

# VI BENDA TEGAR

Kompetensi yang ingin dicapai setelah mempelajari bab ini adalah kemampuan memahami, menganalisis dan mengaplikasikan konsep-konsep dinamika partikel pada kehidupan sehari-hari ataupun pada bidang teknologi. Materi fisika yang dipelajari dalam bab ini meliputi momentum sudut benda tegar, momen inersia, usaha dan energi kinetik rotasi, momen gaya, pusat berat, kopel, dan keseimbangan benda tegar.

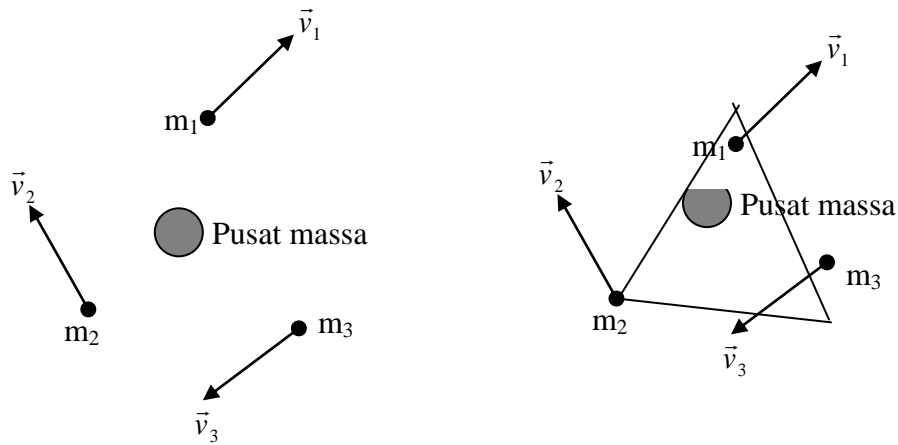
Setelah mengikuti perkuliahan benda tegar dan gerak menggelinding, mahasiswa dapat:

1. menjelaskan pengertian momen inersia
2. menentukan momen inersia benda yang bentuknya tidak beraturan
3. Menjelaskan pengertian energi kinetik rotasi
4. Menurunkan persamaan energi kinetik rotasi
5. menjelaskan pengertian momen gaya
6. menjelaskan pengertian pusat berat
7. menentukan letak pusat berat benda yang bentuknya tidak beraturan
8. Menjelaskan prinsip gerak menggelinding
9. menjelaskan prinsip-prinsip yang berlaku pada keseimbangan benda tegar
10. memecahkan soal-soal sederhana tentang momentum dan keseimbangan benda tegar.

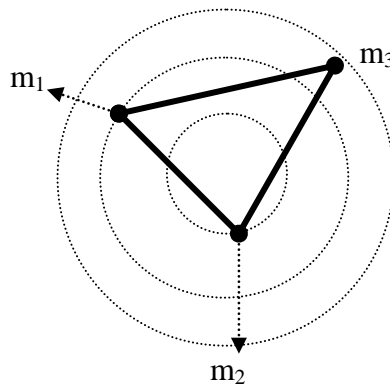
## 6.1. Pendahuluan

Benda tegar adalah sistem partikel jamak. Dalam benda tegar, jarak antarpartikel adalah tetap, walaupun setiap partikel bergerak sendiri-sendiri.

Sistem tiga partikel yang dihubungkan dengan batang-batang kaku membentuk benda tegar. Gerak umum dari benda tegar ini dapat diuraikan menjadi gerak pusat massa (dijelaskan dalam bab IV) dan gerak setiap partikel relatif terhadap pusat massa. Karena gerak setiap partikel adalah tetap, maka partikel harus membuat gerak melingkar dengan pusat massa sebagai pusat lingkaran, dengan kecepatan sudut yang sama untuk setiap partikel.



