \dots + \frac{xn}{(2n+1)^3} + \dots$ konvergen mutlak.

3. Buktikanlah bahwa deret :

$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$ divergen

dan deret

$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$ konvergen

4. Tentukanlah apakah deret-deret berikut konvergen atau divergen :

(i) $\sum \frac{1}{2n(2n+1)}$

(ii) $\sum \frac{1+3n^2}{1+n^2}$

(iii) $\sum \frac{n}{\sqrt{(4n^2+1)}}$

(iv) $\sum \frac{3n+1}{3n^2-2}$

5. Tunjukkan daerah harga x dimana deret tersebut konvergen :

$\frac{(x-2)}{1} + \frac{(x-2)^2}{2} + \frac{(x-2)^3}{3} + \dots + \frac{(x-2)^n}{n} + \dots$

PROBLEM SET #3
Sistem Persamaan Linier dan Matriks

1. Manakah persamaan berikut ini merupakan persamaan linier :

(a) $x_1 + 5x_2 - \sqrt{2}x_3 = 1$

(d) $x_1^{-2} + x_2 + 8x_3 = 5$

(b) $x_1 + 3x_2 + x_1x_3 = 2$

(e) $x_1^3 - 2x_2 + x_3 = 4$

(c) $x_1 = -7x_2 + 3x_3$

(f) $32x_1 - x_2 + 4x_3 = 7^2$

2. Selesaikan masing-masing sistem persamaan linier dibawah ini dengan menggunakan eliminasi Gauss-Jordan :

(a) $a + b + 2c = 8$

(b) $2x + 2y + 2z = 0$

$-a - 2b + 3c = 1$

$-2x + 5y + 2z = 1$

$3a - 7b + 4c = 10$

$8x + y + 4z = -1$

3. Tinjau matriks-matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Hitunglah yang berikut ini (jika mungkin) :

a. $2B - C$

b. $2C \cdot D$

c. $2B \cdot 2C$

d. $-3(C + 2D)$

4. Diketahui :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 8 & -3 & -5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & -7 & 6 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 1 & 7 & 4 \\ 3 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

$a = 4$ dan $b = -7$

Tunjukkan bahwa :

(a). $(A^T)^T = A$ (b). $(A + B)^T = A^T + B^T$ (c). $(aC)^T = aC^T$

5. Dengan menggunakan Operasi Baris Elementer carilah invers matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

PROBLEM SET #4
Determinan

1. Carilah semua nilai λ dimana $\det(A)=0$

(a). $\begin{bmatrix} \lambda-2 & 1 \\ -5 & \lambda+4 \end{bmatrix}$ (b). $\begin{bmatrix} \lambda-4 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 2 \\ 0 & 3 & \lambda-1 \end{bmatrix}$

2. Hitung determinan dari matriks yang diberikan dengan mereduksi matriks menjadi eselon baris tereduksi.

(a). $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & -9 & 6 & 3 \\ -1 & 2 & -6 & -2 \\ 2 & 8 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ (b). $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

3. Untuk nilai k berapakah, A tidak bisa dibalik :

(a). $A = \begin{bmatrix} k-3 & -2 \\ -2 & k-2 \end{bmatrix}$ (b). $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ k & 3 & 2 \end{bmatrix}$

4. Diketahui :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 6 & 7 & -1 \\ -3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

(a) Carilah semua minor A .

(b). Cari semua Kofaktornya.

5. Cari invers matriks berikut dengan menggunakan aturan Kofaktor dan aturan Cramer .

(a). $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ (b). $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}$

