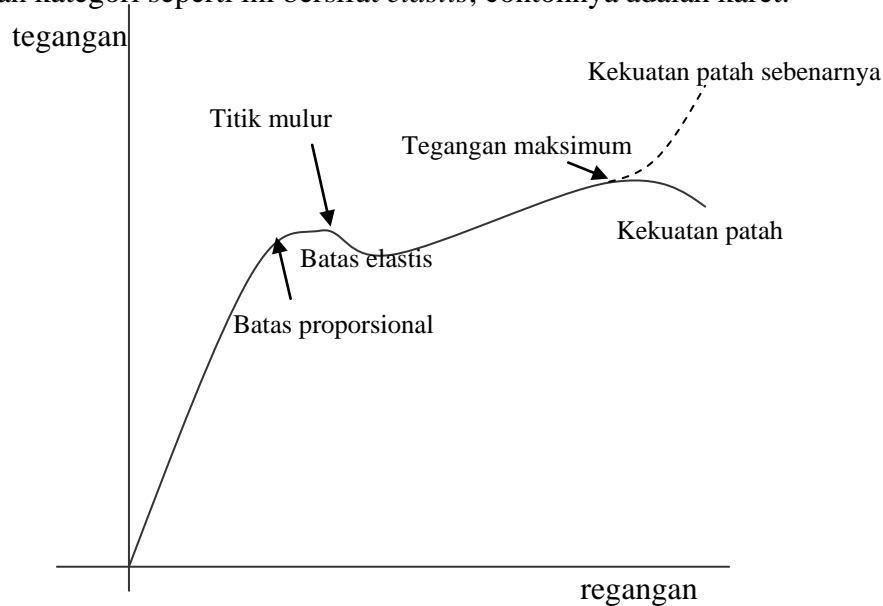


# VII ELASTISITAS

## 7.1. Benda Elastis dan Benda Plastis

Sejumlah benda tersusun atas elemen-elemen dasar berbentuk atom yang terikat dalam kisi-kisi kristal yang teratur dan secara periodik tersusun membentuk benda padat. Gaya interaksi antara atom-atom dalam kisi-kisi ini bersifat *tegar* sehingga secara keseluruhan benda relatif sulit untuk mengalami perubahan bentuk meskipun mendapat gaya/tekanan dari luar. Contoh benda seperti ini adalah besi, baja, dan sebagainya. Di sisi lain, ada benda-benda yang tersusun atas elemen dasar berbentuk molekul-molekul, seringkali dengan rantai yang cukup panjang, yang membentuk benda-benda lebih besar dengan interaksi yang relatif lebih fleksibel dengan rantai molekul-rantai molekul tetangganya. Dengan demikian, rantai molekul- rantai molekul ini memiliki fleksibilitas cukup besar untuk berubah jaraknya dengan yang lain di bawah pengaruh gaya/tekanan dari luar tanpa merusak struktur benda secara keseluruhan. Di samping itu, setelah pengaruh luar diiadakan, maka benda kembali ke keadaan seperti semula. Benda dengan kategori seperti ini bersifat *elastis*, contohnya adalah karet.



Gambar 7.1 Diagram tegangan-regangan suatu benda kenyal yang menderita tarikan

Jika pada sebuah spesimen baja berbentuk kotak ataupun silinder yang panjangnya  $L$  dan luas penampangnya  $A$ , diikat pada jepitan mesin pengujian dan diberikan gaya tarik di ujung-ujungnya, maka secara umum benda tersebut akan mengalami pertambahan panjang. Respons benda ini terhadap gaya tarik dilukiskan dalam gambar 7.1. Gambar 7.1 menggambarkan diagram tegangan-regangan, yaitu dengan mengolah harga yang teramati dan membandingkannya dengan spesimen dasar, maka kita dapat mengetahui sifat spesimen yang dimaksud. Pengertian tentang tegangan dan regangan itu sendiri akan dibahas terpisah dalam bab ini.

