Operasi Komplemen Pada Himpunan (2)

Setelah Anda mempelajari arti komplemen suatu himpunan dan komplemen dari beberapa operasi pada himpunan, pada bagian ini Anda akan mempelajari sifat-sifat yang dimiliki operasi komplemen, berikut pemecahan soal yang berkaiatan dengan penggunaan sifat-sifat komplemen. Masih ingatkah Anda dengan definisi komplemen dari suatu himpunan?

Suatu komplemen himpunan A adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan semesta tapi bukan anggota A.

Berikut ini adalah sifat-sifat yang dimiliki oleh operasi komplemen pada himpunan.

1. **$A \cup A^C = S$**

   Bukti:

   Misal $A \neq \phi$ maka $\{ x \mid x \in A$ dimana $x \in S \}$

   $A^C = \{ x \mid x \in S, x \notin A, \}$

   $A \cup A^C = \{ x \mid (x \in A) \cup (x \in S , x \notin A)\}$

   $= \{x \mid x \in A$ atau $x \notin A)$

   $= S$

   Operasi aljabar diatas dijelaskan sebagai berikut:

   Andaikan A adalah himpunan tidak kosong, maka A adalah juga anggota semesta, dan A^C adalah himpunan yang merupakan anggota himpunan semesta tapi bukan merupakan anggota A. Gabungan A dengan A^C adalah suatu himpunan yang merupakan anggota A dan yang bukan anggota A tapi keduanya merupakan anggota semesta himpunan yang berarti bahwa gabungan A dan A^C adalah S (semesta)

   Jika A himpunan kosong, pembuktiannya lebih gampang dan ditinggalkan sebagai latihan.

2. **$(A^C)^C = A$**

   Bukti:

   Misal $A \neq \phi$

   $A^C = \{ x \mid x \in S, x \notin A \}$

   $(A^C)^C = \{ x \mid (x \in S, x \notin A)^C \}$

   $= (x \in A)$

   $= A$

   Operasi aljabar diatas dijelaskan sebagai berikut:

   Andaikan A adalah himpunan tidak kosong maka A^C adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota semesta yang bukan merupakan anggota A. komplemen dari komplemen A adalah himpunan yang anngotanya adalah

anggota himpunan semesta yang bukan merupakan anggota dari A^C, ini berarti bahwa komplemen dari komplemen himpunan A adalah anggota semesta himpunan merupakan anggota himpunan A.
Jika A himpunan kosong, pembuktiannya lebih gampang dan ditinggalkan sebagai latihan.

3. **$A \cap A^C = \phi$**

Bukti:
Misal $A \neq \phi$
$A^C = \{ x \mid x \in S, x \notin A\}$
$A \cap A^C = \{ x \mid x \in A \cap x \in S, x \notin A)$
$\qquad = \phi$
Jika A adalah himpunan tak kosong maka A^C adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota semesta yang bukan merupakan anggota A. Irisan himpunan A dengan komplemennya adalah himpunan kosong, karena tidak mungkin ada anggota yang merupakan anggota suatu himpunan dan juga merupakan anggota dari himpunan yang bukan merupakan anggota himpunan tersebut.
Jika A himpunan kosong, pembuktiannya lebih gampang dan ditinggalkan sebagai latihan.

4. **$S^C = \phi$**

Bukti:
Jika $S \neq \phi$
Maka $S^C = \{ x \mid x \in S, \text{dan } x \notin S \}$
Operasi aljabar diatas dijelaskan sebagai berikut:
Jika S adalah suatu himpunan semesta tak kosong maka komplemen himpunan semesta adalah himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan semesta yang bukan merupakan anggota himpunan semesta. (secara logika tidak mungkin ada anggota himpunan semesta sekaligus bukan merupakan anggota himpunan semesta) dengan demikian komplemen suatu himpunan semesta adalah himpunan kosong.

5. **$\phi^C = S$**

Bukti:
Jika $S \neq \phi$
Maka $\phi^C = \{ x \mid x \in S, x \notin \phi \}$
$\qquad = S$
Operasi aljabar diatas dijelaskan sebagai berikut:
Andaikan S adalah himpunan yang tidak kosong, karena himpunan kosong tidak memiliki anggota, maka komplemen himpunan kosong adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota semesta,

Jika $A \subset B$ maka :

6. **$B^C \subset A^C$**

Bukti:

Misalkan $A \neq \phi$, $B \neq \phi$

$A \subset B = \{ x \mid \forall x \in A \Rightarrow x \in B \}$

$B^C = \{ x \mid x \in S, x \notin B \}$

$A^C = \{ x \mid x \in S, x \notin A\} = \{ x \mid x \in S, x \notin B \}$

Maka $B^C \subset A^C$

Operasi aljabar diatas dijelaskan sebagai berikut:

Andaikan A dan B bukan himpunan kosong, dengan $A \subset B$, berarti bahwa setiap anggota A merupakan anggota B juga. Komplemen himpunan B adalah himpunan yang terdiri dari anggota himpunan semesta tapi bukan merupakan anggota B, sedangkan komplemen himpunan A adalah himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan semesta tapi bukan merupakan anggota A. A himpunan bagian dari B,sehingga tidak semua anggota B merupakan anggota A. dengan demikian ada anggota dari komplemen A yang tidak menjadi anggota komplemen B tetapi setiap anggota komplemen B adalah anggota komplemen A, sehingga dapat kita simpulkan bahwa $B^C \subset A^C$.

7. **$B \cup A^C = S$**

Bukti:

Misalkan $A \neq \phi$, $B \neq \phi$

$A^C = \{ x \mid x \in S, x \notin A\}$

$A \subset B = \{ x \mid \forall x \in A \Rightarrow x \in B \}$

$B \cup A^C = \{ x \mid x \in B \cup x \in S, x \notin A \}$

$= \{ x \mid x \in B , x \in S, x \notin B \}$

$= S$

Operasi aljabar diatas dijelaskan sebagai berikut:

Misalkan A dan B bukan himpunan kosong dimana A sub himpunan B yang berarti bahwa setiap anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B. Gabungan antara himpunan B dengan komplemen A adalah suatu himpunan yang merupakan anggota himpunan B atau anggota himpunan semesta yang bukan anggota himpunan A. karena himpunan A sub himpunan B maka gabungan himpunan B dengan komplemen A merupakan himpunan yang terdiri dari anggota himpunan B atau anggota semesta yang bukan merupakan anggota A yang merupakan himpunan semesta.

8. **$A \cap B^C = \phi$**

Bukti:

Misalkan $A \neq \phi$, $B \neq \phi$

$B^C = \{ x \mid x \in S, x \notin B\}$

$A \subset B = \{ x \mid \forall x \in A \Rightarrow x \in B \}$

$A \cap B^C = \{ x \mid x \in A \cap x \in S, x \notin B \}$

$= \{ x \mid x \in B \cap x \in S, x \notin B \}$

$= \phi$

Operasi aljabar diatas dijelaskan sebagai berikut:

Misalkan A dan B bukan himpunan kosong dimana A sub himpunan B yang berarti bahwa setiap anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B. Irisan antara himpunan A dengan komplemen B adalah himpunan A yang juga merupakan anggota himpunan semesta yang bukan anggota himpunan B. karena A himpunan bagian dari B maka irisan himpunan A dengan komplemen B adalah himpunan yang merupakan anggota B dan bukan anggota B yang juga merupakan anggota himpunan semesta. Karena tidak mungkin ada elemen himpunan B yang juga sekaligus bukan anggota himpunan B maka irisannya adalah himpunan kosong.

Hukum De Morgan:

9. $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

Bukti:

Pembuktian hukum ini akan dilakukan untuk yang ke arah kanan terlebih dahulu.

$(A \cup B)^C = \{ x \mid x \notin (A \cup B)$

$= \{ x \mid x \notin A, x \notin B \}$

$= \{ x \mid x \in A^C , x \in B^C \}$

$= \{ x \mid x \in A^C \cap B^C \}$

Penjelasan operasi aljabar di atas sebagi berikut:

Komplemen gabungan himpunan A dengan B adalah suatu himpunan yang meupakan anggota hmpunan semesta tapi bukan anggota himpunan gabungan A dengan B. jadi jika kita mengambil suatu x anggota himpunan $(A \cup B)^C$, maka $x \notin A$ dan $x \notin B$, atau bisa ditulis $x \in A^C$ dan $x \in B^C$. berarti x meupkana anggota irisan himpunan komplemen A dengan komplemen B. ini mengakibatkan untuk setiiap x anggota komplemen gabungan himpunan A dengan B sana dengan irisan antara himpunan komplemen A dengan komplemen B.