Gambar 6.1 Sistem tiga partikel



Gambar 6.2 Gerak relatif partikel dalam benda kaku berupa lingkaran

Untuk membahas benda tegar, perlu diingatkan besaran-besaran kinematika rotasi, seperti tertulis di bawah ini:

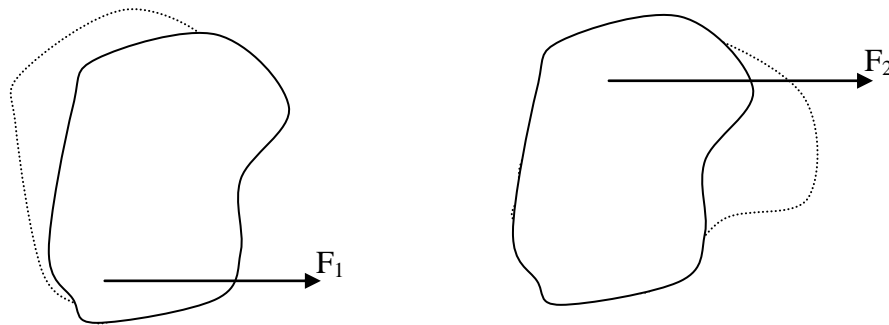
$$v = \omega \times r = \omega r \sin \theta \tag{6.1}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (6.2)$$

dengan  $v$  = kecepatan tangensial benda yang bergerak rotasi (dalam  $\text{m.s}^{-1}$ ),  
 $\omega$  = kecepatan sudut benda yang bergerak rotasi (dalam  $\text{rad.s}^{-1}$ ),  
 $r$  = jari-jari lingkaran benda yang bergerak rotasi (dalam  $\text{m}$ ),  
 $\theta$  = sudut antara  $\omega$  dan  $r$ .  
 $\alpha$  = percepatan sudut benda yang bergerak rotasi (dalam  $\text{rad.s}^{-2}$ ),

## 6.2 Momen Gaya

Gaya yang bekerja pada benda akan menimbulkan suatu efek gerakan. Besar dan arah efek yang ditimbulkan oleh gaya pada suatu benda bergantung pada letak garis kerja gaya tersebut. Contohnya adalah pada gambar 6.2. Gaya  $F_1$  akan menimbulkan gerakan rotasi berlawanan dengan arah putaran jarum jam, dan gerakan translasi ke kanan. Adapun gaya  $F_2$  akan menimbulkan gerakan rotasi searah dengan putaran jarum jam, dan gerakan translasi ke kanan.



Gambar 6.2 Efek gerakan yang dilakukan gaya pada benda

Untuk kedua kasus di atas, kita dapat melihat bahwa di samping memiliki kecenderungan untuk menggerakkan benda searah dengan arah garis kerjanya, gaya juga memiliki kecenderungan untuk memutar (merotasikan) benda terhadap suatu sumbu. Kecenderungan merotasikan benda ini disebut sebagai momen dari gaya tersebut. Arah rotasi benda bergantung pada jarak titik tangkap gaya itu bekerja terhadap suatu sumbu, atau yang lebih dikenal dengan sebutan titik acuan. Hal terpenting untuk mempelajari

gerak rotasi benda adalah memilih titik acuan. Jarak tegak lurus dari titik acuan ke garis kerja gaya disebut lengan momen. Hasil kali antara lengan momen dengan gaya disebut momen gaya atau torque (dibaca: torka). Secara matematis momen sebuah gaya dituliskan sebagai:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = rF \sin \theta \quad (6.14)$$

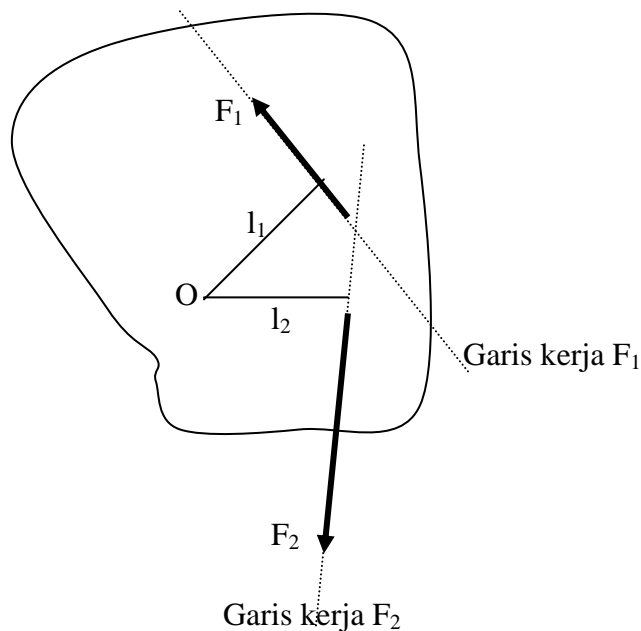
dengan  $\theta$  adalah sudut antara  $r$  dan  $F$  dan  $r \sin \theta$  adalah lengan momen.