**Batas Proporsional.** Di bagian awal kurva (sampai regangan kurang dari 1 %), mulai dari titik  $O$ , tegangan dan regangan adalah proporsional sampai titik  $a$  (batas proporsional). Batas proporsional ini terlihat berupa garis lurus, yang menyatakan bahwa tegangan berbanding lurus dengan regangan. Hubungan tegangan dan regangan titik  $O$ - $a$  memenuhi hukum Hooke. Batas proporsional sangat penting dipahami karena semua teori yang akan dibahas mendatang menyangkut semua benda elastis yang memenuhi hukum Hooke (kesebandingan tegangan-regangan). Batas proporsional merupakan kekuatan maksimum yang dapat dialami bahan. Perhatikan baik-baik bahwa kesebandingan tidak berlaku di seluruh diagram; kesebandingan ini berakhir sampai batas proporsional. Di luar titik ini tegangan tidak lagi sebanding dengan regangan.

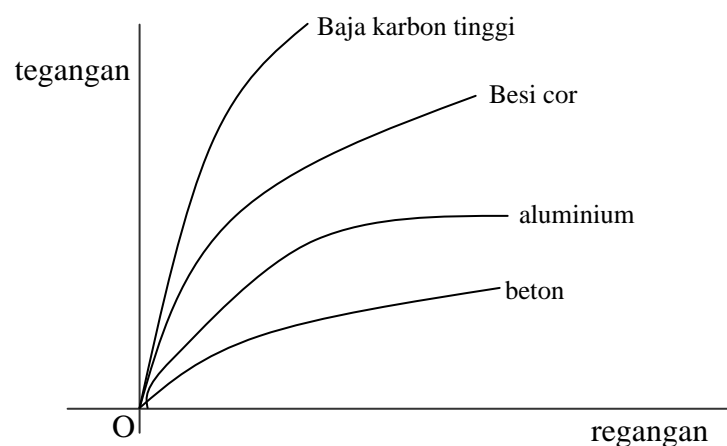
**Batas Elastis.** Mulai  $a$  sampai  $b$ , tegangan dan regangan tidak lagi proporsional. Jika beban diadukan di sembarang titik antara  $O$  dan  $b$ , kurva akan menelusuri jejaknya semula dan benda akan kembali kepada panjang awalnya. Pada daerah  $O$ - $b$  benda itu bersifat elastis.

**Titik Mulur.** Jika pada benda itu ditambah beban (gaya tarik diperbesar), regangan akan bertambah dengan cepat, tetapi apabila beban dilepas di suatu titik setelah  $b$ , misalkan pada titik  $c$ , benda tidak akan kembali kepada panjang awalnya, melainkan mengikuti garis putus-putus seperti pada gambar. Panjang benda pada tegangan nol kini lebih besar dari panjang awalnya dan benda itu

dikatakan mempunyai regangan tetap. Gejala mulur biasanya terjadi pada baja struktur; kualitas baja dan baja paduan ditunjukkan oleh kurva khusus tegangan-regangan pada gambar 7.6. Kurva ini menunjukkan ciri khas bahan yang dibebani mula-mula mengandung tegangan sisa yang dihasilkan oleh proses pembuatan atau penyepuhan. Sesudah tegangan itu diulang, tegangan sisa akan hilang dan kurva tegangan-regangan praktis menjadi lurus, seperti dibuktikan melalui pengujian laboratorium.

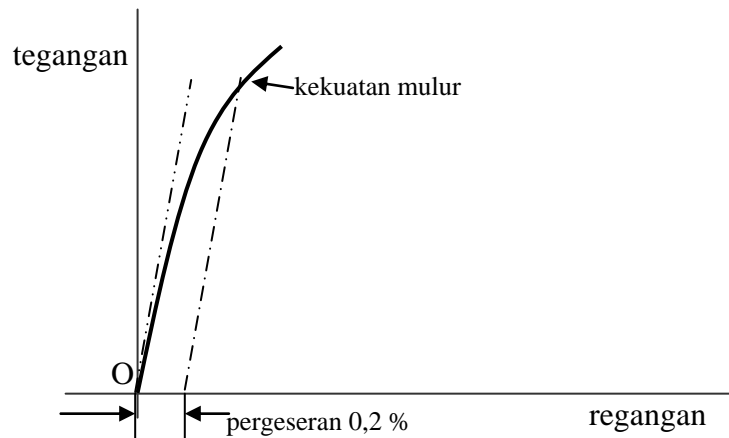
**Kekuatan Mulur.** Kekuatan mulur sangat berkaitan erat dengan titik mulur. Untuk bahan yang tidak memiliki definisi mulur yang baik, kekuatan mulur ditetapkan dengan metode pergeseran. Metode ini berupa penarikan garis sejajar ke garis singgung awal kurva tegangan-regangan. Garis ini dimulai pada pergeseran regangan sebarang, biasanya 0,2 %, seperti ditunjukkan pada gambar 7.7. Perpotongan garis ini dengan kurva disebut *kekuatan mulur*.

