

# BAB II

## LOGIKA FUZZY

### Kompetensi :

1. Mahasiswa dapat memahami konsep dasar Logika Fuzzy
2. Mampu memecahkan masalah rekayasa melalui pendekatan penalaran Mamdani dan Sugeno

### Sub Kompetensi :

1. Dapat merepresentasikan masalah melalui pendekatan himpunan fuzzy
2. Dapat menggunakan macam-macam fungsi keanggotaan (Membership Function)
3. Dapat memecahkan masalah dengan penalaran fuzzy metode mamdani
4. Dapat memecahkan masalah dengan penalaran fuzzy metode sugeno
5. Dapat membuat aturan fuzzy
6. Dapat menentukan metode defuzzyfikasi untuk tiap-tiap variabel solusi.

### II. 1. Logika Fuzzy

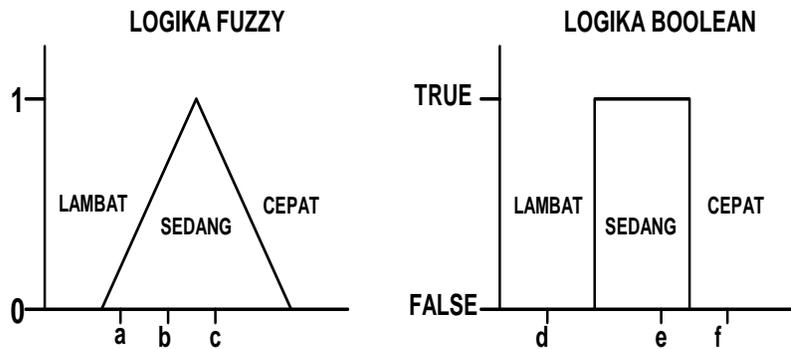
Logika *fuzzy* adalah cabang dari sistem kecerdasan buatan (*Artificial Intelegent*) yang mengemulasi kemampuan manusia dalam berfikir ke dalam bentuk algoritma yang kemudian dijalankan oleh mesin<sup>7</sup>. Algoritma ini digunakan dalam berbagai aplikasi pemrosesan data yang tidak dapat direpresentasikan dalam bentuk biner. Logika fuzzy menginterpretasikan statemen yang samar menjadi sebuah pengertian yang logis.

Logika *Fuzzy* pertama kali diperkenalkan oleh *Prof. Lotfi Zadeh* seorang kebangsaan Iran yang menjadi guru besar di *University of California at Berkeley* pada tahun 1965 dalam papernya yang monumental. Dalam paper tersebut dipaparkan ide dasar *fuzzy set* yang meliputi *inclusion, union, intersection, complement, relation* dan *convexity*. Pelopor aplikasi *fuzzy set* dalam bidang kontrol, yang merupakan aplikasi pertama dan utama dari *fuzzy set* adalah *Prof. Ebrahim Mamdani* dan kawan-kawan dari *Queen Mary College London*. Penerapan kontrol *fuzzy* secara nyata di industri banyak dipelopori para ahli dari Jepang, misalnya *Prof. Sugeno* dari *Tokyo Institute of Technology*, *Prof. Yamakawa* dari *Kyusu Institute of Technology*, *Togay* dan *Watanabe* dari *Bell Telephone Labs*.

### II.2. Himpunan Fuzzy

Himpunan *fuzzy* merupakan suatu pengembangan lebih lanjut tentang konsep himpunan dalam matematika. Himpunan *Fuzzy* adalah rentang nilai-nilai. Masing-masing nilai mempunyai derajat keanggotaan (*membership*) antara 0 sampai dengan 1. Ungkapan

logika *Boolean* menggambarkan nilai-nilai “benar” atau “salah”. Logika *fuzzy* menggunakan ungkapan misalnya : “sangat lambat”, “agak sedang”, “sangat cepat” dan lain-lain untuk mengungkapkan derajat intensitasnya. Ilustrasi antara keanggotaan *fuzzy* dengan *Boolean set* dapat dilihat pada gambar dibawah ini :



a=sangat lambat b=agak sedang c=sedikit cepat d= lambat e =sedang f =cepat

Gambar 1. Pendefinisian kecepatan dalam bentuk logika fuzzy dan logika Boolean

Logika *fuzzy* menggunakan satu set aturan untuk menggambarkan perilakunya. Aturan-aturan tersebut menggambarkan kondisi yang diharapkan dan hasil yang diinginkan dengan menggunakan *statemen IF... THEN*.