Efek yang ditimbulkan oleh  $F_1$  dan  $F_2$  pada gambar 6.3 adalah gerak rotasi. Untuk membedakan efek ini kita buat perjanjian bahwa momen ( $\tau$ ) yang searah jarum jam dianggap positif, dan yang berlawanan dengan arah jarum jam dianggap negatif. Dengan demikian:

$$\tau_1 = +F_1 l_1 \quad (6.15)$$

$$\tau_2 = -F_2 l_2 \quad (6.16)$$

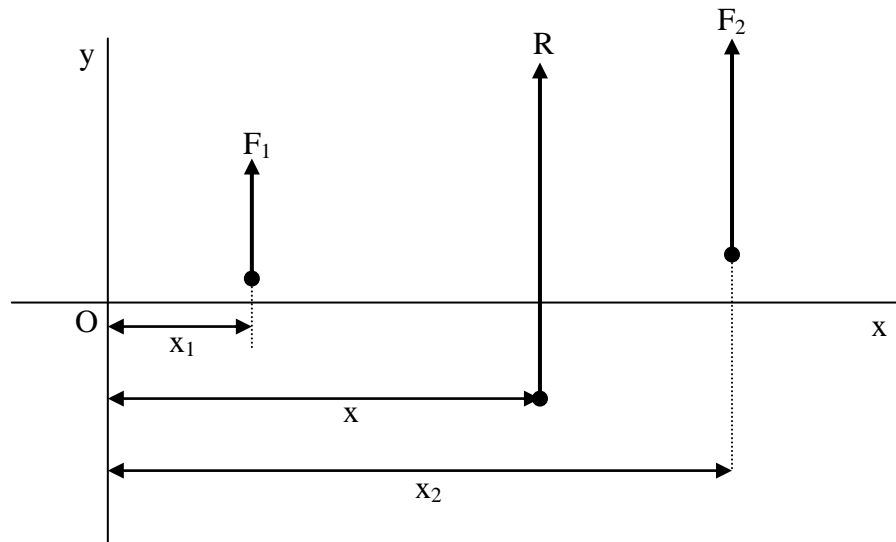
momen gaya mempunyai satuan Nm atau lbft.



Gambar 6. 3 Momen sebuah gaya terhadap suatu sumbu

### 6.3 Resultan Gaya Sejajar

Arah resultan dari sekumpulan gaya yang sejajar satu sama lain, sama dengan arah semua gaya itu, dan besarnya sama dengan penjumlahan skalar dari semua besar gaya. Garis kerja resultan gaya tersebut dapat dicari berdasarkan syarat bahwa momen resultan (melalui sumbu sembarangan) harus sama dengan penjumlahan momen setiap gaya. Perhatikan gambar 6.7 berikut ini:



Gambar 6.7 Vektor resultan R dari gaya paralel  $F_1$  dan  $F_2$

Resultan gaya:  $R = \Sigma F_y = F_1 + F_2$

Resultan momen terhadap sumbu O:  $\Sigma \tau_0 = -x_1F_1 - x_2F_2$

Jumlah momen setiap gaya:  $-Rx = -(F_1 + F_2)x$

Karena resultan momen harus sama dengan jumlah momen setiap gaya, maka:

$-x_1F_1 - x_2F_2 = -(F_1 + F_2)x$ ; atau

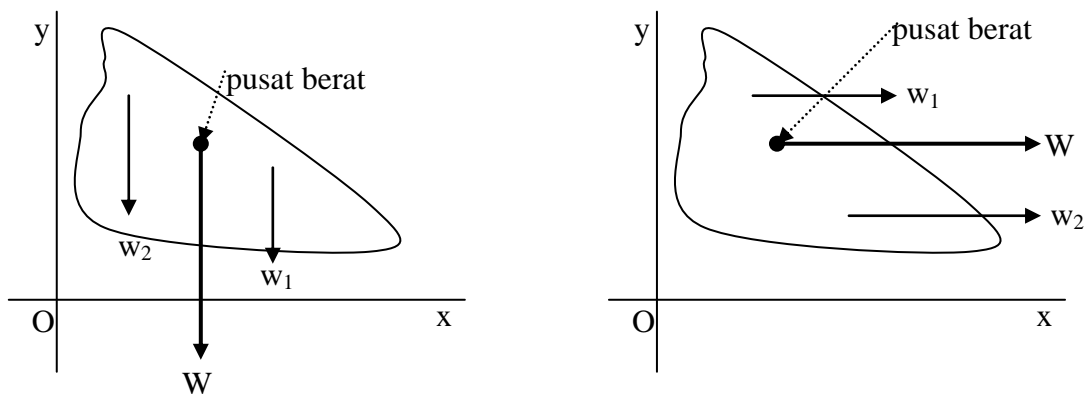
$$x = \frac{x_1F_1 + x_2F_2}{F_1 + F_2}$$

