

II KINEMATIKA PARTIKEL

Kompetensi yang akan diperoleh setelah mempelajari bab ini adalah pemahaman dan kemampuan menganalisis serta mengaplikasikan konsep kinematika partikel pada kehidupan sehari-hari maupun pada bidang teknologi. Materi fisika yang dipelajari dalam bab ini meliputi: jarak dan perpindahan, kelajuan dan kecepatan, percepatan, gerak dalam bidang datar, gerak jatuh bebas, gerak benda dilempar vertikal ke atas, gerak benda dilempar vertikal ke bawah, gerak peluru, gerak melingkar beraturan, dan gerak relatif.

Setelah mempelajari bab kinematika partikel, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Membedakan pengertian jarak dan perpindahan
2. Membedakan pengertian kelajuan dan kecepatan
3. Menjelaskan pengertian percepatan
4. Menjelaskan konsep dan prinsip pada gerak jatuh bebas
5. Menjelaskan konsep dan prinsip pada gerak vertikal
6. Menjelaskan konsep dan prinsip pada gerak peluru
7. Menjelaskan konsep dan prinsip pada gerak melingkar beraturan
8. Menjelaskan konsep dan prinsip pada gerak relatif
9. Menjelaskan pengertian sudut tempuh
10. Menjelaskan pengertian kecepatan sudut
11. Menjelaskan pengertian percepatan sudut
12. Memecahkan soal-soal sederhana tentang kinematika partikel

2.1 Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering melihat benda yang sedang bergerak. Banyak aspek fisika yang dapat digali dari keadaan gerak benda tersebut. Bagian gerak benda disebut *mekanika*. Mekanika terbagi menjadi dua yaitu kinematika dan dinamika. *Kinematika* mempelajari gerak benda, baik benda yang bergerak translasi maupun rotasi. Gerak benda tersebut dianalisis tanpa memperhitungkan gaya penyebab gerak benda atau pengaruh lingkungan terhadap gerak benda, sedangkan *dinamika* mempelajari gerak benda disertai analisis mengenai gaya penyebab gerak benda tersebut.

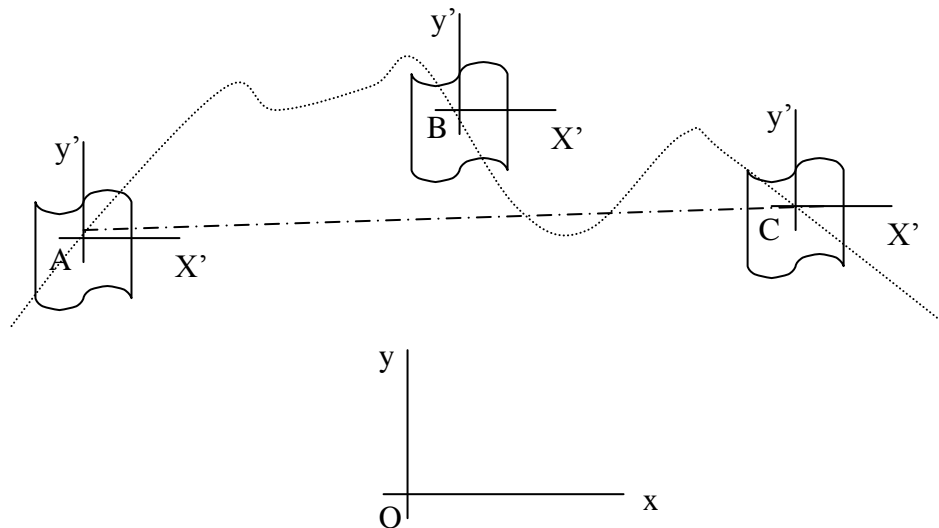
Sebuah benda dapat diperlakukan seperti partikel jika benda itu dianggap sebagai benda titik tanpa ukuran, sehingga efek rotasi dan vibrasi yang terjadi pada partikel tidak diperhitungkan. Walaupun benda itu berukuran cukup besar, misalnya mobil, tetapi ukuran mobil juga dapat diabaikan jika kita bandingkan dengan ukuran alam semesta. Gerak mobil dapat dipandang sebagai gerak partikel asalkan setiap titik pada mobil mengalami pergerakan yang serupa, sehingga gerak mobil secara keseluruhan dapat diwakili oleh gerak salah satu titik dalam mobil itu.

2.2 kinematika Translasi

Seringkali orang menafsirkan bahwa sebuah benda dikatakan bergerak translasi jika lintasan yang ditempuh benda itu berupa garis lurus. Benda masih dikatakan bergerak translasi walaupun lintasannya tidak berupa garis lurus jika sumbu-sumbu kerangka acuan yang melekat pada benda, misalnya sumbu koordinat x' dan y' , selalu sejajar dengan kerangka acuan benda (sumbu koordinat x dan y), seperti ditunjukkan pada gambar 2.1. Gambar tersebut memperlihatkan bahwa benda bergerak dari A ke B ke C melalui lintasan yang tidak berupa garis lurus. Benda tetap dikatakan bergerak translasi karena setiap titik pada benda mengalami pergeseran yang sama dengan titik lainnya.

2.2.1. Jarak dan Perpindahan

Panjang lintasan dari A ke B ke C \overline{ABC} pada gambar 2.1 disebut jarak yang ditempuh benda. Posisi akhir benda dihitung dari posisi awalnya \overline{AC} disebut perpindahan. Karena jarak tidak mempedulikan bentuk dan arah lintasan yang ditempuh benda, jarak merupakan besaran skalar. Berbeda halnya dengan jarak, perpindahan harus memperhatikan posisi benda. Perubahan posisi itu harus ditunjukkan dengan arah terhadap posisi awalnya, sehingga perpindahan merupakan besaran vektor. Ada beberapa lambang/notasi untuk menyatakan jarak dan perpindahan, yaitu x , s , r , atau d . Satuan dari jarak dan perpindahan adalah sama, yaitu meter (SI), dan feet atau inchi (BG).