Suatu himpunan *fuzzy* A dalam semesta pembicaraan dinyatakan dengan fungsi keanggotaan (*membership function*)  $\mu_A$ , yang harganya berada dalam interval [0,1]. Secara matematika hal ini dinyatakan dengan :

$$\mu_A : U \rightarrow [0,1] \quad (2.1)$$

Himpunan *fuzzy* A dalam semesta pembicaraan U biasa dinyatakan sebagai sekumpulan pasangan elemen u ( u anggota U) dan besarnya derajat keanggotaan (*grade of membership*) elemen tersebut sebagai berikut :

$$A = \{(u, \mu_A(u)) / u \in U\} \quad (2.2)$$

Tanda ‘/’ digunakan untuk menghubungkan sebuah elemen dengan derajat keanggotaannya. Jika U adalah diskrit, maka A bisa dinyatakan dengan :

$$A = \mu_A(u_1)/u_1 + \dots + \mu_A(u_n)/u_n \quad \text{atau} \quad A = \sum_{i=1}^n \mu_A(u_i / u_i) \quad (2.3)$$

dan jika U adalah kontinyu, maka himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan :

$$A = \int_U \mu_A(u) / u \quad (2.4)$$

Tanda ‘+’, ‘ $\sum$ ’, dan ‘ $\int$ ’ menyatakan operator *union* (gabungan).

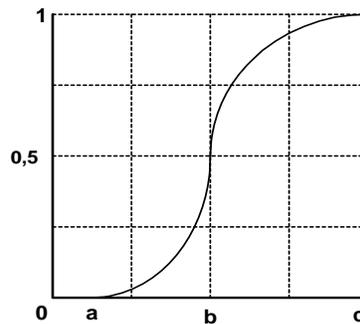
Penentuan keanggotaan suatu himpunan *fuzzy* tidak dibatasi oleh aturan-aturan tertentu. Contoh berikut ini adalah tiga macam keanggotaan yang dinyatakan dengan fungsi keanggotaan S,  $\pi$ , dan T (*triangular*).

a. *S-function*

Definisi *S-function* adalah sebagai berikut :

$$S(u; a, b, c) = \begin{cases} 0 & u < a \\ 2\left(\frac{u-a}{c-a}\right) & a \leq u \leq b \\ 1 - 2\left(\frac{u-a}{c-a}\right) & b \leq u \leq c \\ 1 & u > c \end{cases} \quad (2.5)$$

Bentuk diagramatik dari *S-function* ditunjukkan pada gambar 2



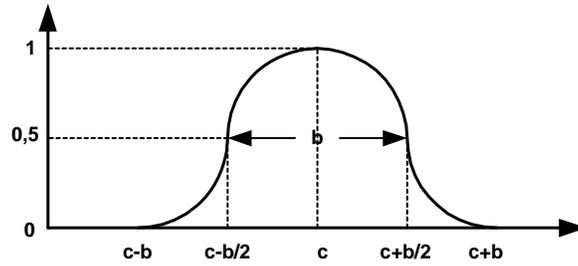
Gambar 2. *S-function*

b.  $\pi$ -*function*

Definisi  $\pi$ -*function* adalah sebagai berikut :

$$\pi(u; b, c) = \begin{cases} S\left(u; c-b, c-\frac{b}{2}, c\right) & u \leq c \\ 1 - S\left(u; c, c+\frac{b}{2}, c+b\right) & u \geq c \end{cases} \quad (2.6)$$

Bentuk diagramatik  $\pi$ -*function* ditunjukkan pada gambar 3.