Secara umum, untuk menentukan jarak sumbu ke garis kerja resultan gaya-gaya sejajar, dapat dituliskan sebagai berikut:

$$x = \frac{\Sigma F_i x_i}{\Sigma F_i} = \frac{x_1F_1 + x_2F_2 + \dots}{F_1 + F_2 + \dots} \quad (6.18)$$

## 6.4 Pusat Berat

Berat suatu benda adalah gaya tunggal yang merupakan resultan dari gaya tarik bumi pada setiap partikel benda. Arah gaya setiap partikel adalah menuju ke pusat bumi, tetapi karena jarak setiap partikel terhadap pusat hanya berbeda sedikit antara satu dengan lainnya, maka gaya-gaya tersebut dianggap sejajar satu dengan lainnya.



Gambar 6.8 Berat benda  $W$  merupakan resultan dari sejumlah gaya paralel. Garis kerja  $W$  selalu melewati pusat berat

Gambar 6.8 memperlihatkan sebuah benda tipis yang terletak pada bidang  $x$ - $y$ . Jika benda itu terdiri atas sejumlah partikel yang beratnya  $W_1$ ,  $W_2$ , dst., dan terletak pada koordinat  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ , dst., maka berat total dari benda  $W$  adalah:

$$W = W_1 + W_2 + \dots = \sum W_i \quad (6.19)$$

Koordinat  $x$  dari garis kerja  $W$  adalah:

$$x = \frac{\sum W_i x_i}{\sum W_i} = \frac{x_1 W_1 + x_2 W_2 + \dots}{W_1 + W_2 + \dots} \quad (6.20)$$

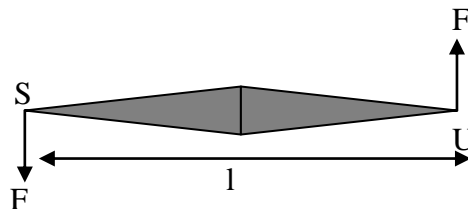
Jika benda serta salib sumbu kita putar  $90^\circ$  searah dengan putaran jarum jam, atau misalnya gaya gravitasi kita putar berlawanan dengan arah putaran jarum jam, seperti pada gambar 6.8b, berat total  $W$  tidak akan berubah, dan koordinat  $y$  dari garis kerjanya adalah:

$$y = \frac{\sum W_i y_i}{\sum W_i} = \frac{y_1 W_1 + y_2 W_2 + \dots}{W_1 + W_2 + \dots}$$

Titik perpotongan garis kerja  $W$  pada gambar 6.8a dan 6.8b, yang mempunyai koordinat  $(x,y)$  dinamakan pusat berat benda itu. Dengan meninjau sembarang letak benda, dapatlah ditunjukkan bahwa garis kerja  $W$  senantiasa melalui pusat berat. Pusat berat benda homogen terletak pada sumbu simetrinya. Contoh soal untuk menentukan letak pusat berat suatu benda dapat dilihat pada bab Impuls dan Momentum tentang Gerak Pusat Masa.

#### 6.4 Kopel

Sering terjadi bahwa sejumlah gaya yang bekerja pada suatu benda menjadi dua gaya yang sama besar dan berlawanan arahnya. Garis-garis kerjanya sejajar tetapi tidak berimpit. Pasangan gaya demikian disebut kopel. Sebuah contoh umum adalah gaya pada jarum kompas di alam medan magnet bumi.