Gambar 2.1 Gerak translasi sebuah benda

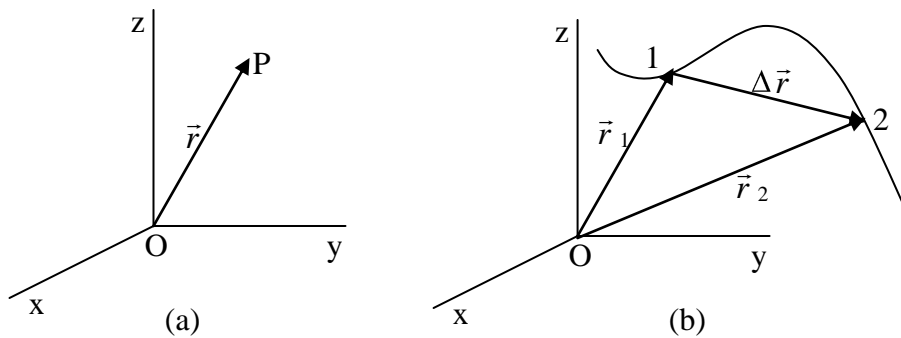
Letak sebuah benda/partikel, dalam hal ini dinyatakan dengan P, dalam ruang dinyatakan oleh vektor posisi \vec{r} . Vektor posisi \vec{r} merupakan sebuah vektor yang pangkalnya berada pada titik acuan (titik O) dan ujungnya berada pada partikel tersebut (gambar 2.2). Vektor posisi \vec{r} dapat dituliskan dalam komponen-komponennya,

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad (2.1)$$

Jika partikel itu bergerak, katakanlah dari titik A sampai titik C pada gambar 2.1, maka posisinya terhadap titik acuan akan berubah. Perubahan posisi ini bergantung pada waktu, sehingga vektor posisi \vec{r} merupakan fungsi terhadap waktu, demikian juga dengan komponen-komponennya,

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k} \quad (2.2)$$

Vektor posisi dan perubahan vektor posisi terhadap waktu dari gambar 2.1, dapat digambarkan seperti pada gambar 2.2.



Gambar 2.2 Posisi dan perpindahan

Pada saat t_1 partikel berada pada titik 1 dengan vektor posisi $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$ dan pada saat t_2 partikel berada pada titik 2 dengan vektor posisi $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$. Perpindahan partikel dalam selang waktu t_1 dan t_2 dinyatakan sebuah vektor $\Delta \vec{r}$ dari titik 1 ke titik 2 (gambar 2.2b). Huruf Yunani Δ (delta), menunjukkan perubahan besaran yang dihitung dengan cara mengurangkan nilai awal dari nilai akhir. Dengan aljabar vektor, dapat dituliskan bahwa vektor perpindahan adalah,

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k} \quad (2.3)$$

2.2.2 Kelajuan dan Kecepatan

kelajuan adalah besar/nilai dari kecepatan. Karena kelajuan adalah besaran skalar, dalam hubungannya dengan jarak dan perpindahan, *kelajuan juga dapat didefinisikan sebagai jarak yang ditempuh benda tiap satuan waktu*. Kelajuan dan kecepatan memiliki satuan yang sama, yaitu meter/sekon (SI) atau feet/sekon (BG). Notasi yang digunakan untuk menyatakan kelajuan adalah $|\vec{v}|$ atau v , sedangkan notasi untuk kecepatan adalah \vec{v} .

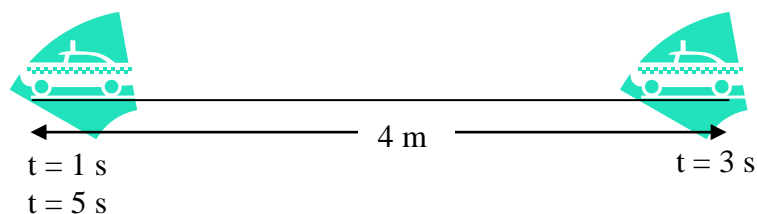
Kelajuan Tetap dan Kecepatan Tetap

Suatu benda dikatakan mempunyai kelajuan tetap jika dalam selang waktu yang sama bergerak dengan jarak yang sama. Benda dikatakan mempunyai kecepatan tetap jika dalam selang waktu yang sama bergerak dengan perpindahan serta arah yang sama. Benda dikatakan memiliki kecepatan yang tidak tetap meskipun perpindahan yang ditempuhnya sama jika arah gerak benda tersebut tidak sama.

Contoh 2.1

Pada saat $t = 1$ s benda mulai bergerak ke arah timur dan berada pada jarak 0 m dari sebuah titik acuan. Pada saat $t = 3$ s, benda tersebut telah berada pada jarak 4 m dari titik acuan. Tiba-tiba pada saat $t = 3$ s itu juga benda berbalik arah ke tempatnya semula (arah barat) dan mencapai titik acuan pada $t = 5$ s.

- Berapakah kelajuan dan kecepatan benda dihitung dari $t = 1$ s sampai $t = 2$ s?
- Apakah kelajuan dan kecepatan benda itu tetap? Jelaskan!