PROBLEM SET #5

Turunan Parsial

1. Carilah turunan parsial pertama fungsi yang diberikan terhadap tiap peubah bebasnya :
 - (a). $f(x, y) = y \cos(x^2 + y^2)$
 - (b). $f(r, \theta) = 3r^3 \cos 2\theta$
2. Jika $z = x^4 + 2x^2y + y^3$ dan $x = r \cos \theta$ dan $y = r \sin \theta$, tentukanlah $\frac{\partial z}{\partial r}$ dan $\frac{\partial z}{\partial \theta}$ dalam bentuknya yang paling sederhana.
3. Diketahui persamaan ellips sederhana : $f(x, y) = 0,25x^2 + y^2$, memiliki fungsi kendala/constraint $\phi(x, y) = 5 - x - y$, dengan menggunakan pengali La Grange tentukan x dan y maksimumnya.
4. Tentukan turunan parsial pertama dan kedua untuk fungsi-fungsi berikut :
 - a. $z = 4x^3 - 5xy^2 + 3y^3$
 - b. $z = \cos(2x + 3y)$

PROBLEM SET #6

Integral Lipat

1. Andaikan f berupa fungsi tangga dari Gambar 5, yakni andaikan

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y < 1 \\ 2 & 0 \leq x \leq 3, 1 \leq y < 2 \\ 3 & 0 \leq x \leq 3, 2 \leq y \leq 3 \end{cases}$$

Hitung: $\iint_R f(x, y) dA$ dengan $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3\}$

2. Hitung $\iiint_B x^2 yz dV$ dengan B adalah kotak

$$B = \{(x, y, z) : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, 1 \leq z \leq 2\}$$

3. Hitung Integral lipat : $\int_{-2}^5 \int_0^{3x} \int_y^{x+2} 4dzdydx$

4. Hitunglah integral-integral lipat berikut :

(a). $\int_{x=0}^a \int_{y=0}^{y_1} (x-y) dx dy$, dengan $y_1 = \sqrt{(a^2 - x^2)}$

(b). $\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{r=0}^{\cos \theta} r \sin \theta dr d\theta$.

(c). $\int_{\varphi=0}^{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{x=0}^r x^2 \sin \theta dx d\theta d\varphi$

5. Diketahui transformasi antara koordinat bola dan cartesius diberikan oleh $x = \rho \sin \phi \cos \theta$, $y = \rho \sin \phi \sin \theta$ dan $z = \rho \cos \phi$. Tunjukkan bahwa Jacobi untuk penggantian dari koordinat cartesius ke koordinat bola bernilai $\rho^2 \sin \phi$.

PR.4. Vektor-vektor dalam Ruang Berdimensi Dua dan Ruang Berdimensi Tiga

1. Anggap $\mathbf{u} = (-3, 1, 2)$, $\mathbf{v} = (4, 0, -8)$ dan $\mathbf{w} = (6, -1, -4)$. Cari komponen-komponen dari :
(a). $\mathbf{v} - \mathbf{w}$ (b) $6\mathbf{u} + 2\mathbf{v}$ (c) $-\mathbf{v} + \mathbf{u}$
(d). $5(\mathbf{v} - 4\mathbf{u})$ (e). $-3(\mathbf{v} - 8\mathbf{w})$ (f). $(2\mathbf{u} - 7\mathbf{w}) - (8\mathbf{v} + \mathbf{u})$
2. Anggap P adalah titik (2, 3, -2) dan Q titik (7, -4, 1)
(a). Cari titik tengah ruas garis yang menghubungkan P dan Q.
(b). Cari titik pada ruas garis yang menghubungkan P dan Q yang berada di tigaperempat jarak dari P ke Q.
3. Anggap $\mathbf{p} = (2, k)$ dan $\mathbf{q} = (3, 5)$. Cari k sedemikian sehingga :
(a). \mathbf{p} dan \mathbf{q} sejajar.
(b). \mathbf{p} dan \mathbf{q} orthogonal.
(c). sudut antara \mathbf{p} dan \mathbf{q} adalah $\pi/3$.
(d). sudut antara \mathbf{p} dan \mathbf{q} adalah $\pi/4$.
4. Cari semua vektor satuan dalam bidang yang dibentuk oleh $\mathbf{u} = (3, 0, 1)$ dan $\mathbf{v} = (1, -1, 1)$ yang tegak lurus dengan vektor $\mathbf{w} = (1, 2, 0)$.
5. (a). Cari persamaan parametrik untuk garis l yang melalui titik-titik P (2, 4, -1) dan Q (5, 0, 7).
(b). Dimanakah garis tersebut memotong bidang-xy.
6. Tentukan apakah bidang-bidang dibawah ini sejajar :
(a). $4x - y + 2z = 5$ dan $7x - 3y + 4z = 8$
(b). $x - 4y - 3z - 2 = 0$ dan $3x - 12y - 9z - 7 = 0$
(c). $2y = 8x - 4z + 5$ dan $x = \frac{1}{2}z + \frac{1}{4}y$
7. Cari jarak antara bidang-bidang sejajar berikut :
(a). $3x - 4y + z = 1$ dan $6x - 8y + 2z = 3$
(b). $-4x + y - 3z = 0$ dan $8x - 2y + 6z = 0$
(c). $2x - y + z = 1$ dan $2x - y + z = -1$