Pembuktian ke arah kiri

$A^C \cap B^C = (x \mid x \in A^C$ dan $x \in B^C \}$

$= \{ x \mid x \notin A, x \notin B \}$

$= \{ x \mid x \notin (A \cup B)^C$

Penjelasan operasi aljabar di atas hampir sama seperti pembuktian kearah kanan.

10. $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Bukti:

Pembuktian ke kanan

$(A \cap B)^C = \{ x \mid x \notin (A \cap B)$

$= \{ x \mid x \notin A$ atau $x \notin B \}$

$= \{ x \mid x \in A^C$ atau $x \in B^C \}$

$= \{ x \mid x \in A^C \cup B^C \}$

Penjelasan operasi aljabarnya sebagai berikut:

Komplemen irisan himpunan A dengan himpunan B adalah suatu himpunan dimana anggotanya bukan merupakan anggota himpunan irisan A dengan B.

karena itu setiap x anggota himpunan tersebut bukan merupakan anggota himpunan A atau pun anggota himpunan B. ini berarti x merupakan anggota himpunan komplemen A atau anggota himpunan komplemen B, artinya komplemen irisan himpunan A dengan B sam dengan gabungan komplemen A dengan komplemen B.
Bukti kearah kiri ditinggalkan sebagai latihan.

Untuk memantapkan pemahaman Anda tentang materi yang baru saja dipelajari, kerjakanlah beberapa soal berikut dengan teliti dan cermat!

Latihan 2

1. Misalkan S = { a, b, c, d, e, f , g }
   A = { a, b, c, d, e }
   B = { a, c, e, g }
   C = { b, e, f, g }
   Tentukan:
   a. $A \cup C$
   b. $B \cap A$
   c. $C \cap A^C$
   d. $(A - B^C)^C$
   e. $(B \cap B^C)^C$
   f. $A^C \cap B^C$
   g. $A^C \cup B^C$

2. Satu survey dilakukan pada 1000 orang untuk menguji coba rasa apa yang paling disukai terhadap minuman berasa jeruk dan strawberry. Berdasarkan survey tersebut diketahui bahwa banyaknya orang yang menyukai rasa jeruk adalah 487 dan yang menyukai rasa strawberry sebanyak 476 orang. Jika banyaknya orang yang tidak menyukai kedua rasa minuman tersebut sebanyak 256 orang. Tentukan:
   a. Banyaknya orang yang menyukai minuman rasa jeruk dan strawberry atau kedua-duanya!
   b. Banyaknya orang yang tidak menyukai minuman rasa jeruk !
   c. Banyaknya orang yang tidak menyukai minuman rasa strawberry!
3. Misalkan A = { 1, 3 }, B = { 2, 4 }, C = { 1, 4, % } dan S = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }. Tentukan notasi dalam A, B, C, A^C, B^C, C^C yang hasilnya himpunan berikut:
   a. { 1 }
   b. { 2 }
   c. { 3 }
   d. { 4 }
   e. { 5 }
   f. { 6 }

4. Pada suatu kelas yang terdiri dari 35 orang, 5 orang siswa dikategorikan sebagai siswa yang cerdas, kreatif dan aktif.. 9 orang dikategorikan

sebagai siswa yang cerdas dan aktif, 7 orang dikategorikan cerdas dan kreatif, 10 orang dikategorikan sebagai aktif dan kreatif. Jika jumlah siswa yang cerdas sebanyak 20 orang, aktif 15 orang dan kreatif sebanyak 17 orang, tentukan:

a. Jumlah siswa yang masuk kategori cerdas saja!
b. Jumlah siswa yang masuk kategori aktif saja!
c. Jumlah siswa yang masuk kategori kreatif saja!
d. Jumlah siswa yang tidak masuk pada ketiga kategori tersebut!

Setelah Anda mengerjakan soal-soal latihan, jika diperlukan Anda dapat melihat petunjuk berikut sebagai perbandingan hasil pekerjaan yang baru saja Anda kerjakan!

Rambu-rambui Jawaban Latihan 2

1. Gunakan definisi operasi gabungan, irisan, pengurangan, definisi dan sifat operasi komplemen. Berdasarkan data pada soal
   a. $A \cup C$ adalah himpunan yang merupakan anggota himpunan A atau himpunan C, maka $A \cup C$ = { a, b, c, d, e, g }

   b. $B \cap A$ adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan B yang juga menjadi anggota himpunan A, kita peroleh $B \cap A$ = { e, g }

   c. $C \cap A^C$ adalah himpunan yang merupakan anggota dari C sekaligus merupakan anggota komplemen A. komplemen A adalah himpunan yang anggota merupakan anggota semesta yang bukan merupakan anggota A yaitu { f , g }. Jadi kita peroleh $C \cap A^C$ = { f, g }

   d. $(A - B^C)^C$ adalah himpunan uang bukan merupakan anggota $(A - B^C)$. Langkah yang pertama adalah mencari B^C!
   B^C = { b, d, f }
   $(A - B^C)$ = { a, c, e }
   Jadi $(A - B^C)^C$ = { b, d, f, g }

   e. $(B \cap B^C)^C$ adalah himpunan yang bukan merupakan anggota $(B \cap B^C)$, berdasarkan sifat yang telah kita buktikan yaitu sifat ke 3 bahwa $(B \cap B^C) = \phi$, maka $(B \cap B^C)^C = S$ = { a, b, c, d, e, f, g }

   f. Berdasarkan sifat ke 9 bahwa $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$, dan berdasarkan no a kita cari anggota semesta yang bukan merupakan anggota $A \cup B$. sehingga:
   $A^C \cap B^C$ = { f }

   g. Berdasarkan sifat ke 10 bahwa $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$, dan berdasarkan no b maka kita tentukan anggota semesta yang bukan merupakan anggota himpunan A $\cap$ B, sehingga kita dapatkan bahwa:

$A^C \cup B^C = \{ b, d, f, g \}$

2. Gunakan sifat operasi gabungan dan definisi serta sifat operasi komplemen. Berdasarkan soal kita dapatkan bahwa n (S) = 1000 oang,
   Jumlah yang menyukai rasa jeruk = n (J) = 487 orang
   Jumlah yang menyukai starberry = n(B) = 476 orang
   Jumlah yang tidak menyukai keduanya = n $((A \cup B)^C)$ = 256 orang
   a. Jumlah orang yang suka rasa jeruk ditambah banyaknya orang yang suka strawberry dikurangi selisih peserta survey dengan yang tidak menyukai kedua rasa tersebut, yaitu:
      yang meyukai keduanya = (487 + 476) – (1000 – 256)
      = 963 – 744
      = 119 orang

   b. Banyaknya orang yang tidak menyukai minuman rasa jeruk saja adalah banyaknya peserta survey dikurangi jumlah orang yang hanya menyukai minuman rasa jeruk saja. Banyaknya orang yang menyukai minuman rasa jeruk saja adalah banyaknya orang yang menukai minuman rasa jeruk dikurangi banyaknya orang yang menyukai kedua rasa minuman tersebut yaitu n($J - B^C$) = 487 – 119 = 368 orang
      Dengan demikian banyaknya peserta survey yang tidak menyukai minuman rasa jeruk saja = n(S – ($J - B^C$))= 1000 – 368 = 632 orang

   c. Banyaknya orang yang tidak menyukai minuman rasa strawberry saja adalah banyaknya peserta survey dikurangi jumlah orang yang hanya menyukai minuman rasa strawberry saja. Banyaknya orang yang menyukai minuman rasa strawberry saja adalah banyaknya orang yang menukai minuman rasa strawberry dikurangi banyaknya orang yang menyukai kedua rasa minuman tersebut yaitu n($B - J^C$) = 476 – 119 = 357 orang
      Dengan demikian banyaknya peserta survey yang tidak menyukai minuman rasa strawberry saja = n(S – ($B - J^C$))= 1000 – 357 = 643 orang