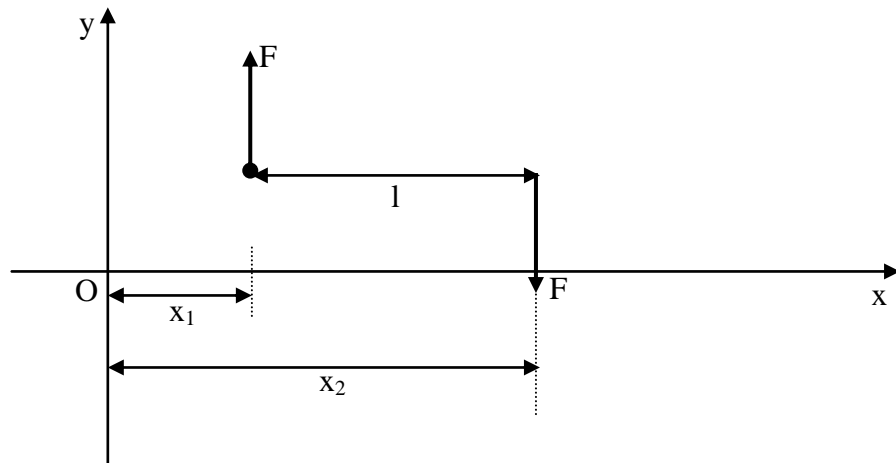


Gambar 6.9 Gaya-gaya yang bekerja pada kedua kutub jarum kompas

Gambar 6.9 memperlihatkan sebuah kopel yang terdiri atas dua buah gaya, masing-masing besarnya  $F$ , terpisah oleh jarak tegak lurus  $l$ . Resultan gaya  $R$  dari gaya-gaya itu adalah:

$$R = F - F = 0$$

Karena resultan gaya  $R$  adalah nol, berarti kopel tidak menimbulkan gerak translasi, tetapi efeknya menimbulkan gerak rotasi. Perhatikan gambar 6.10 berikut ini:



Gambar 6.10 Dua gaya sama besar tapi berlawanan arah dan garis kerja yang tidak sama

Momen resultan terhadap sembarang titik  $O$  adalah:

$$\Sigma \tau_o = -x_1 F - x_2 F = -x_1 F + (x_1 + l) F = l F$$

Dengan demikian, momen kopel terhadap semua titik dalam bidang, sama besarnya dengan hasil kali besar salah satu gaya dengan jarak tegak lurus antara garis-garis kerjanya. Sebuah kopel tidak akan berubah selama besar dan arah vektornya tidak berubah. Dengan demikian, sebuah kopel tidak akan berubah walaupun  $f$  dan  $l$  berubah, selama hasil perkalian antara  $F$  dan  $l$  tetap sama. Demikian juga halnya bila letak gaya-gayanya berubah tetapi tetap bekerja pada bidang yang sejajar, suatu kopel tak akan berubah.

## 6.8 Keseimbangan Benda Tegar

### 6.8.1. Syarat Keseimbangan

Sebuah benda dikatakan berada dalam keadaan seimbang translasi jika resultan gaya yang bekerja padanya sama dengan nol, baik pada sumbu- $x$ , sumbu- $y$ , maupun pada sumbu- $z$ . Benda berada dalam keadaan seimbang rotasi jika resultan momen yang bekerja padanya sama dengan nol. Dengan demikian, terdapat dua syarat yang



diperlukan agar benda berada dalam keseimbangan, yang dapat dituliskan dalam persamaan:

$$\Sigma F = 0; \Sigma \tau = 0 \quad (6.17a)$$

Kedua syarat di atas merupakan kondisi yang diperlukan untuk memecahkan persoalan benda dalam keadaan keseimbangan. Untuk memecahkan persoalan keseimbangan, kita akan menggunakan konsep gaya, momen gaya, kopel, dan resultan gaya sejajar seperti yang telah dibahas pada bagian sebelumnya. Walaupun hampir semua benda memiliki sifat tiga dimensi (berada dalam kondisi yang diuraikan dalam sumbu-x, sumbu-y, maupun sumbu-z), namun banyak diantaranya yang dapat diperlakukan sebagai benda dua dimensi apabila gaya-gaya yang bekerja padanya bekerja pada sebuah bidang (bidang x-y, x-z, atau y-z) atau dapat diproyeksikan ke dalam sebuah bidang. Jika gaya-gaya tersebut tidak bisa diproyeksikan ke dalam sebuah bidang, maka mau tidak mau kita harus menyelesaikan persoalan keseimbangan tersebut dalam tiga dimensi, dengan menguraikan keseimbangan translasi sebagai:

$$\Sigma F_x = 0; \Sigma F_y = 0; \Sigma F_z = 0 \quad (6.17b)$$

---

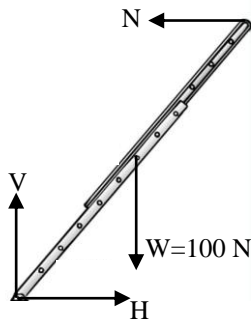
### Contoh soal 6.5

Sebuah tangga dengan panjang 10 m dan berat 100 N tersandar pada dinding vertikal licin dan ditahan oleh sebuah engsel pada lantai sehingga tangga membentuk sudut  $50^\circ$  terhadap lantai. Carilah: (a) besar gaya normal pada tangga akibat dinding vertikal! (b) besar gaya vertikal pada tangga akibat engsel! (c) besar gaya horizontal pada tangga akibat engsel!

#### Jawab:

Untuk menyelesaikan persoalan keseimbangan ini, terapkan langkah-langkah seperti yang telah diuraikan di atas!

- Benda yang akan dianalisis kondisi keseimbangannya adalah tangga, sehingga dinding vertikal, lantai, dan engsel tidak perlu kita gambarkan keadaan gayanya.
- Diagram benda bebas untuk tangga adalah sebagai berikut:



Keterangan:

N = gaya gaya normal pada tangga akibat dinding vertikal,

V = besar gaya vertikal pada tangga akibat engsel,

H = besar gaya horizontal pada tangga akibat engsel,

W = gaya berat tangga.

Catatan: pada tangga vertikal tidak ada gaya gesekan, karena dinding licin

c. Terapkan syarat keseimbangan translasi:

Pada diagram benda bebas di atas, terlihat ada 4 gaya yang bekerja pada tangga, dan dengan menerapkan syarat keseimbangan translasi, didapatkan:

$$\Sigma F_x = 0, \text{ atau } N - H = 0, \text{ atau } N = H \quad (*)$$

$$\Sigma F_y = 0, \text{ atau } V - W = 0, \text{ atau } V = W,$$

$$\text{atau } V = 100 \text{ newton}$$

*Jawab*

dengan syarat seimbang translasi kita dapat mencari nilai V, tetapi belum dapat mencari nilai N dan H, oleh karena itu diperlukan langkah selanjutnya:

d. Terapkan syarat keseimbangan rotasi, dan titik tumpu yang dipilih adalah titik O, dimana pada titik tersebut terdapat dua gaya yang bekerja (H dan V).

$$\Sigma \tau_o = 0,$$

$$Wl_w - Nl_N = 0$$

$$100(10 \cos 50^\circ) - N \left( \frac{1}{2} 10 \sin 50^\circ \right) = 0$$

$$100(6,43) - N(3,83) = 0;$$

$$\text{Atau } N = 167,9 \text{ newton}$$

(\*\*)

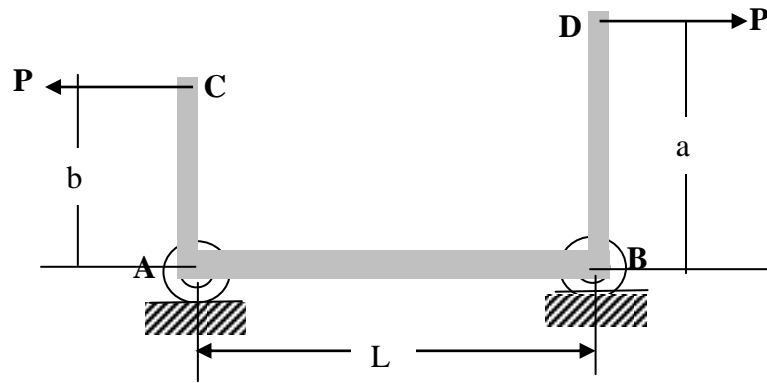
kemudian substitusikan persamaan (\*\*) ke dalam pers (\*), sehingga didapatkan:

$$H = 167,9 \text{ newton}$$

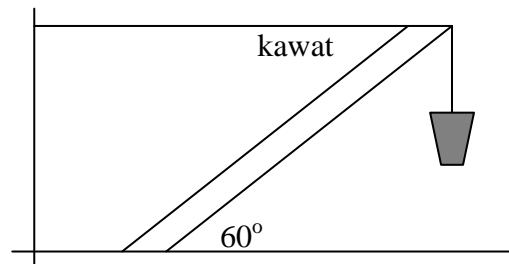
*jawab*

### Latihan Soal:

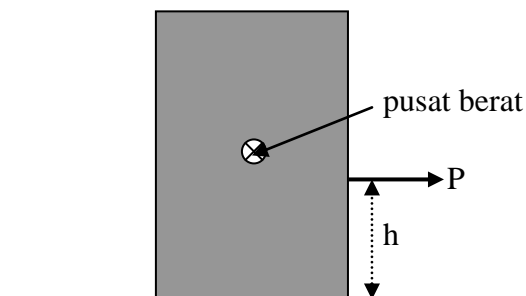
6.1 Sebuah batang kaku CABD yang ditumpu pada titik A dan B dikenai dua gaya horizontal P yang sama besar dan berlawanan arah di titik C dan D. Hitung reaksi-reaksi yang akan terjadi di titik A dan B jika  $l = 4\text{m}$ ,  $a = 3\text{m}$ ,  $b = 2\text{m}$ !



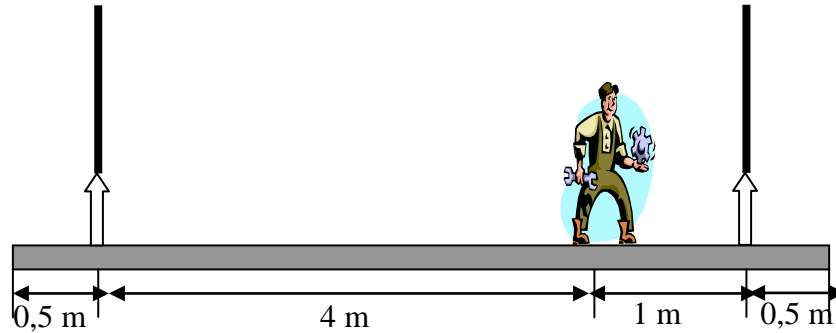
- 6.2. Batang berengsel uniform pada gambar 7.11, mempunyai berat 500 lb.
- Tentukan gaya di dalam kawat penahan, dan tentukan pula komponen horizontal dan komponen vertikal gaya yang bekerja terhadap batang itu di ujung bawah
  - Apakah garis kerja gaya ini terletak sepanjang batang itu?



- 6.3 Sebuah balok empat persegi panjang homogen yang tingginya 2 ft dan lebarnya 1 ft diseret ke kanan di atas sebuah permukaan horizontal dengan kecepatan konstan oleh sebuah gaya horizontal  $P$ , seperti pada gambar 6.12. Koefisien gesekan kinetik antara balok dengan lantai 0,4 dan berat balok 50 lb.
- Tentukanlah besar gaya  $P$  yang diperlukan,
  - Tentukanlah garis kerja gaya normal  $N$  yang dilakukan oleh permukaan terhadap balok jika tinggi  $h = 0,5$  ft,
  - Tentukanlah tinggi  $h$  maksimum dimana balok itu tepat hendak terguling!



- 6.4 Seorang tukang cat dengan berat 1000 N berdiri di atas papan homogen dengan berat 250 N. Papan tersebut ditahan oleh dua tali ,seperti pada gambar. Jika masing-masing tali hanya dapat menahan beban 900 N dan tukang cat tersebut berdiri pada posisi seperti yang ditunjukkan pada gambar, tali manakah yang akan putus?



- 6.5 Tiang dalam gambar di bawah ini beratnya 200 N dan panjangnya 10 m. Tiang ini dipasangkan dengan putaran tanpa gesekan pada ujung bawahnya (titik A). Pusat berat tiang ini adalah 4 m dari ujung bawah. Tiang berada dalam keadaan seimbang.
- Gambarkan diagram benda bebas (gaya-gaya yang bekerja pada tiang)!
  - Gambarkan dan hitung lengan momen terhadap titik A untuk gaya tegang tali, gaya berat tiang, dan gaya berat beban!
  - Dengan menggunakan  $\Sigma \tau_A = 0$ , hitunglah besar gaya tegang tali!
  - Dengan menggunakan  $\Sigma F_x = 0$ , hitunglah besar gaya horizontal tiang pada ujung bawah!
  - Dengan menggunakan  $\Sigma F_y = 0$ , hitunglah besar gaya vertikal tiang pada ujung bawah!