**Tegangan maksimum,** atau lebih umum disebut kekuatan maksimum, merupakan ordinat tertinggi pada kurva tegangan-regangan. Kurva ini menunjukkan bahwa beban maksimum dapat diterima oleh bahan sebelum terjadi patah.



Gambar 7.6 Perbandingan diagram tegangan-regangan untuk berbagai bahan

**Kekuatan patah.** Penambahan beban lagi pada benda hingga melampaui titik c akan menambah regangan sampai mencapai titik d, yaitu benda akan patah. Untuk baja struktur, kekuatan patah lebih rendah dibandingkan dengan kekuatan maksimum karena kekuatan patah dihitung dengan cara membagi beban patah dengan luas penampang awal meskipun sah tetapi tidak benar. Hal ini terjadi karena gejala yang disebut penyempitan (*necking*). Jika patah terjadi, bahan meregang dengan cepat dan secara simultan akan bertambah kecil, seperti diperlihatkan pada gambar 7.8, sehingga beban patah sebenarnya terdistribusi sepanjang luas terkecil. Apabila luas patah diukur sesudah patah terjadi dan digunakan sebagai pembagi terhadap beban patah, hasilnya lebih benar dibandingkan dengan patah sebenarnya. Meskipun tegangan ini lebih besar dibandingkan dengan kekuatan maksimum, tetapi kekuatan maksimum biasanya diambil sebagai tegangan maksimum yang dapat diterima bahan.



Gambar 7.7 Kekuatan mulur, ditetapkan dengan metode pergeseran

**Tegangan kerja dan faktor Keamanan.** Tegangan kerja didefinisikan sebagai tegangan aktual bahan apabila diberi beban. Tegangan ini hampir sama dengan tegangan izin, yaitu kemampuan bahan untuk menerima beban maksimum. Pada rancangan tegangan aktual atau tegangan izin,  $\sigma_w$ , dibatasi hingga harga tidak melebihi batas proporsional sehingga hubungan rregangan-regangan dari hukum Hooke masih berlaku. Akan tetapi, karena batas proporsional sulit ditetapkan secara teliti, biasanya tegangan izin didasarkan pada titik mulur atau kekuatan batas, dibagi oleh bilangan N, yang disebut faktor keamanan:

$$\sigma_w = \frac{\sigma}{N} \quad (7.5)$$

Banyak faktor yang harus diperhatikan pada pemilihan tegangan izin. Pemilihan ini biasanya dibuat oleh kelompok organisasi insinyur berpengalaman dan diwujudkan dalam berbagai kode dan spesifikasi. Diskusi singkat mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi pemilihan tegangan izin dimulai dengan pengamatan bahwa pada banyak bahan batas proporsional memiliki harga kira-kira setengah harga kekuatan batas. Untuk menghindari pembebanan tiba-tiba, tegangan izin diambil setengah batas proporsional yang biasa ditentukan untuk beban mati yang bekerja perlahan. Terminologi beban mati umumnya adalah berat struktur atau beban, yang sesudah terpasang, tidak dipindahkan. Dengan demikian, kelompok tegangan izin dengan faktor keamanan 4 direkomendasikan untuk bahan yang homogen. Untuk bahan lain, seperti kayu, yang kehomogenannya sukar ditaksir (seperti mata kayu), harga faktor keamanan biasanya lebih besar. Umumnya faktor keamanan tidak langsung ditetapkan, tetapi tegangan izin dibuat untuk berbagai bahan berbeda dengan kondisi pemakaian berbeda, dan tegangan ini banyak dipakai dalam dunia teknik.