3. Gunakan semua definisi operasi yang telah Anda pelajari!
   a. { 1 } = $A \cap C$
   b. { 2 } = $B - C = B \cap C^C$
   c. { 3 } = $A - C = A \cap C^C$
   d. { 4 } = $B \cap C$
   e. { 5 } = C - B - A
   f. { 6 } = $(A \cup B \cup C)^C$

4. Gunakan definisi operasi gabungan, irisan dan komplemen! Berdasarkan data pada soal kita dapatkan hal-hal sebagai berikut:
   Missal A = siswa yang cerdas
   B = siswa yang aktif
   C = siswa yang kreatif
   Jumlah siswa n (S) = 30 orang
   Jumlah siswa yang cerdas, aktif , kreatif = $n (A \cap B \cap C) = 5$
   Jumlah ssiwa yang cerdas dan aktif = $n (A \cap B) = 9$
   Jumlah siswa yang cerdas dan kreatif = $n (A \cap C) = 7$
   Jumlah siswa yang aktif dan kreatif = $n (B \cap C) = 10$
   Jumlah siswa yang cerdas = $n (A) = 20$
   Jumlah siswa yang aktif = $n (B) = 15$
   Jumlah siswa yang kreatif = $n (C) = 17$
   a . jumlah siswa yang masuk kategori cerdas saja = $n (A) - n (A \cap B) - n (A \cap C)+ = n (A \cap B \cap C) = 20 – 9 – 7 + 5 = 9$ orang

   b. jumlah siswa yang masuk kategori aktif saja $n (B) - n (A \cap B) - n (B \cap C)+ n (A \cap B \cap C) = 15 – 9 – 10 + 5 = 1$ orang

   c. jumlah siswa yang masuk kategori kretif saja $n (C) - n (A \cap C) - n (B \cap C)+ n (A \cap B \cap C) = 17 – 7 – 10 + 5 = 5$ orang

   d. Jumlah siswa yang tidak masuk pada ketiga kategori tersebut = $n(S) – \{ n (A) + n(B) + n(C) - n (A \cap B) - = n (A \cap C) – n (B \cap C) + n (A \cap B \cap C) \} = 35 – \{ 20 + 17 + 15 – 9 – 7 – 10 + 5 \} = 4$ orang.

Rangkuman

Sifat-sifat komplemen adalah sebagai berikut:

1. $S^C = \phi$
2. $\phi^C = S$

Jika $A \subset B$ maka :

3. $B^C \subset A^C$
4. $S^C = \phi$
5. $\phi^C = S$

Jika $A \subset B$ maka :

6. $B^C \subset A^C$
7. $B \cup A^C = S$
8. $A \cap B^C = \phi$

Hukum De Morgan:

9. $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$
10. $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

DIAGRAM VENN (1)

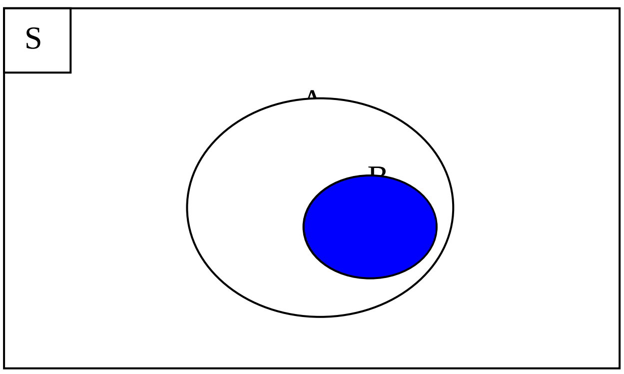
Seperti telah dijelaskan sebelumnya bahwa pada bahan belajar kali ini Anda akan mempelajari bagaimana hibungan dan operasi pada himpunan direpresentasikan. Untuk lebih memudahkan Anda dalam mempelajari bahan belajar ini Anda akan diingatkan pula tentang definisi-definisi terdahulu yang telah diberikan, untuk memudahkan pemahaman Anda bagaimana cara menggambarkan hubungan dan operasi dua atau lebih himpunan digambarkan melalui diagram venn.

Diagram venn merupakan suatu gambar yang merepresentasikan hubungan dan operasi antara dua himpunan atau lebih, himpunan semesta digambarkan sebagai suatu persegi panjang dengan ujung kanan atasnya diberi simbol S tanda dari himpunan semesta. Diagram venn pertama kali ditemukan oleh **John Venn**, yang hidup sekitar tahun (1834-1923). Ia adalah seorang matematikawan asal Inggris yang menggunakan diagram venn untuk menyatakan hubungan antar himpunan agar lebih mudah dipahami. Dalam diagram venn, himpunan-himpunan digambarkan sebagai suatu kurva tertutup (biasanya lingkaran) dan anggota himpunannya dituliskan dalam kurva tertutup tersebut. Selanjutnya perhatikan cara menggambarkan diagram venn dua himpunan atau lebih sesuai dengan operasinya dan kasus-kasus yang terjadi sebagai berikut:

Operasi Irisan (Intersection)

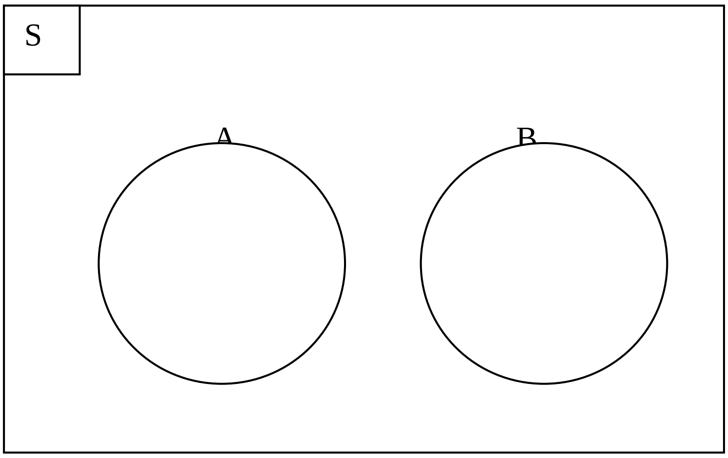
Irisan dua himpunan A dan B dapat diartikan sebagai suatu himpunan yang anggotanya termasuk pada kedua himpunan itu, dalam hal ini untuk menggambarkannya kita mempunyai beberapa kasus, yaitu:

1. Jika salah satu himpunannya merupakan sub himpunan dari himpunan yang lain, misalnya himpunan B merupakan sub himpunan A (B $\subset$ A), maka diagram vennnya adalah sebagai berikut:



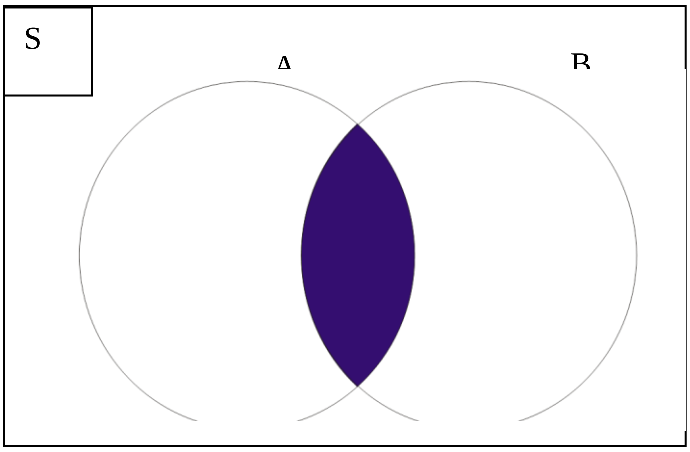
Bagian yang diarsir merupakan irisan dari himpunan A dan B

2. Jika salah satu himpunan bukan merupakan sub himpunan yang lain dimana tidak ada anggota himpunan B yang menjadi anggota himpunan A atau sebaliknya, sehingga irisannya kosong (disjoint sets), maka diagram vennnya adalah sebagai berikut:



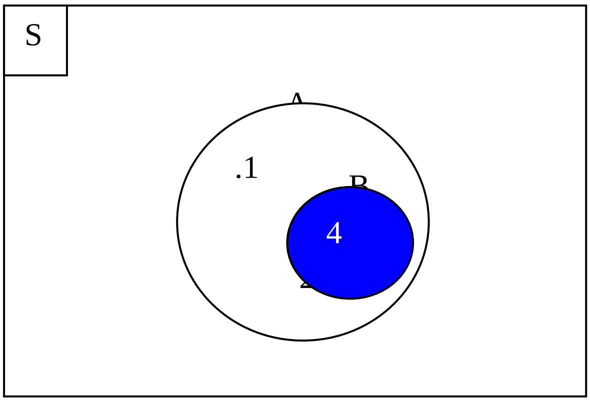
Bagian yang diarsir merupakan irisan dari himpunan A dan B, dalam hal ini irisannya adalah himpunan kosong.