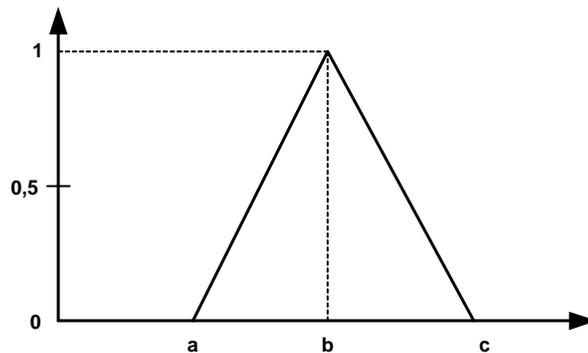
Gambar 3.  $\pi$ -function

c. T-function

T-function didefinisikan sebagai berikut :

$$T(u; a, b, c) = \begin{cases} 0 & u < a \\ \frac{u-a}{b-a} & a \leq u \leq b \\ \frac{c-u}{c-b} & b \leq u \leq c \\ 0 & u > c \end{cases} \quad (2.7)$$

Bentuk diagramatik T-function ditunjukkan pada gambar 4



Gambar 4. T-function

### II.3. Variabel Linguistik

Suatu himpunan *fuzzy* bisa didefinisikan berdasarkan variabel linguistik tertentu. Variabel linguistik didefinisikan sebagai :

$$(u, T(u), U, R, S) \quad (2.8)$$

dengan  $U$  adalah nama variabel linguistik;  $T(u)$  adalah himpunan *term* (*linguistic value/linguistic label*) pada  $u$  dan masing-masing *term* didefinisikan dengan fungsi keanggotaan yang normal (mempunyai harga maksimum sama dengan 1) dan *convex* pada  $U$ ;  $R$  adalah aturan sintatik untuk menghasilkan nama nilai-nilai pada  $u$ ; dan  $S$  adalah aturan sematik untuk menghubungkan tiap nilai dengan artinya.

## II.4. Fuzzyfikasi

Proses fuzzyfikasi merupakan proses untuk mengubah variabel *non fuzzy* (variabel numerik) menjadi variabel *fuzzy* (variabel linguistik). Nilai masukan-masukan yang masih dalam bentuk variabel numerik yang telah dikuantisasi sebelum diolah oleh pengendali *fuzzy* harus diubah terlebih dahulu ke dalam variabel *fuzzy*. Melalui fungsi keanggotaan yang telah disusun maka nilai-nilai masukan tersebut menjadi informasi *fuzzy* yang berguna nantinya untuk proses pengolahan secara *fuzzy* pula. Proses ini disebut fuzzyfikasi.

Dengan kata lain fuzzyfikasi merupakan pemetaan titik-titik numerik (*crisp point*)  $\underline{x} = (x^1, \dots, x^n)^T \in U$  ke himpunan fuzzy  $A$  di  $U$ .  $U$  adalah semesta pembicaraan. Paling tidak ada dua kemungkinan pemetaan, yaitu :

- Fuzzyfikasi *singleton*:  $A$  adalah *fuzzy singleton* dengan support  $\underline{x}$ , artinya  $\mu_A(x') = 1$  untuk  $\underline{x}' = \underline{x}$  dan  $\mu_A(x') = 0$  untuk  $\underline{x}' \in U$  yang lain dengan  $\underline{x}' = \underline{x}$ .
- Fuzzyfikasi *nonsingleton* :  $\mu_A(\underline{x}) = 1$  dan  $\mu_A(x')$  menurun dari 1 sebagaimana  $\underline{x}'$  bergerak menjauh dari  $\underline{x}$ .

Sejauh ini yang paling banyak digunakan adalah fuzzyfikasi *singleton*, tetapi pemakaian *nonsingleton* juga telah dirintis terutama untuk masukan-masukan yang banyak dimasuki oleh derau (*noise*).

## II.5. Inferencing (Rule Base)

Pada umumnya, aturan-aturan *fuzzy* dinyatakan dalam bentuk “*IF...THEN*” yang merupakan inti dari relasi *fuzzy*. Relasi *fuzzy*, dinyatakan dengan  $R$ , juga disebut implikasi *fuzzy*. Untuk mendapatkan aturan “*IF...THEN*” ada dua cara utama :

1. Menanyakan ke operator manusia yang dengan cara manual telah mampu mengendalikan sistem tersebut, dikenal dengan “*human expert*”.
2. Dengan menggunakan algoritma pelatihan berdasarkan data-data masukan dan keluaran.