Gambar 7.8. Penyempitan spesimen pada baja patah

## 7.2. Hukum Hooke - Modulus Elastis

Dalam bagian ini akan dibahas hukum Hooke yang berkaitan dengan perilaku benda di daerah batas proporsional seperti ditunjukkan pada gambar 7.5. Kemiringan garis itu adalah nisbah (perbandingan) antara tegangan dengan

regangan, yang disebut *modulus elastis (E)*. Secara matematis hubungan antara tegangan (F/A) dengan regangan (pertambahan panjang benda dibagi dengan panjang awal) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad ; \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad \text{dan} \quad (7.6)$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\Delta L/L} \quad (7.7)$$

$$\text{atau: } \Delta L = \frac{FL}{AE} \quad (7.8)$$

dengan F = gaya tarik/tekan (N), A = luas penampang (m<sup>2</sup>), E = modulus Young (N/m<sup>2</sup>), L = panjang awal benda (m), ΔL = pertambahan panjang benda (m).

Besaran  $\frac{\Delta L}{L}$  dikenal sebagai regangan, yang merupakan perbandingan antara pertambahan panjang benda setelah dikenai gaya luar terhadap panjang awalnya. Persamaan (7.7) biasanya ditulis dalam bentuk:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (7.9)$$

Bentuk ini dikenal sebagai hukum Hooke. Semula hukum Hooke semata-mata menunjukkan bahwa tegangan berbanding lurus dengan regangan  $\sigma \propto \varepsilon$ , tetapi Thomas Young (1807) memperkenalkan konstanta kesebandingan itu sebagai *modulus Young (Y)* yang selanjutnya disebut *modulus elastisitas*.

Berdasarkan hukum Hooke terlihat bahwa E memiliki satuan tegangan (N/m<sup>2</sup>) karena regangan tidak memiliki satuan. Perlu diingat pula bahwa hukum Hooke hanya berlaku pada batasan-batasan berikut:

- a. Beban bekerja harus secara aksila
- b. batang harus memiliki luas penampang tetap dan homogen
- c. regangan tidak boleh melebihi batas proporsional.

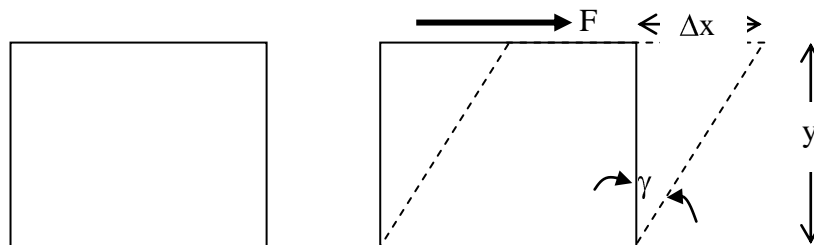
Karena regangan hanya merupakan bilangan, satuan modulus elastis sama seperti satuan tegangan, yaitu gaya per satuan luas. Modulus elastis untuk beberapa macam zat padat diberikan dalam tabel 7.1.

Tabel 7.1 Modulus elastis

Bahan	Modulus Young <math>Y, E</math>		Modulus Bulk , B	
	$10^{12}$ dyne $\text{cm}^{-2}$	$10^6$ lb $\text{in}^{-2}$	$10^{12}$ dyne $\text{cm}^{-2}$	$10^6$ lb $\text{in}^{-2}$
Aluminium	0,7	10	0,7	10
Kuningan	0,91	13	0,61	8,5
Tembaga	1,1	16	1,4	20
Gelas	0,55	7,8	0,37	5,2
Besi	0,91	13	1	14
Timah	0,16	2,3	0,077	1,1
Nikel	2,1	30	2,6	34
Baja	2	29	1,6	23
Tungsten	3,6	51	2	29

### 7.3. Modulus dan Regangan Geser

Jika sebuah balok ditarik dengan gaya sebesar  $F$  seperti gambar 7.5a, dikatakan bahwa pada balok terjadi tegangan geser. Gaya geser akan menyebabkan deformasi geser seperti gaya aksial menyebabkan pertambahan panjang pada benda. Suatu elemen yang diberi gaya aksial akan bertambah panjang, tetapi suatu elemen yang diberi gaya geser panjang sisinya tidak akan berubah, tetapi bentuknya berubah dari segi empat menjadi *parallelogram*, seperti ditunjukkan pada gambar 7.5b.