3. Jika salah satu himpunan bukan merupakan sub himpunan yang lain dimana tapi ada anggota himpunan B yang menjadi anggota himpunan A atau sebaliknya, maka diagram vennnya adalah sebagai berikut:



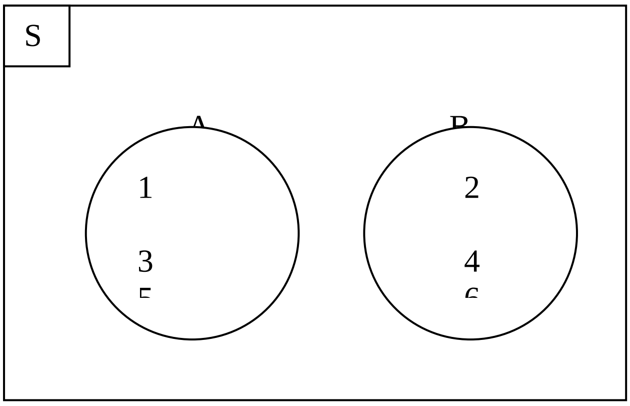
Bagian yang diarsir merupakan irisan dari himpunan A dan B.

Contoh 1.1:
Misalkan terdapat himpunan A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }, B = { 4, 5, 6 }
Berdasarkan pada hal yang diketahui bahwa himpunan B merupakan anggota himpunan (sub himpunan dari himpunan A jadi kedua himpunan dapat digambarkan dalam diagram venn sebagai berikut :



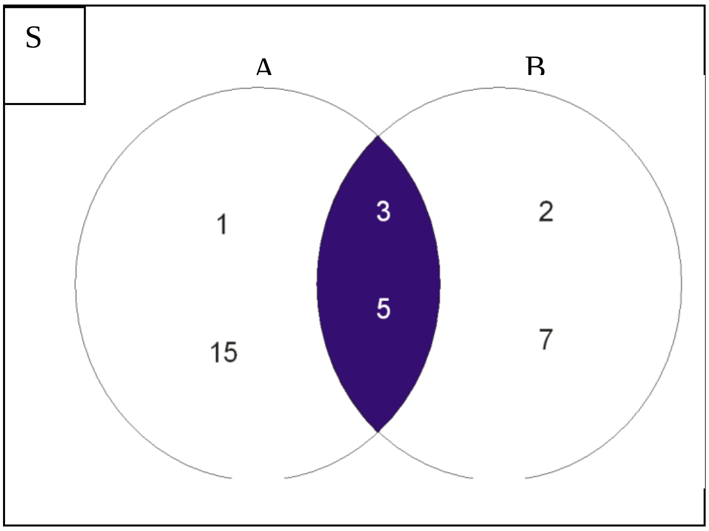
Berdasarkan pada gambar maka (A $\cap$ B) = { 4, 5, 6 }

Contoh 1. 2:
Diketahui himpunan sebagai berikut:
A = { 1, 3, 5, 7, 9 }, B = { 2, 4, 6, 8, 10 }
Tentukan irisan A dan B dengan diagram venn.
Jawab:
Berdasarkan hal yang diketahui, kita peroleh diagram venn sebagai berikut:



Berdasarkan gambar tidak ada bagian yang diarsir yaitu anggota himpunan A yang menjadi anggota hinmpunan B, oleh karena itu A $\cap$ B = { }

Contoh 1. 3:
Diketahui himpunan-himpunan yang didefinisikan sebagai berikut:
A adalah himpunan yang merupakan faktor dari 15
B adalah bilangan prima yang kurang dari 10
Tentukan irisan A dan B berdasarkan diagram venn dan data-data yang diketahui!
Jawab:
Berdasarkan soal kita peroleh:
A = { 1, 3, 5, 15 }
B = { 2, 3, 5, 7 }
Disini kita lihat ada anggota himpunan B yang juga menjadi anggota himpunan A sehingga dapat kita gambarkan sebagai berikut:

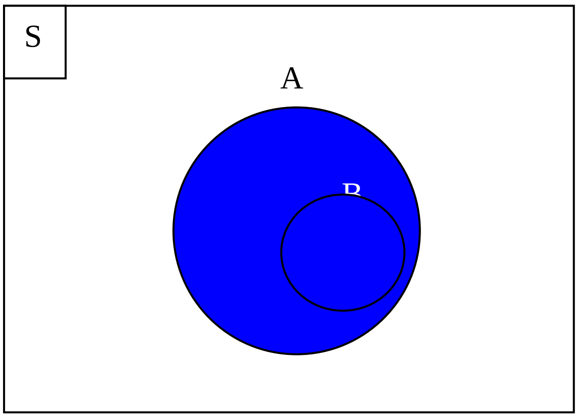


Berdasarkan diagram venn kita dapatkan A $\cap$ B adalah bagian yang diarsir, dengan demikian kita dapatkan A $\cap$ B = { 3, 5 }

Operasi Gabungan (Union)

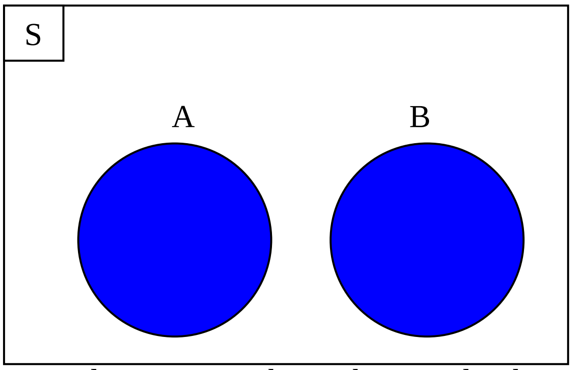
Gabungan dua himpunan A dan B dapat diartikan sebagai suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota dari himpunan A, anggota dari himpunan B atau kedua-duanya, dalam hal ini untuk menggambarkannya kita juga memiliki beberapa kasus, yaitu:

1. Jika salah satu himpunannya merupakan sub himpunan dari himpunan yang lain, misalnya himpunan B merupakan sub himpunan A (B $\subset$ A), maka diagram vennnya adalah sebagai berikut:



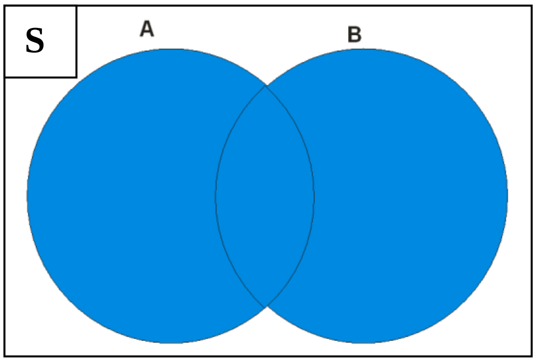
Bagian yang diarsir merupakan gabungan dari himpunan A dan B.