Dalam penalaran logika *fuzzy*, ada dua tipe utama untuk pengambilan keputusan *fuzzy* yaitu : *Generalized Modus Ponens (GMP)* dan *Generalized Modus Tolens (GMT)*. *GMP* disebut juga dengan *direct reasoning*, sedangkan *GMT* disebut juga *indirect reasoning*.

Jika himpunan *fuzzy* dinotasikan dengan  $A, A', B, B'$  dan variabel linguistik dinotasikan dengan  $x$  dan  $y$ , maka *GMP* dan *GMT* dapat dinyatakan sebagai berikut :

*Generalized Modus Ponens (GMP) :*

Pernyataan 1 (aturan) : if  $x$  is  $A$  then  $y$  is  $B$

Pernyataan 2 (fakta) :  $x$  is  $A'$

Penyelesaian :  $y$  is  $A'$

Dalam hal ini penyelesaian  $B'$  dapat dinotasikan dengan :

$$B' = A' \circ R$$

Dengan  $R$  adalah relasi *fuzzy* dari implikasi *fuzzy* 'if  $A$  then  $B$ ', tanda  $\circ$  adalah operator komposisi, dan  $A'$  adalah himpunan *fuzzy* yang mempunyai bentuk : sangat  $A$ , lebih atau kurang  $A$ , tidak  $A$  dan sebagainya.

*Generalized Modus Tolens (GMT) :*

Pernyataan 1 (aturan) : if  $x$  is  $A$  then  $y$  is  $B$

Pernyataan 2 (fakta) :  $x$  is  $B'$

Penyelesaian :  $y$  is  $A'$

Dalam hal ini penyelesaian  $B'$  dapat dinotasikan dengan :

$$A' = R \circ B'$$

## II.6. Defuzzifikasi

Keputusan yang dihasilkan dari proses penalaran masih dalam bentuk *fuzzy*, yaitu berupa derajat keanggotaan keluaran. Hasil ini harus diubah kembali menjadi variabel numerik *non fuzzy* melalui proses defuzzifikasi.

### II.6. 1. Model Defuzzifikasi Metode MAMDANI

Dua metode defuzzifikasi metode yang umum digunakan ialah :

#### 1. Maksimum of Mean (MOM)

Metode ini didefinisikan sebagai :

$$v_o = \sum_{j=1}^j \frac{v_j}{J} \quad (2.9)$$

$$v_j = v \mu_v(v) \quad (2.10)$$

$v_o$  : nilai keluaran

$J$  : jumlah harga maksimum

$v_j$  : nilai keluaran maksimum ke- $j$

$\mu_v(v)$  : derajat keanggotaan elemen-elemen pada fuzzy set  $v$

$v$  : semesta pembicaraan

## 2. Centre of Area (COA)

Metode ini didefinisikan sebagai :

$$v_o = \frac{\sum_{k=1}^m v_k \mu_k(v_k)}{\sum_{k=1}^m \mu_k(v_k)} \quad (2.11)$$

$v_o$  : nilai keluaran

$m$  : tingkat kuantisasi

$v_k$  : elemen ke- $k$

$\mu_k(v_k)$  : derajat keanggotaan elemen-elemen pada fuzzy set  $v$

$v$  : semesta pembicaraan

### II.6.2. Model Defuzzifikasi Metode SUGENO

Penalaran *fuzzy* dengan metode SUGENO hampir sama dengan penalaran MAMDANI, hanya saja output sistem tidak berupa himpunan *fuzzy*, melainkan berupa konstanta atau persamaan linier. Metode ini diperkenalkan oleh Takagi-Sugeno Kang pada tahun 1985.

Secara umum model *fuzzy* SUGENO terdiri dari dua jenis :

1. Model *fuzzy* SUGENO orde-nol :

IF input1 = x dan input2 = y, THEN Outputnya adalah z = k.