TUGAS 04. Persamaan Diferensial Biasa

1. Bentuklah persamaan diferensial dari fungsi :

(a). $y = A \sin x + B \cos x$

(b). $y = x + \frac{A}{x}$

(c). $y = Ax^2 + Bx$

2. Carilah penyelesaian dari persamaan diferensial orde satu dibawah ini :

(a). $x^2(y+1) + y^2(x-1)\frac{dy}{dx} = 0$

(b). $(2y-x)\frac{dy}{dx} = 2x+y$, jika diberikan $y=3$ bila $x=2$.

(c). $\frac{dy}{dx} + y \tan x = \sin x$

(d). $y(xy+1) + x(1+xy+x^2y^2)\frac{dy}{dx} = 0$, misalkan $y = \frac{v}{x}$

(e). $\frac{dy}{dx} + y \tan x = y^3 \sec^4 x$

3. Tentukan penyelesaian persamaan diferensial orde dua homogen berikut :

(a). $\frac{d^2y}{dx^2} - 12\frac{dy}{dx} + 36y = 0$

(b). $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 3y = 0$

(c). $2\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 3y = 0$

4. Tentukan penyelesaian persamaan diferensial orde dua tak homogen berikut :

(a). $\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 9y = 54x + 18$

(b). $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 2\cos^2 x$

(c). $\frac{d^2y}{dx^2} - 9y = e^{3x} + \sin 3x$

5. Dengan menggunakan operator D tentukan penyelesaian persamaan diferensial berikut :

(a). $\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 9y = 54x + 18$

(b). $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 2\cos^2 x$

(c). $\frac{d^2y}{dx^2} - 9y = e^{3x} + \sin 3x$

PR.6. Transformasi Laplace

1. Dengan menggunakan definisi : $L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$, tentukanlah Transformasi

Laplace dari :

(a). $f(t) = e^{at}$

(b). $f(t) = \sin at$

2. Tentukan Transformasi Laplace dari :

(a). $L\{5 \sin 2t - 3 \cos 2t\}$

(b). $L\{t^2 \sin 2t\}$

(c). $L\left\{\int_0^t \sin 2u du\right\}$

(d). $L\{3 \cos 3t\}$

3. Dengan menggunakan tabel Transformasi Laplace, carilah invers Transformasi Laplace dari fungsi berikut :

(a). $L^{-1}\left\{\frac{2s+3}{s^2-2s+5}\right\}$

(b). $L^{-1}\left\{\frac{2s^2-4}{(s-2)(s+1)(s-3)}\right\}$

(c). $L^{-1}\left\{\frac{3s+1}{(s-1)(s^2+1)}\right\}$

(d). $L^{-1}\left\{\frac{3s+9}{s^2+2s+10}\right\}$

4. Dengan menggunakan Transformasi Laplace Tentukan penyelesaian dari persamaan diferensial berikut :

(a). $y'' - 2y' + 2y = 0$

(b). $y'' - 3y' + 2y = 2e^{-t}$

(c). $y'' - 2y' - 3y = 0$ dengan syarat awal $y(0)=1$ dan $y'(0)=7$