2. Jika salah satu himpunan bukan merupakan sub himpunan yang lain dimana tidak ada anggota himpunan B yang menjadi anggota himpunan A atau sebaliknya (disjoint sets), maka diagram vennnya adalah sebagai berikut:



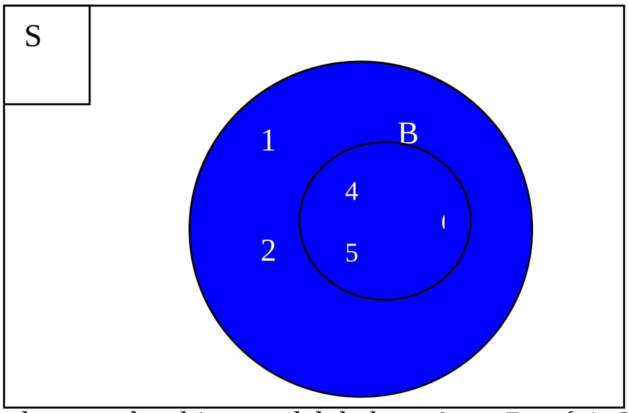
Bagian yang diarsir merupakan gabungan dari himpunan A dan B

3. Jika salah satu himpunan bukan merupakan sub himpunan yang lain dimana tapi ada anggota himpunan B yang menjadi anggota himpunan A atau sebaliknya, maka diagram vennnya adalah sebagai berikut:



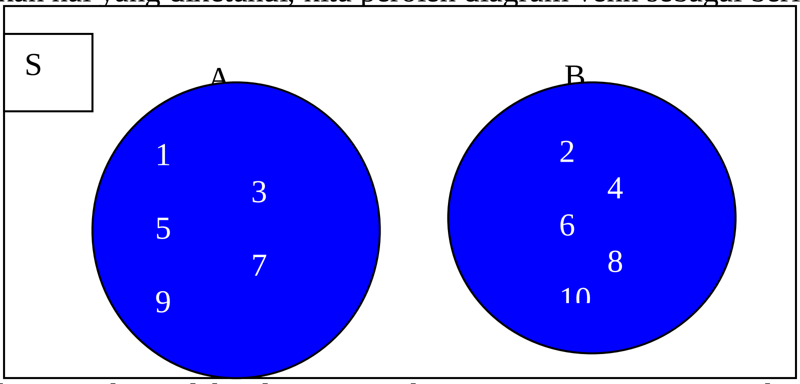
Bagian yang diarsir merupakan gabungan dari himpunan A dan B.

Contoh 1. 4:
Diketahui himpunan-himpunan sebagai berikut:
Misalkan terdapat himpunan A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }, B = { 4, 5, 6 }
Berdasarkan pada hal yang diketahui bahwa himpunan B merupakan anggota himpunan (sub himpunan dari himpunan A jadi kedua himpunan dapat digambarkan dalam diagram venn sebagai berikut



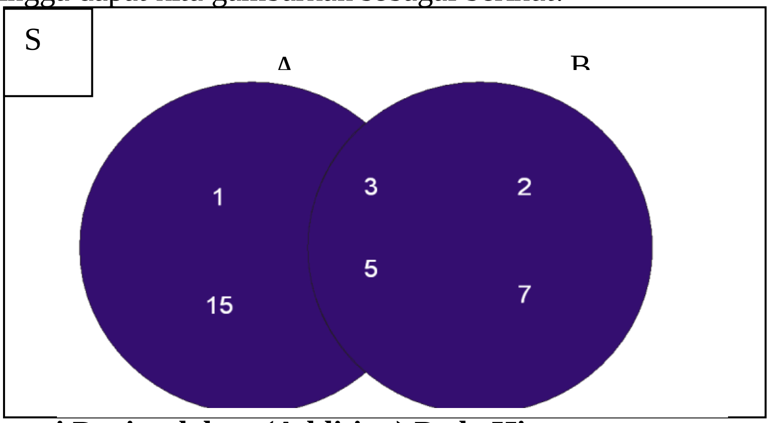
Berdasarkan gambar kita peroleh bahwa A $\cup$ B = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

Contoh 1. 5 :
Diketahui himpunan sebagai berikut:
A = { 1, 3, 5, 7, 9 }, B = { 2, 4, 6, 8, 10 }
Tentukan gabungan A dan B dengan diagram venn.
Jawab:
Berdasarkan hal yang diketahui, kita peroleh diagram venn sebagai berikut:



Berdasarkan gambar tidak ada anggota himpunan A atau anggota hinmpunan B (bagian yang diarsir), oleh karena itu A $\cup$ B = { }

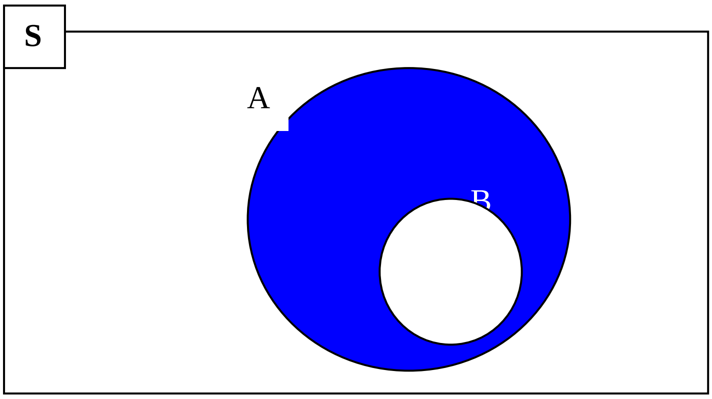
Contoh 1. 6:
Diketahui himpunan himpunan yang didefinisikan sebagai berikut:
A adalah himpunan yang merupakan faktor dari 15
B adalah bilangan prima yang kurang dari 10
Tentukan gabungan A dan B berdasarkan diagram venn dan data-data yang diketahui!
Jawab:
Berdasarkan soal kita peroleh:
A = { 1, 3, 5, 15 }
B = { 2, 3, 5, 7 }
Disini kita lihat ada anggota himpunan B yang juga menjadi anggota himpunan A sehingga dapat kita gambarkan sebagai berikut:



Operasi Penjumlahan (Addition) Pada Himpunan
Hasil operasi penjumlahan pada himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang merupakan anggota dari himpunan A atau B tapi bukan merupakan anggota

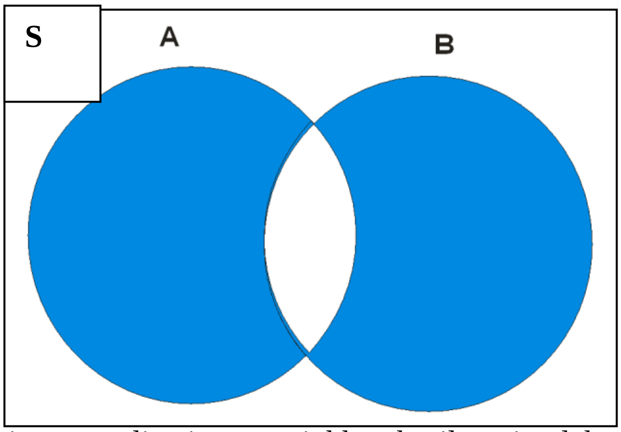
kedua-duanya. Oleh karena itu secara umum diagram venn untuk operasi penjumlahan dua himpunan adalah sebagai berikut:

1. Kasus pertama adalah jika himpunan B merupakan sub himpunan dari himpunan A atau sebaliknya maka diagram vennnya dapat digambarkan sebagai berikut:



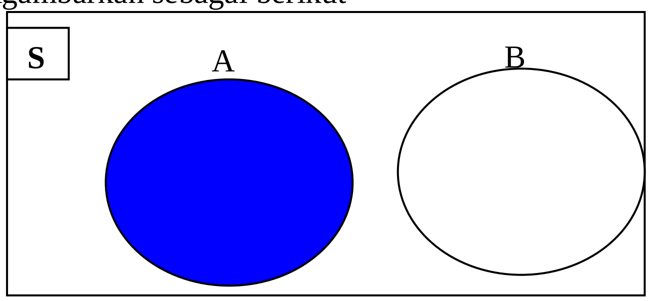
Bagian yang diarsir menunjukkan hasil penjumlahan A + B

2. Kasus kedua adalah jka A bukan himpunan bagian B atau sebalikya, tapi ada anggota A yang merupakan anggota B dan sebaliknya, maka diagram vennnya digambarkan sebagai berikut:



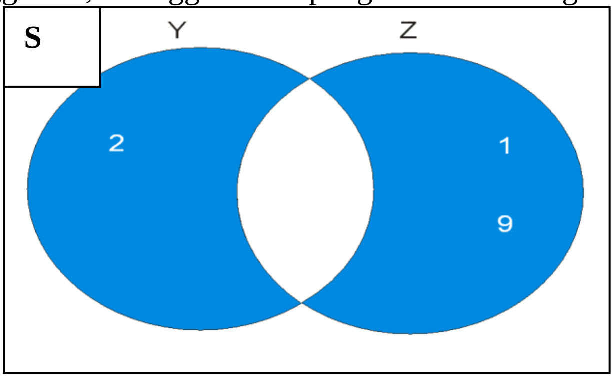
Bagian yang diarsir menunjukkan hasil penjumlahan A + B, dimana A $\cap$ B $\neq$ { }