Gambar 7.9 Tegangan geser dan regangan geser

Gaya geser dapat dipandang sebagai gaya yang terjadi akibat lapisan tipis yang satu sama lain saling bergeser secara tidak terbatas sehingga menghasilkan deformasi geser total sepanjang  $y$ . Aksi sesungguhnya lebih rumit dibandingkan dengan yang digambarkan. Pemahaman tentang regangan geser dapat diamati dari gambar 7.9. Terlihat bahwa  $\tan \gamma = \Delta x/y$ , tetapi apabila perubahan yang terjadi tidak terlalu ekstrim (masih berada di daerah linier, dengan sudut  $\gamma$  sangat kecil), maka berlaku hubungan matematis sebagai berikut:

$$\gamma = \frac{\Delta x}{y} \quad (7.10)$$

Dengan kata lain, regangan geser didefinisikan sebagai perubahan sudut antara dua permukaan yang saling tegak lurus dari elemen diferensial bahan tersebut.

Hubungan antara tegangan geser ( $\tau$ ) dan regangan geser menganalogikan hukum Hooke sebagai berikut:

$$\tau = G\gamma \quad (7.11)$$

dengan  $G$  menyatakan modulus geser/*shear modulus* ( $\text{N/m}^2$ ). Hubungan antara tegangan geser dan regangan geser dapat pula dinyatakan dengan:

$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{y} \quad (7.12)$$

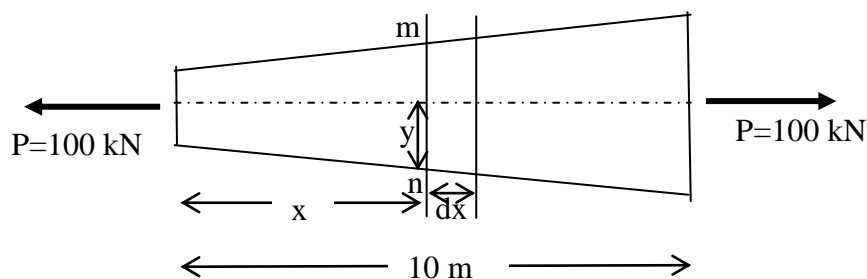
dengan  $F$  = gaya tarik/tekan ke arah samping (N),  $A$  = luas penampang bagian atas/bawah ( $\text{m}^2$ ),  $\Delta x$  = pergeseran ke samping (m), dan  $y$  = tingi benda mula-mula (m). Modulus geser hanya mempunyai arti untuk bahan padat saja. Zat cair dan gas akan mengalir jika mendapat tegangan geser dan tidak akan menahannya secara permanen.



---

**Contoh soal 7.1.**

Hitunglah perpanjangan total yang disebabkan oleh beban aksial 100 kN yang bekerja pada batang setebal 20 mm, menirus dari lebar 120 mm ke 40 mm. Panjang batang itu 10 m dan  $E = 200 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ .

**Diketahui:**

$$F = 100 \text{ kN}$$

$$E = 200 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

**Ditanya:** perpanjangan total ( $\Delta L$ )

**Jawab:**

Karena luas penampang bahan itu tidak tetap, persamaan (7.4) tidak dapat dipakai langsung, tetapi persamaan itu dapat digunakan untuk mencari perpanjangan dalam arah diferensial (sejajar) pada luas penampang tetap, dan perpanjangan total merupakan jumlah perpanjangan dalam arah diferensial ini.