Gambar 2.3 kelajuan dan kecepatan benda

Jawab:

(a) Dari definisi, kita dapat mencari kelajuan dan kecepatan sebagai berikut:

* pada saat benda bergerak ke timur ($t = 1\text{ s}$ sampai $t = 3\text{ s}$):

$$\text{laju} = \frac{\text{jarak}}{\text{selangwaktu}} = \frac{0 + 4}{3 - 1} = 2\text{ m/s}$$

$$\text{kecepatan} = \frac{\text{perpindahan}}{\text{selangwaktu}} = \frac{4 - 0}{3 - 1} = 2\text{ m/s}$$

* pada saat benda sedang bergerak ke barat ($t = 3\text{ s}$ sampai $t = 5\text{ s}$)

$$\text{laju} = \frac{\text{jarak}}{\text{selangwaktu}} = \frac{4 + 0}{5 - 3} = 2\text{ m/s}$$

$$\text{kecepatan} = \frac{\text{perpindahan}}{\text{selangwaktu}} = \frac{0 - 4}{3 - 1} = -2\text{ m/s}$$

(b). Dari jawaban (a), kita dapat melihat bahwa jarak yang ditempuh benda itu ketika bergerak ke timur maupun ke barat memiliki angka yang sama untuk selang waktu yang sama, yaitu 2 m untuk setiap 1 s, sehingga kelajuan benda itu adalah tetap. Sedangkan kecepatan yang dimiliki benda itu tidak tetap, karena walaupun memiliki nilai yang sama tetapi arahnya berlawanan (ditunjukkan dengan tanda negatif).

Kecepatan Rata-rata dan Kelajuan Rata-rata

Perhatikan kembali gerak yang dilakukan oleh sebuah partikel pada gambar 2.2b! Pada saat t_1 , partikel berada pada titik 1 dan dinyatakan dengan vektor posisi \vec{r}_1 . Pada saat t_2 , partikel berada pada titik 2 dan dinyatakan dengan vektor posisi \vec{r}_2 . Vektor perpindahan yang menyatakan perubahan posisi benda dinyatakan dengan $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, sedangkan selang waktu dinyatakan dengan $\Delta t = t_2 - t_1$. Laju perubahan perpindahan terhadap selang waktu menyatakan sebuah kecepatan rata-rata,

$$\vec{v}_{rt} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\text{perpindahan (vektor)}}{\text{selangwaktu (skalar)}} \quad (2.4)$$

Kecepatan rata-rata tidak menceritakan keadaan di antara titik 1 dan titik 2, baik tentang lintasannya, bentuk gerakannya, arahnya, dan sebagainya. Kecepatan rata-rata hanya membahas tentang waktu total dan perpindahan total yang ditempuh oleh partikel. Sebagai ilustrasi, jika panjang perpindahan dari kota Bandung ke Jakarta adalah 160 km dan ditempuh oleh sebuah mobil dalam waktu 3 jam, maka kecepatan rata-rata mobil itu adalah $160/3 = 60$ km/h. Ini tidak berarti bahwa kecepatan mobil itu setiap saat adalah 60 km/h (kecepatan tetap). Mungkin saja mobil itu kadang-kadang bergerak dengan kecepatan yang lebih besar atau lebih kecil dari 60 km/h atau mungkin juga kadang-kadang berhenti.

Untuk membedakan antara kecepatan rata-rata dan kelajuan rata-rata, perhatikan kembali contoh 2.1. Kita dapat menghitung kecepatan rata-rata dari mobil dalam selang waktu dari $t = 1$ s sampai $t = 5$ s sebesar $v_{rt} = \text{perpindahan}/\Delta t = 0/4 = 0$ m/s. Sedangkan kelajuan rata-ratanya adalah $\text{jarak}/\Delta t = 8/4 = 2$ m/s. Dengan demikian, terlihat bahwa kelajuan rata-rata tidak selalu sama dengan kecepatan rata-rata. Atau dengan kata lain, kelajuan rata-rata bukanlah besar dari kecepatan rata-rata.

Kecepatan Sesaat dan Kelajuan Sesaat

Untuk mendapatkan gambaran yang lebih rinci mengenai gerak partikel setiap saat, kita harus meninjaunya dalam selang waktu yang lebih kecil. Makin kecil selang waktu yang ditinjau makin teliti gambaran gerak partikel yang diperoleh. Meskipun vektor perpindahan dan selang waktu sangat kecil, tetapi hasil pembagian di antara keduanya tidaklah kecil. Arah kecepatan sesaat yang diperoleh dari pembagian kedua besaran yang sama-sama berharga kecil sama dengan arah vektor perpindahan, yaitu menyinggung lintasan partikel.

Kecepatan sesaat menggambarkan keadaan gerak benda baik kelajuannya (nilai kecepatan) maupun arahnya pada suatu saat tertentu. Kecepatan sesaat hanya berlaku pada satu titik, tidak pada titik lainnya. Jika kecepatan pada titik-titik lainnya berharga sama dengan satu titik itu, maka kecepatan benda dikatakan

konstan. Meskipun perpindahan dan selang waktu sangat kecil, tetapi hasil pembagian di antara keduanya tidaklah kecil.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d \vec{x}}{dt} \quad (2.5)$$

Dari persamaan (2.5) kita dapat mendefinisikan *kecepatan sesaat sebagai limit dari kecepatan rata-rata untuk selang waktu mendekati nol; kecepatan sesaat sama dengan perubahan sesaat dari posisi terhadap selang waktu.*

Kita mengasumsikan bahwa Δt adalah selalu positif, sehingga v mempunyai tanda aljabar yang sesuai dengan perpindahan Δx . Jika sumbu x dipilih positif ke kanan, maka nilai positif dari v menunjukkan bahwa x bertambah besar dan mengarah ke kanan, sedangkan nilai negatif dari v menunjukkan bahwa x berkurang dan gerakan mengarah ke kiri.