3. Kasus kedua adalah jka A bukan himpunan bagian B atau sebalikya, tapi ada anggota A yang merupakan anggota B dan sebaliknya, maka diagram vennnya digambarkan sebagai berikut



Bagian yang diarsir menunjukkan hasil penjumlahan A + B, dimana A $\cap$ B = { }

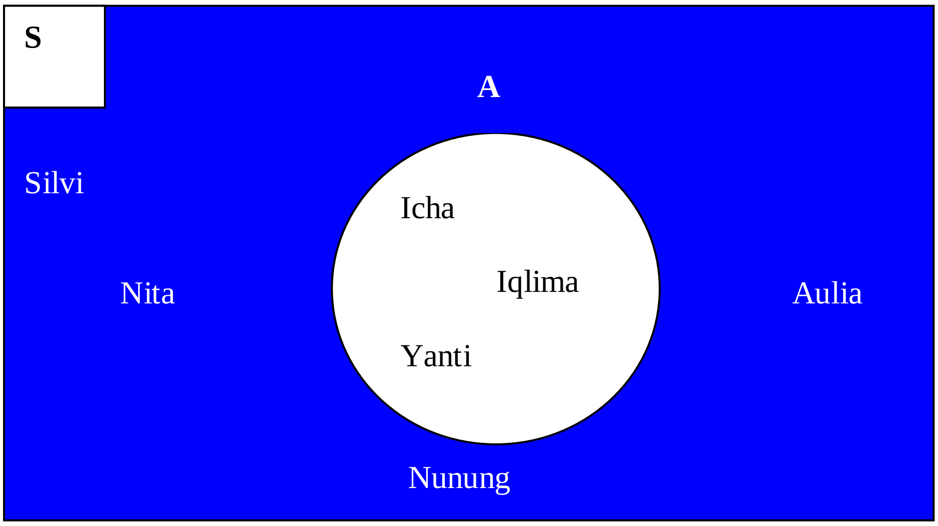
Contoh 1.7:
Diketahui himpunan-himpunan yang didefinisikan sebagai berrikut:
Y = himpunan bilangan prima yang kurang dari 10
Z = humpunan bilangan ganjil yang kurang dari 10
Tentukan hasil penjumlahan A + B dengan diagram venn!
Jawab:
Dari soal kita dapatkan bahwa:
Y = { 2, 3, 5, 7 }
Z = { 1, 3, 5, 7, 9 }
Maka berdasarkan hubungan kedua himpunan (ada anggota Y yang juga menjadi anggota Z, sehingga kita dapat gambarkan sebagai berikut:



Berdasarkan diagram venn bagian yang diarsir adalah hasil penjumlahan anatar himpunan A dengan B sehingga A + B = { 1, 2, 9 }

Contoh 1. 9:
Dalam suatu kelompok belajar yang terdiri dari, Silvi, Iqlima, Nita, Yanti, Aulia, Icha dan Nunung, beberapa orang sangat menyukai pelajaran Matematika diantaranya, Icha, Iqlima dan Yanti. Sisanya menyukai pelajaran lain. Berdasarkan diagram venn tentukanlah siapa saja yang menyukai pelajaran lain selain Matematika.

Misalkan A adalah himpunan siswa yang menyukai pelajaran Matematika, maka A = { Icha, Iqlima Yanti }. Dan semesta himpunannya adalah S = Silvi, Iqlima, Nita, Yanti, Aulia, Icha dan Nunung. Berdasarkan hal tersebut kita gambar diagram venn untuk hubungan tersebut sebagai berikut:

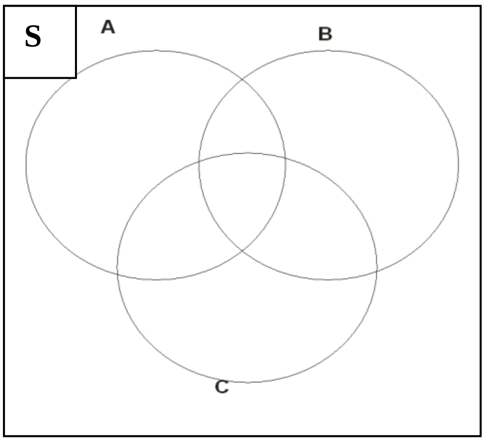


Berdasarkan diagram venn kita dapatkan bahwa siswa yang tidak menyukai matematika adalah bagian yang diarsir/diwarnai yaitu: Silvi, Aulia, Nita, Nunung.

Latihan 1

Untuk memantapkan pemahaman Anda tentang materi yang baru saja dipelajari, kerjakanlah beberapa soal berikut dengan teliti dan cermat!

1. Buatlah gambar seperti berikut



Berdasarkan gambar tesebut arsirlah bagian bagian yang dimaksud dalam soal berikut:

a. $A \cap B$
b. $B \cap C$
c. $A \cup B$
d. $A \cup C$
e. $A + B$
f. $A + C$
g. $A \cap B \cap C$
h. $A \cup B \cup C$
i. $A + B + C$

2. Himpunan A adalah himpunan yang terdiri dari bilangan ganjil yang kutrang dari 15 , B adalah himpunan bilangan genap yang kurang dari 15, C adalah himpunan bilangan prima yang kurang dari 15, sedangkan D himpunan bilangan komposit yang kurang dari 15. jika semesta pembicaraan didefinisikan sebagai $\{ x \mid x \leq 15, x \text{ bilangan cacah} \}$ gambarkanlah dengan diagram venn dan tentukan :

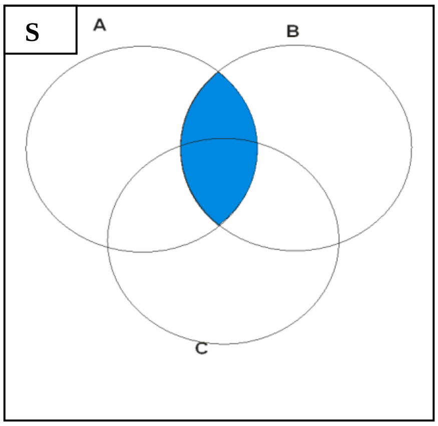
   a. $A \cap B$
   b. $A \cup D$
   c. $B + C$
   d. $B \cap D$
   e. $C \cap (A + B)$
   f. $(D \cup C) \cap A$

3. Keluarga Pak Karno terdiri dari Mega, Ratih, Galang, Guntur, Bu Karno, Nenek Ami, dan Kakek Parman. Pak Karno dan Ratih tidak menyukai ikan tapi suka daging. Bu Karno dan Mega tidak suka daging, Galang dan Nenek Ami vegetarian, sedangkan Guntur dan Kakek Parman menyukai ikan dan daging, buatlah dagram venn untuk menyatakan hubungan antara anggota keluarga Pak Karno bersdasrkan data di atas!
4. Dalam suatu kelas yang teridiri dari 40 siswa diberikan suatu angket mengenai bentuk soal ujian yang mereka sukai dengan hasil sebagai berikut, setengah diantaranya suka ujian pilihan ganda, tapi seperempatnya suka ujian berbentuk essai, jika seperempat kelas bersikap abstain terhadap pertanyaan tersebut, tentukan jumlah siswa yang suka terhadap bentuk soal pilihan ganda maupun essai berdasarkan diagram venn!

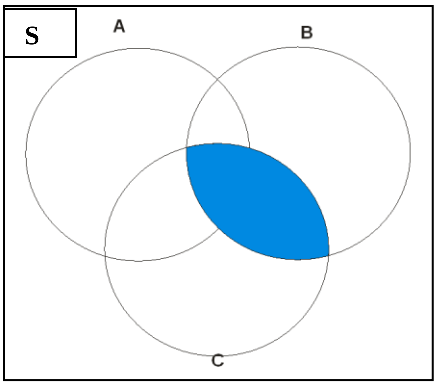
Setelah Anda mengerjakan soal-soal latihan, jika diperlukan Anda dapat melihat petunjuk berikut sebagai perbandingan hasil pekerjaan yang baru saja Anda kerjakan!