Pada penampang m-n, setengah lebar bahan,  $y$ , pada jarak  $x$  dari ujung kiri diperoleh persamaan (lihat gambar):

$$\frac{y - 20}{x} = \frac{60 - 20}{10} \text{ atau } y = \left( \frac{2}{5}x + 20 \right) \text{ mm}$$

dan luas pada penampang:

$$A = 20 (2y) = (160 + 800) \text{ mm}^2$$

Pada penampang m-n, dengan panjang diferensial  $dx$ , perpanjangan dapat diperoleh dari persamaan (7.4)

$$\Delta L = \frac{FL}{AE}, \text{ atau dalam bentuk diferensial: } d\Delta L = \frac{Fdx}{AE}$$

$$d\Delta L = \frac{(100 \times 10^3) dx}{(60x + 800) (10^{-6}) (100 \times 10^9)} = \frac{0,5 dx}{(60x + 800)}$$

dengan perpanjangan total  $\Delta L$  dapat diperoleh dengan cara mengintegrasikan persamaan diferensial di atas:

$$\begin{aligned} \Delta L &= 0,5 \int_0^{10} \frac{dx}{60x + 800} = \frac{0,5}{160} \ln (60x + 800) \Big|_0^{10} \\ &= (1,3 \times 10^{-3}) \ln \frac{2400}{800} = 3,44 \times 10^{-3} m = 3,44 mm \end{aligned}$$

#### 7.4. Modulus Bulk dan Kompresibilitas

Jika sebuah benda yang mula-mula volumenya  $V$  mendapat tekanan dari segala arah secara homogen sebesar  $dP$  maka benda akan mengalami perubahan volume sebesar  $dV$ . Jika perubahan ini masih di daerah linier maka berlaku hubungan:

$$B = - \frac{dp}{dV/V} \tag{7.13}$$

Tanda negatif menyatakan bahwa volume akan berkurang jika tekanan bertambah. Dengan memasukkan tanda negatif seperti itu, artinya kita telah membuat bahwa modulus Bulk adalah sebuah besaran yang positif. Perubahan volume suatu zat padat atau zat cair sangat kecil, sehingga volume  $V$  dalam persamaan (7.13) dapat dianggap konstan. Jika tekanan tidak terlalu besar, maka perubahan  $dp/dV$ , juga konstan, modulus Bulk konstan, serta  $dp$  dan  $dV$  dapat kita ganti dengan perubahan volume yang tetap. Persamaan (7.13) berlaku pula untuk fluida, parameter yang menghubungkan antara tekanan hidrostatik dengan regangan volume yang dihasilkannya. Untuk fluida dikenal parameter kompresibilitas yang didefinisikan sebagai kebalikan dari Bulk modulus.

$$K = \frac{1}{B} \quad (7.14)$$

Atau

$$K = -\frac{dV/V}{dp} \quad (7.15)$$

Kompresibilitas suatu bahan menyatakan seberapa besar berkurangnya volume,  $-dV/V$ , untuk setiap kenaikan tekanan,  $dp$ .

Satuan modulus Bulk, seperti dapat dianalisis dari persamaan (7.14), sama dengan satuan tekanan, dan satuan kompresibilitas, seperti dapat dianalisis dari persamaan (7.15), sama dengan satuan *tekanan resiprokal* (kebalikan tekanan). Jadi, kalau kompresibilitas air =  $50 \times 10^{-6} \text{ atm}^{-1}$  (lihat tabel 7.2), artinya volume air akan berkurang sebesar 50/1.000.000 dari volume awal untuk setiap kenaikan tekanan sebesar 1 atm.

Tabel 7.2. Kompresibilitas zat cair

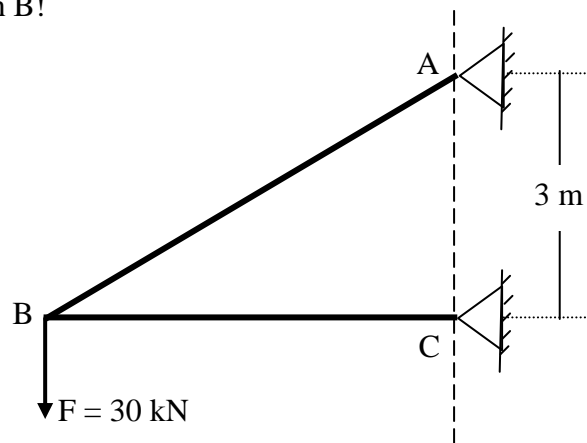
Zat cair	Kompresibilitas (K)		
	$\times 10^{-11} (\text{Nm}^{-2})^{-1}$	$\times 10^{-7} (\text{lbin}^{-2})^{-1}$	$\times 10^{-6} (\text{atm})^{-1}$
Karbon disulfida	64	45	66
Etil alkohol	110	78	115
Gliserin	21	15	22
Raksa	3,7	2,6	3,8
Air	49	34	50