Contoh 2.2.

Sebuah mobil bergerak dengan perubahan koordinat setiap selang waktu mengikuti persamaan $x = 20 + 5 t^2$ (dengan x dalam meter dan t dalam sekon; dalam hal ini angka 20 tidak memiliki satuan sedangkan angka 5 memiliki satuan meter/sekon², agar dimensi persamaan dalam ruas kiri dan kanan menjadi konsisten). Hitunglah perpindahan mobil dalam selang waktu antara $t_1 = 1$ s dan $t_2 = 2$ s. (b). Hitunglah kecepatan rata-rata mobil dalam selang waktu yang sama, (c) Hitunglah kecepatan sesaat mobil pada $t = 1$ s, dengan mengambil selang waktu yang kecil, misal $\Delta t = 0,01$ s dan $\Delta t = 0,001$ s, (d) Hitunglah kecepatan sesaat yang diperoleh dari turunan perpindahan (x) terhadap waktu (t) pada $t = 1$ s.

Jawab:

a). Pada $t_1 = 1$ s, posisi mobil berada pada $x_1 = 20 + 5 (1)^2 = 25$ m.

Pada $t_2 = 2$ s, posisi mobil berada pada $x_2 = 20 + 5 (2)^2 = 40$ m

Perpindahan dalam selang waktu t_1 dan t_2 adalah :

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 40 - 25 = 15 \text{ m}$$

b). Kecepatan rata-rata selama selang waktu t_1 dan t_2 adalah :

$$\vec{v}_r = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15}{2-1} = 15 \text{ m/s}$$

c) Dengan mengambil $t_1 = 1$ dan $t_2 = 1,01$, dan memasukkannya ke dalam persamaan : $x = 20 + 5 t^2$, didapatkan:

$$x_1 = 20 + 5 \times (1)^2 = 25 \text{ m}$$

$$x_2 = 20 + 5 \times (1,01)^2 = 25,1005 \text{ m}$$

maka :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d \vec{x}}{dt} = \frac{25,1005 - 25}{0,01} = 10,05 \text{ m/s}$$

2.2.3 Percepatan

Benda dikatakan mengalami percepatan jika selama geraknya terjadi perubahan kecepatan, baik besar maupun arahnya. Percepatan menunjukkan ukuran cepat-lambatnya perubahan kecepatan. Jika perubahan kecepatan tiap satuan waktu dari suatu benda yang bergerak adalah sama, benda dikatakan memiliki percepatan konstan. Jika perubahannya tidak sama, kita dapat menggambarkan keadaan gerak benda dengan percepatan rata-rata. Percepatan adalah besaran vektor, sebab diturunkan dari kecepatan yang juga merupakan besaran vektor. Satuan dari percepatan adalah satuan kecepatan dibagi satuan waktu, yaitu ms^{-2} (SI) atau fts^{-2} (BG).

Percepatan Rata-rata

Sama halnya dengan kecepatan rata-rata, percepatan rata-rata dari suatu partikel yang bergerak tidak menceritakan keadaan gerak di antara dua tempat yang diamati. Percepatan rata-rata tidak menceritakan keadaan kecepatan yang mungkin berubah secara tidak beraturan di antara dua tempat itu, baik besar, lintasan, maupun arahnya. Percepatan rata-rata hanya meninjau keadaan

perubahan kecepatan total dan selang waktu total. Percepatan rata-rata didefinisikan sebagai:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v} \text{ (vektor)}}{\Delta t \text{ (skalar)}} \quad (2.8)$$

Percepatan dikatakan konstan jika $\Delta \vec{v} / \Delta t$ adalah konstan untuk setiap pengukuran.

Percepatan sesaat

Percepatan sesaat adalah percepatan benda pada suatu saat tertentu atau pada titik tertentu. Percepatan sesaat dapat diperoleh dengan analogi yang sama seperti pada kecepatan sesaat dan didefinisikan sebagai:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d \vec{v}}{dt} \quad (2.9)$$

Arah percepatan sesaat adalah arah limit dari vektor perubahan kecepatan, $\Delta \vec{v}$. Percepatan sesaat memegang peranan penting dibandingkan dengan percepatan rata-rata dalam mekanika. Oleh karena itu, yang dimaksud dengan percepatan dalam pembahasan selanjutnya adalah percepatan sesaat.

2.2.4 Persamaan-persamaan Kinematis untuk Gerak Lurus

Bagian berikut ini membahas persamaan-persamaan kinematis untuk gerak lurus, yang dianalisis untuk gerak satu dimensi (dalam arah sumbu-x saja) dan untuk percepatan a_x yang konstan. Gerak lurus dua dimensi akan dibahas secara khusus pada gerak lengkung, khususnya gerak peluru.

Tabel 2.1 Persamaan kinematis untuk gerak lurus

Nomor persamaan	Persamaan
(2.12)	$v_x = v_{0x} + a_x t$
(2.16)	$x = x_o + v_{ox} t + \frac{1}{2} a_x t^2$
(2.17)	$v_x^2 = v_{x_o}^2 + 2a_x(x - x_o)$

Contoh 2.3:

Sebuah balok akan dipotong dengan menggunakan gergaji pita yang mempunyai kecepatan potong 0,2 m/s. Dalam waktu 5 sekon, gergaji tersebut dipercepat sehingga kecepatan potongnya menjadi 0,25 m/s. Hitunglah: (a) percepatan yang dialami oleh gergaji, (b) panjang balok yang dapat dipotong dalam waktu 5 sekon!