2. Model *fuzzy* SUGENO orde-satu :

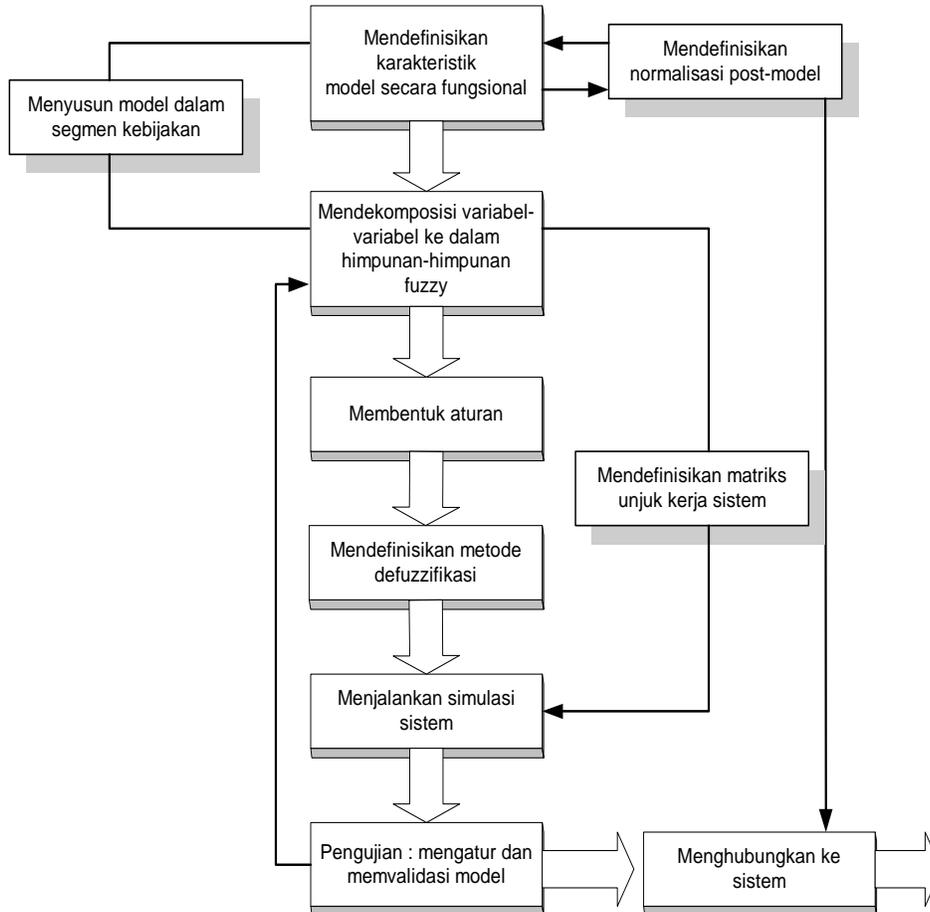
IF input1 = x dan input2 = y, THEN Outputnya adalah z = ax+by+c

Defuzzifikasi dilakukan dengan cara mencari rata-ratanya (*weight average/wtaver*) :

$$\text{Final Output} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i z_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (2.12)$$

## II.7. Metodologi Desain Sistem *Fuzzy*

Secara garis besar untuk perancangan suatu sistem fuzzy perlu dilakukan beberapa tahapan yaitu :



Gambar 5. Metodologi pengembangan sistem fuzzy

## DAFTAR PUSTAKA

1. Jan Jantzen, (1998), Tutorial On Fuzzy Logic, Denmark, Technical University of Denmark, Department of Automation,
2. Khaled Hammouda and Prof. Fakhreddine Karray, (1996), A Comparative Study of Data Clustering Techniques, Canada , Department of Systems Design EngineeringUniversity of Waterloo.
3. Sri Kusumadewi, (2002), Analisis dan Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Toolbox Matlab, Yogyakarta, Graha Ilmu.
4. www. Mathworks.com, (2004), Fuzzy Logic Toolbox User's Guide Version 2, The MathWork Inc.