**Latihan soal:**

- Selama pengujian tegangan-regangan, deformasi satuan pada tegangan 35  $\text{MN/m}^2$  diamati sebesar  $167 \times 10^6$  dan pada tegangan 140  $\text{MN/m}^2$  sebesar  $667 \times 10^6$ . Apabila batas proporsional 200  $\text{MN/m}^2$ , berapakah modulus elastisitas itu? Berapakah regangan dengan tegangan 80  $\text{MN/m}^2$ ? Apakah hasil itu berlaku apabila batas proporsional 150  $\text{MN/m}^2$ ? Jelaskan!

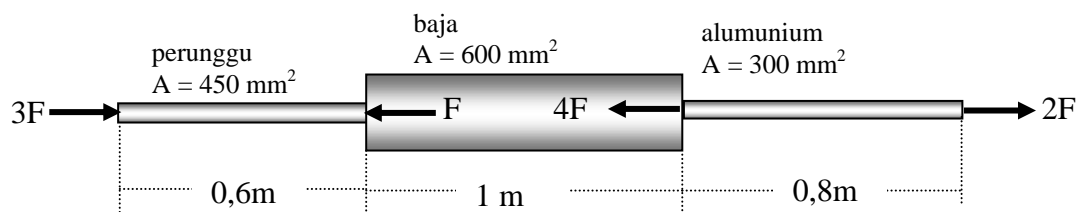
Jawab:  $E = 210 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ;  $\varepsilon = 381 \times 10^{-6}$ .

2. Sebuah benda seberat 20 kg digantung dengan dua buah kawat yang berdekatan. Kawat I terbuat dari baja dan luas penampangnya 1mm<sup>2</sup>, sedangkan kawat II terbuat dari alumunium dan luas penampangnya 2 mm<sup>2</sup>. Panjang kawat I dan II sebelum diberi beban adalah 2 m.
- (a) Tentukan pertambahan panjang sistem kawat I dan II!
- (b) Tentukan pula gaya dan tegangan masing-masing kawat!
3. Dua batang baja AB (panjang 5 m) dan BC (panjang 4 m) menyokong beban  $F = 30$  kN seperti diperlihatkan pada gambar. Luas AB = 300 mm<sup>2</sup>; luas BC = 500 mm<sup>2</sup>. Apabila  $E = 200$  Gpa, hitunglah komponen mendatar dan tegak pergerakan B!



Jawab:  $\Delta x_h = 1,6$  mm ke kanan,  $\Delta x_v = 9,09$  mm ke bawah

4. Sebuah tabung alumunium diikat antara batang baja dan batang perunggu seperti diperlihatkan pada gambar. Beban aksial bekerja pada kedudukan seperti yang ditunjukkan. Carilah harga  $F$  yang tidak akan melebihi seluruh deformasi maksimum 2 mm atau tegangan pada baja 140 MN/m<sup>2</sup>, pada alumunium 80 MN/m<sup>2</sup> atau pada perunggu 120 MN/m<sup>2</sup>. Anggap bahwa rakitan dipatri secara sempurna guna menghindari dan diketahui  $E_{\text{baja}} = 200 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>,  $E_{\text{alumunium}} = 70 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>,  $E_{\text{perunggu}} = 83 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>.



5. Sebuah balok aluminium segiempat 100 mm dalam arah x , lebar 75 mm dalam arah y, dan tebal 50 mm dalam arah z. Batang aluminium mengalami beban tiga arah yang terdiri dari gaya tarik 160 kN dalam arah y, 220 kN dalam arah z. Apabila  $\nu = 1/3$  dan  $E_{\text{aluminium}} = 70 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ , carilah beban dalam arah x sehingga menghasilkan deformasi sama seperti keadaan awal!

Jawab: 410 kN