Jawab:

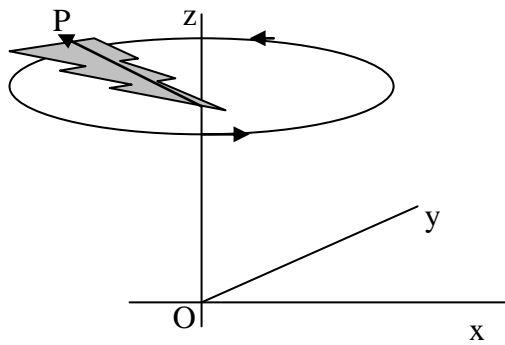
$$(a) \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{0,25 - 0,2}{5} = 0,01 \text{ ms}^{-2}$$

(b) dengan menggunakan pers.2.12, dengan $X_o=0$, maka panjang balok yang dapat dipotong adalah:

$$X = X_o + v_{0x}t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 0,2(5) + \frac{1}{2}(0,01)(5^2) = 1,125 \text{ m}$$

2.3 Kinematika Rotasi

Berbeda halnya dengan gerak translasi, partikel benda harus mengalami pergeseran yang sama dengan partikel lain dalam benda itu dalam selang waktu yang sama. Pada gerak rotasi terdapat salah satu bagian benda yang tidak bergerak (berputar) terhadap kerangka acuan yang melekat pada benda, yaitu partikel yang terletak pada sumbu rotasi. Keadaan ini dapat diilustrasikan pada gambar 2.6 di bawah ini:



Gambar 2.6 Gerak rotasi benda tegar

Gambar 2.6 memperlihatkan gerak rotasi suatu benda tegar mengelilingi sebuah sumbu tetap, yaitu sumbu z. Sebuah benda dikatakan bergerak rotasi murni jika setiap partikel benda menempuh sudut yang sama untuk setiap selang waktu yang sama. Setiap partikel dalam benda itu harus membentuk lintasan lingkaran yang pusatnya terletak pada sebuah garis lurus yang disebut sumbu rotasi (sumbu z). Gerak rotasi sebuah benda dapat dipelajari dengan mengamati salah satu partikel benda (misalnya partikel P).

Variabel Kinematika Rotasi

Rotasi sebuah partikel mengelilingi sebuah sumbu tetap memiliki keseuaian dengan gerak translasi partikel sepanjang arah yang tetap. Penurunan persamaan untuk gerak rotasi adalah identik dengan penurunan persamaan untuk gerak translasi. Di bawah ini diberikan tabel gerak translasi dan gerak rotasi.

Tabel 2.2 Persamaan Gerak Translasi dan Rotasi

No.Persamaan	Gerak Translasi (arah tetap)	Gerak Rotasi (sumbu tetap)
(2.17)	$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
(2.18)	$X = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
(2.19)	$v^2 = v_0^2 + 2aX$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

2.4 Penerapan Kinematika

Konsep kinematika biasanya diterapkan pada gerak benda. Gerak dibedakan berdasarkan lintasannya dan percepatannya. Gerak yang dibedakan atas percepatannya terbagi menjadi dua, yaitu gerak lurus beraturan ($\Delta v = 0$, $a = 0$) dan gerak lurus berubah beraturan ($\Delta v \neq 0$, $a = \text{konstan}$). Gerak yang dibedakan atas lintasannya adalah gerak lurus, gerak lengkung, dan gerak melingkar.

2.4.1 Gerak Lurus

Gerak lurus beraturan (GLB)

Gerak lurus beraturan adalah gerak benda dalam bidang datar (satu dimensi) dengan kecepatan konstan. Karena kecepatannya konstan, maka percepatan benda itu adalah nol ($a = 0$). Persamaan untuk gerak lurus beraturan dapat diperoleh dari pers. 2-12 sampai 2.18,

$$v_x = v_{0x} + a_x t \longrightarrow v_x = v_{0x} \text{ (kecepatan konstan)}$$

$$X = X_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a t^2 \longrightarrow X = X_0 + v_0 t$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2ax \quad \left(X - X_0 \right) \longrightarrow v_x = v_{0x}$$

Dari empat persamaan kinematika partikel, tinggal satu persamaan yang berlaku untuk gerak lurus beraturan, yaitu:

$$X = X_0 + v_0 t \tag{2.23}$$

Gerak lurus berubah beraturan (GLBB)

Sebuah benda dikatakan bergerak lurus berubah beraturan jika perubahan kecepatan benda adalah sama untuk selang waktu yang sama. Dikatakan bahwa kelajuan perubahan kecepatan benda itu adalah konstan. Karena kelajuan perubahan kecepatannya konstan, gerak lurus berubah beraturan memiliki percepatan yang konstan pula. Persamaan gerak lurus berubah beraturan untuk

benda yang bergerak dalam bidang datar horizontal, misalnya bergerak sepanjang sumbu-x, adalah persamaan yang dituliskan dalam tabel 2.1:

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$X = X_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2ax \quad (X - X_0)$$

Contoh-contoh untuk benda yang bergerak lurus berubah beraturan dalam arah 1 dimensi (1D) adalah gerak jatuh bebas, gerak benda dilempar vertikal ke bawah, dan gerak benda dilempar vertikal ke atas, sedangkan contoh gerak lurus berubah beraturan dalam arah 2 dimensi (2D) adalah gerak peluru dan gerak melingkar beraturan. Kelima contoh gerak tersebut akan dibahas pada bagian berikut ini.

Gerak Jatuh Bebas (GJB)

Contoh gerak dengan percepatan (hampir) konstan adalah gerak benda jatuh ke bumi, yang sering disebut gerak jatuh bebas. Percepatan yang dialami oleh gerak jatuh bebas adalah percepatan gravitasi bumi, yang besarnya di dekat permukaan bumi kira-kira $32,2 \text{ ft/s}^2$ atau $9,81 \text{ m/s}^2$ dan arahnya menuju ke pusat bumi. Gerak jatuh bebas adalah gerak dengan kecepatan awal sama dengan nol dan dengan mengabaikan gesekan udara serta perubahan kecil percepatan gravitasi bumi terhadap ketinggian. Persamaan-persamaan yang berlaku untuk gerak jatuh bebas adalah:

$$V_t = gt \tag{2.26}$$

$$V_t^2 = 2gy \tag{2.27}$$

$$y = \frac{1}{2} gt^2 \tag{2.28}$$

dengan $V_0 = 0$, $y_0 = 0$, $a = g$ (percepatan benda searah dengan percepatan gravitasi bumi), dan sumbu y positif dipilih ke bawah.

Gerak Benda Dilempar Vertikal ke Bawah (GVB)

Kasus gerak benda dilempar vertikal ke bawah sama seperti kasus GJB, tetapi dengan kecepatan awal tertentu. Benda akan tiba di tanah dengan kecepatan yang lebih besar dari kecepatan awal karena mendapatkan pengaruh percepatan gravitasi bumi. Persamaan-persamaan yang berlaku untuk GVB adalah:

$$V_t = V_0 + gt \quad (2.29)$$

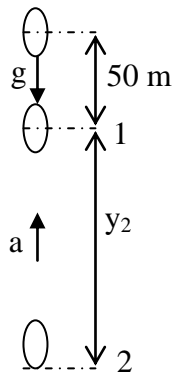
$$V_t^2 = V_0^2 + 2gy \quad (2.30)$$

$$y = V_0t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (2.31)$$

Contoh 2.4:

Setelah menjatuhkan diri dari pesawat, seorang penerjun payung meluncur turun sejauh 50 m tanpa gesekan. Setelah parasut terbuka, ia diperlambat ke bawah karena mendapat gesekan udara yang bekerja pada payung sebesar 2 m/s^2 dan tiba di tanah dengan kelajuan 3 m/s. (a) berapa lama penerjun berada di udara? (b) dari ketinggian berapa ia terjun?

Jawab:



Ada dua keadaan yang dialami penerjun payung. Pertama: keadaan gerak jatuh bebas tanpa gesekan sejauh 50m, dan kedua: keadaan gerak vertikal ke bawah dengan gesekan dan perlambatan 2 m/s^2 .

* Waktu yang diperlukan penerjun payung untuk menempuh perpindahan sejauh 50 m dapat dicari dengan persamaan 2.23,

$$V_{t1} = gt_1 \text{ atau } t_1 = V_{t1}/g \dots\dots\dots (a),$$

tetapi V_{t1} belum diketahui, dan kita dapat menghitungnya dari persamaan 2.24,

$$V_{t1}^2 = 2gy_1 \text{ dengan } y_1 = 50\text{m, yang memberikan,}$$

$$V_{t1} = 31,3 \text{ m/s} \dots\dots\dots (b)$$

Dengan mensubstitusikan angka ini pada pers. (a), didapatkan,

$$t_1 = v_{t1}/g = 31,3/9,8 = 3,19 \text{ s} \dots\dots\dots (c)$$

* Waktu yang diperlukan penerjun payung untuk sampai di tanah dari titik1, dapat dicari dengan persamaan 2.26 dengan pengurangan pada percepatan gravitasi,

$$V_{t2} = V_{02} - at_2, \text{ dengan } V_{02} = V_{t1} \text{ dan } V_{t2} = 3 \text{ m/s, sehingga:}$$

$$t_2 = (V_{02} - V_{t2})/a = (31,3 - 3)/2 = 14,15 \text{ s,}$$

(a) Dengan demikian, waktu yang diperlukan oleh penerjun payung selama di udara adalah: $t = t_1 + t_2 = 3,19 + 14,15 = 17,34 \text{ s.}$

(b) Penerjun payung jatuh dari ketinggian $y = y_1 + y_2$, dengan y_2 dapat dicari dari persamaan 2.27,

Gerak Benda Dilempar Vertikal ke Atas (GVA)

Jika benda dilempar vertikal ke atas dengan kecepatan awal tertentu (V_0), maka sewaktu bergerak naik, benda mengalami percepatan gravitasi yang arahnya berlawanan dengan arah gerak ($-g$). Kecepatan benda semakin ke atas semakin berkurang, dan saat mencapai titik tertinggi, benda akan berhenti sesaat ($V_t = 0$), kemudian benda akan berbalik arah kembali ke bawah. Persamaan-persamaan untuk GVA sama dengan persamaan-persamaan untuk GVB, tetapi dengan g bertanda negatif.

$$V_t = V_0 - gt \tag{2.32}$$

$$V_t^2 = V_0^2 - 2gy \tag{2.33}$$

$$y = V_0t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{2.34}$$

Waktu yang diperlukan benda untuk mencapai tinggi maksimum (ketika $V_t = 0$), dapat diperoleh dengan mensubstitusikan V_t pada persamaan (2.3), sehingga:

$$t = V_0/g \tag{2.35}$$

Tinggi maksimum yang dapat dicapai benda:

$$y_{maks} = V_0^2/2g \tag{2.36}$$

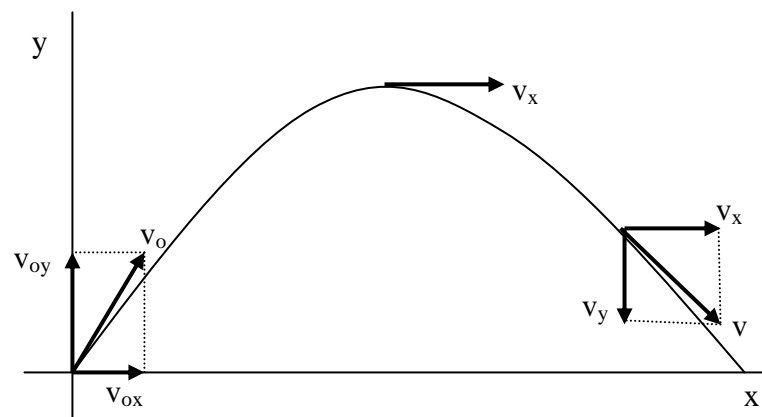
2.4.2 Gerak Lengkung

Gerak Peluru

Salah satu contoh gerak lengkung adalah gerakan sebuah benda yang dilemparkan miring ke udara dengan sudut tertentu (lebih kecil dari 90°). Contoh yang paling umum adalah gerakan sebuah peluru ketika ditembakkan ke udara. Dari contoh inilah gerak miring ke udara sering disebut sebagai gerak peluru. Gerak peluru adalah gerak dua dimensi dari partikel yang dilemparkan miring ke udara, yang lintasannya berbentuk parabola. Gesekan udara dalam gerak ini diabaikan.

Untuk menyatakan gerak peluru, dipilih sebuah sumbu koordinat dengan sumbu y positif vertikal ke atas, dan sumbu x positif horizontal ke kanan. Ketika peluru mulai ditembakkan, pada saat $t = 0$, peluru berada pada posisi $(0,0)$.

Persamaan gerak peluru dapat ditentukan dari persamaan gerak lurus, dengan syarat $a_y = -g$, dan $a_x = 0$. Karena gerak peluru adalah gerak dua dimensi, maka untuk memudahkan analisa vektor kecepatan harus diuraikan ke dalam komponen x dan komponen y. Kecepatan pada sumbu-x adalah kecepatan konstan, karena pada arah ini tidak bekerja percepatan gravitasi bumi. Arah dari percepatan gravitasi bumi adalah sejajar sumbu-y, sehingga kecepatan dalam arah sumbu y mengikuti persamaan gerak vertikal ke atas.



Gambar 2.10 Gerak peluru

Kecepatan awal peluru pada sumbu x dan sumbu y dapat diuraikan secara geometri seperti terlihat pada gambar 2.9.

$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ dan $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$, sehingga kecepatan pada sembarang waktu untuk gerak peluru pada sumbu-x dan sumbu-y adalah:

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (2.37)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2.38)$$

Untuk mengetahui posisi peluru sembarang waktu, kita dapat menggunakan persamaan gerak lurus beraturan untuk sumbu-x dan persamaan GVA untuk posisi pada sumbu-y.

$$x = v_0 \cos \alpha t \quad (2.39)$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - 1/2gt^2 \quad (2.40)$$

Dengan mengeliminasi t dari persamaan 2.36, kemudian mensubstitusikannya ke dalam persamaan 2.37, bentuk lintasan gerak peluru dapat diketahui.

Dari persamaan 2.36 didapatkan bahwa $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$. Jika t disubstitusikan ke

dalam persamaan 2.31, diperoleh:

$$y = tg \alpha x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 \quad (2.41)$$

Persamaan 2.38 berbentuk $y = ax - bx^2$, dengan $a = tg \alpha$ dan $b = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$.

Bentuk persamaan seperti ini adalah persamaan parabola, sehingga lintasan gerak peluru adalah berbentuk parabola.

Tinggi maksimum yang dapat dicapai oleh sebuah peluru dapat ditentukan dengan memasukkan syarat $V_y = 0$ pada persamaan 2.35, sehingga didapatkan

$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$. Dengan mensubstitusikan t ke dalam persamaan 2.36, didapatkan:

$$y_{maks} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (2.42)$$

Jarak maksimum untuk sebuah gerak peluru dapat dicari dengan syarat bahwa $y=0$ untuk jarak maksimum, sehingga dengan memasukkan syarat itu pada persamaan

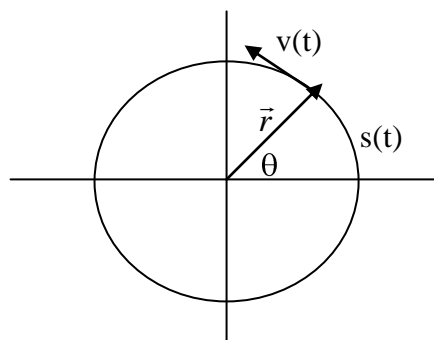
2.37 akan didapatkan: $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. Jika t disubstitusikan ke dalam persamaan

2.38, maka jarak maksimum dari sebuah gerak peluru adalah:

$$x_{maks} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (2.43)$$

Gerak Melingkar Beraturan

Contoh penggunaan kinematika rotasi adalah pada gerak melingkar. Gerak melingkar merupakan gerak dua dimensi dengan lintasan benda berbentuk lingkaran. Posisi benda setiap saat pada gerak melingkar beraturan dapat dilihat pada gambar 2.11 berikut ini:



Gambar 2.11 Gerak melingkar

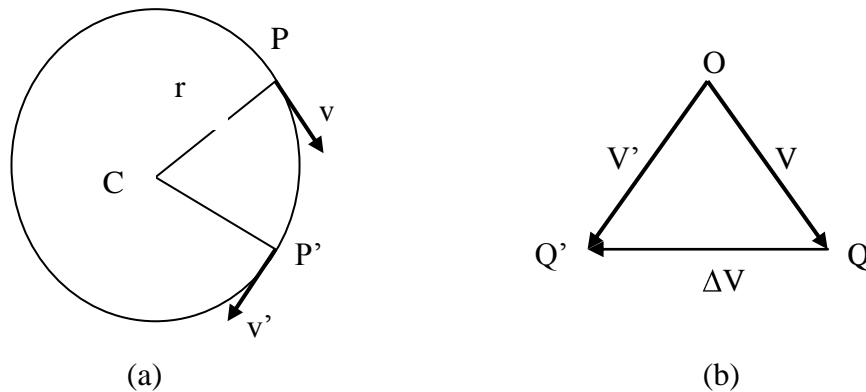
Dari gambar 2.11 terlihat bahwa besar vektor posisi \vec{r} adalah jari-jari lingkaran (R), sehingga posisi benda untuk setiap saat yang dinyatakan dalam komponennya adalah:

$$\vec{r}(t) = R \cos \theta(t) \hat{i} + R \sin \theta(t) \hat{j} \quad (2.44)$$

dengan $\theta(t)$ adalah sudut yang dibuat oleh vektor posisi benda dengan sumbu x.

Kecepatan benda setiap saat diberikan oleh,

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = -R \sin \theta(t) \frac{d\theta}{dt} \hat{i} + R \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \hat{j} \quad (2.45)$$



Gambar 2.12 Gerak melingkar beraturan

Benda dikatakan melakukan gerak melingkar beraturan jika kelajuan linier partikel pada sembarang waktu adalah tetap. Walaupun kelajuan partikel itu tetap, kecepatan liniernya adalah tidak tetap. Sebab, pada gerak melingkar arah kecepatan linier berubah terus-menerus di sepanjang lingkaran. Arah dari kecepatan linier itu adalah menyinggung lingkaran. Jika kecepatan linier itu tidak tetap, maka partikel yang bergerak melingkar beraturan akan memiliki percepatan.

Misalnya P adalah posisi partikel pada saat t , dan vektor kecepatan dinyatakan dengan \vec{v} . Sedangkan P' adalah posisi partikel pada saat $t + \Delta t$ dengan vektor

kecepatan dinyatakan oleh \vec{v} . Perubahan vektor kecepatan adalah $\Delta\vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$, dengan arah ke dalam, kira-kira mengarah ke pusat lingkaran (gambar b). Hal ini menyatakan bahwa arah percepatan dari gerak melingkar beraturan adalah ke pusat lingkaran. Besar dari percepatan gerak melingkar beraturan adalah:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} \quad (2.46)$$

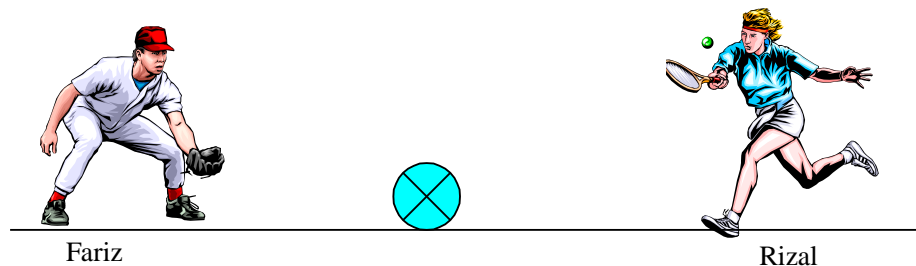
Karena arah percepatan menuju ke pusat lingkaran, maka percepatan ini disebut sebagai percepatan radial atau sentripetal. Untuk kelajuan gerak melingkar yang tidak tetap, didapatkan percepatan yang arahnya menyinggung lingkaran dengan besar:

$$a_T = r\alpha \quad (2.47)$$

yang disebut juga percepatan tangensial, dengan α adalah percepatan sudut.

Latihan soal:

2.1



Fariz dan Rizal berlari ke arah yang berlawanan untuk memperebutkan bola. Fariz berlari dari barat ke timur dengan kelajuan 5 m/s, sedangkan Rizal berlari dari timur ke barat dengan kelajuan 4 m/s. Jika jarak Fariz dan Rizal 18 m dan keduanya mencapai bola dalam waktu yang bersamaan, (a) berapakah waktu yang diperlukan oleh Fariz dan Rizal agar keduanya bertemu? (b) berapakah jarak bola tersebut dari Rizal?

- 2.2. Sebuah benda dilemparkan vertikal ke bawah dari sebuah hotel dengan kecepatan awal v_0 . Berapa jauh di bawah jendela hotel jika kecepatan benda menjadi dua kali kecepatan semula?
- 2.3. Sebuah balon udara naik secara vertikal dengan kecepatan 12 m/s. Ketika tingginya mencapai 80m di atas tanah, sebuah paket dijatuhkan. Berapa lama waktu yang dibutuhkan paket untuk mencapai tanah?
- 2.4. Sebuah pesawat pem-bom menukik dengan sudut 53° terhadap vertikal dan melepaskan bom pada ketinggian 730 m. Lima detik setelah dilepaskan, bom tiba di tanah dan meledak. (a) berapakah kelajuan pesawat pem-bom tersebut? (b). berapakah jarak horisonatl yang ditempuh bom selama ia melayang di udara? (c). berapakah komponen horizontal dan komponen vertikal bom sesaat sebelum menyentuh tanah?
- 2.5. Bulan berputar mengelilingi bumi dengan waktu 27,3 hari untuk setiap putaran penuh. Jika dianggap orbitnya berbentuk lingkaran dengan jari-jari 239.000 mil, berapakah besar percepatan bulan ke arah bumi?