Rambu-rambui Jawaban Latihan 1

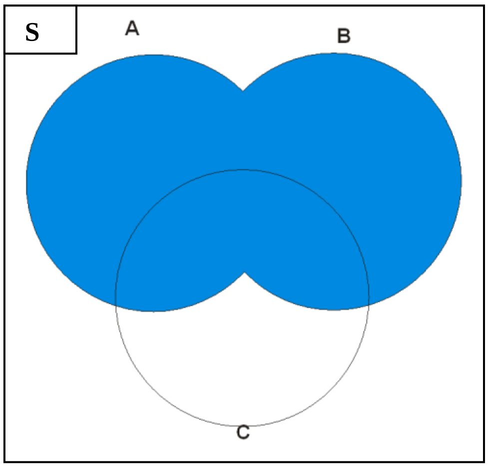
1. Gunakan definisi diagram venn operasi irisan, gabungan dan penjumlahan!
   a. $A \cap B$



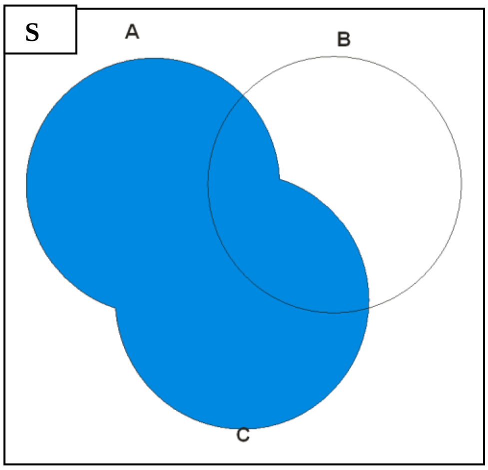
   b. $B \cap C$



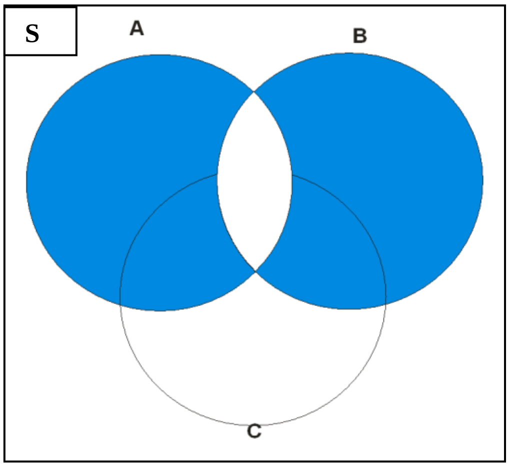
c. A $\cup$ B



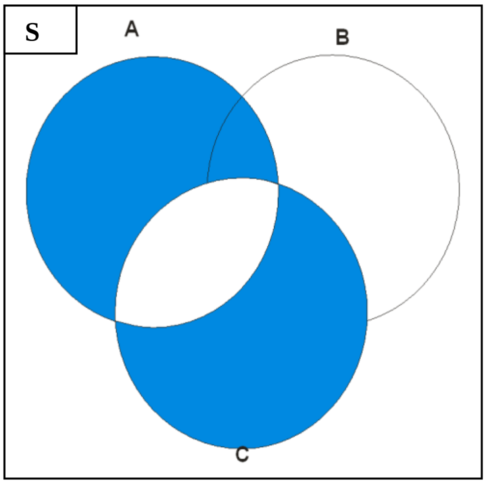
d. A $\cup$ C



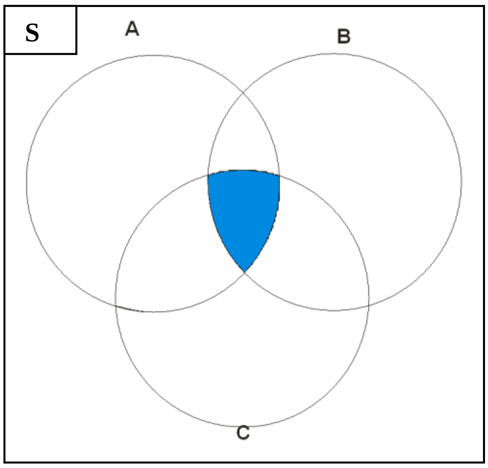
e. A + B



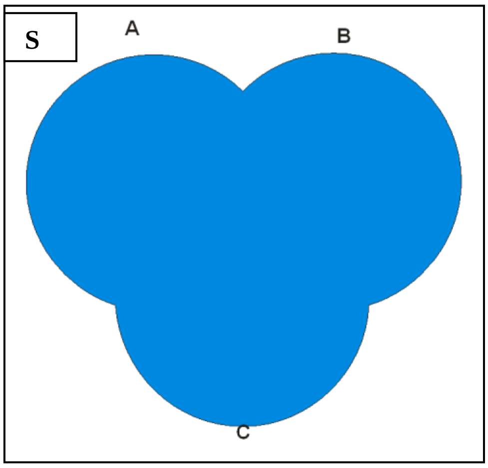
f. A + C



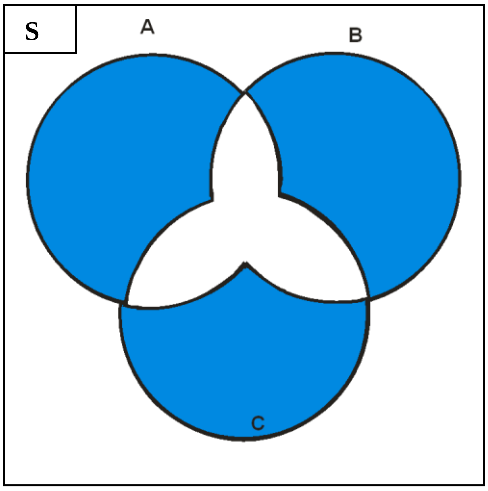
g. A ∩B ∩C, mulailah dengan mengarsir operasi yang pertama, yaitu irisan A dan B, kemudian arsirlah untuk bagian selanjutnya, sehingga dihasilkan bagian yang terarsir dua kali seperti di samping.



h. A ∪B ∪C, mulailah dengan mengarsir operasi yang pertama, gabungan A dan B, kemudian lakukan hasilnya dengan C, sehingga dihasilkan bagian yang terarsir dua kali seperti di samping



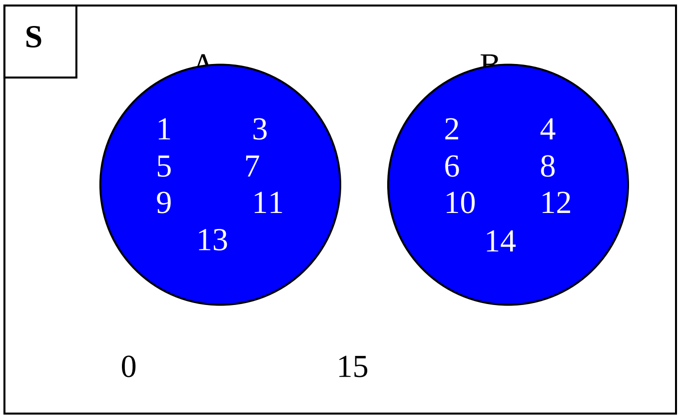
i. A + B + C, mulailah dengan mengarsir operasi yang pertama, yaitu penjumlahan A dan B, kemudian arisrlah untuk bagian selanjutnya, sehingga dihasilkan bagian yang terarsir dua kali seperti di samping



2. Gunakan definisi diagram venn operasi irisan, gabungan dan penjumlahan! Berdasarkan soal kita peroleh data-data sebagai berikut:

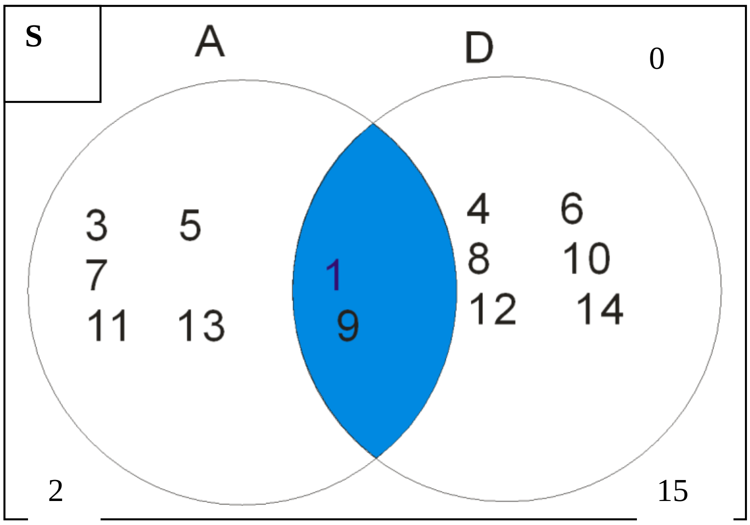
A = { 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 }
B = { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 }
C = { 2, 3, 5, 7, 11, 13 }
D = { 1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14 }
S = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 1, 15 }

a. A ∪ B



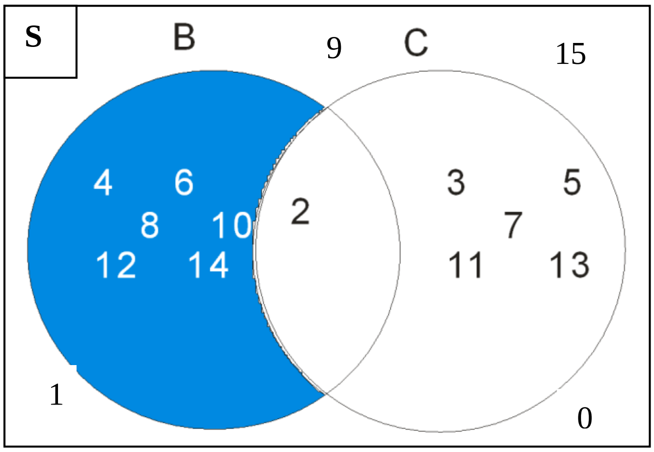
Berdasarkan diagram venn kita hasilkan gabungan A dan B = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, `10, 11, 12, 123, 14 }

b. A ∩ D



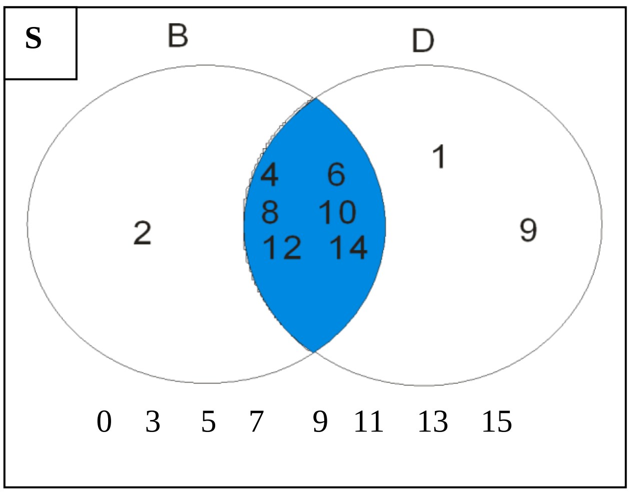
Berdasarkan diagram venn kita peroleh A ∩ D = { 1, 9 }

c. B + C



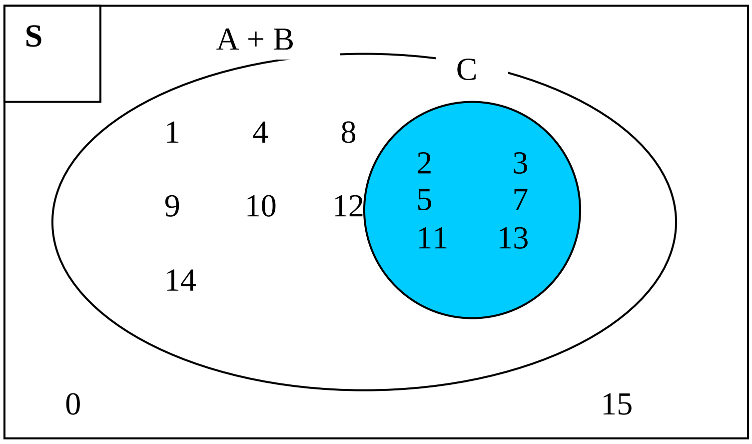
Berdasarkan diagram venn dihasilkan B + C = { 4, 6, 8, 10, 12 }

d. B ∩ D



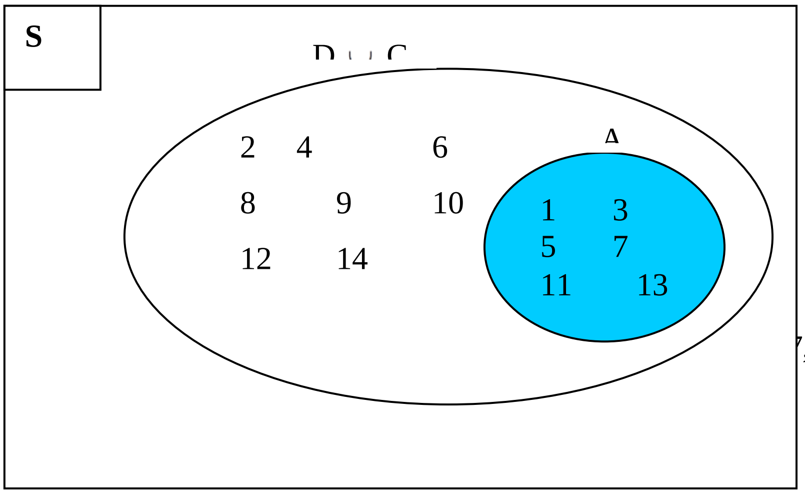
Berdasarkan diagram , daerah hasil adalah bagian yang diarsir yaitu
B ∩ D = { 4, 6, 8, 10, 12 }.

e. C ∩ (A + B)



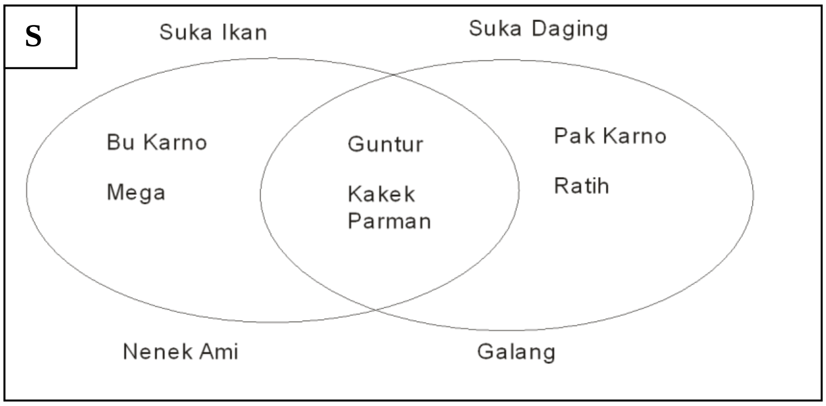
Hasil C ∩ (A + B) menurut diagram venn adalah { 2, 3, 5, 7, 11, 13 }

f. (D ∪ C) ∩A

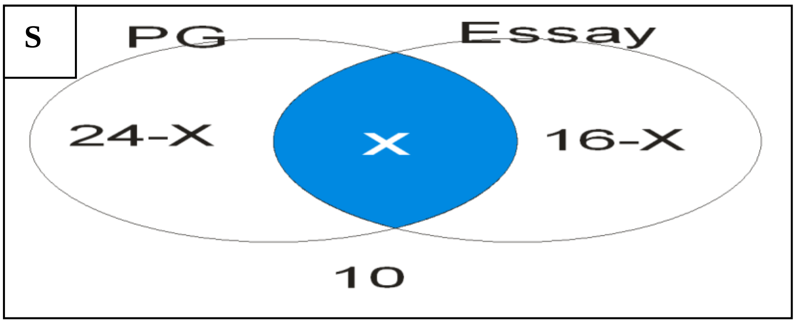


, 11, 13 }

3. Gunakan definisi diagram venn operasi irisan, gabungan dan penjumlahan!Berdasarkan data-data pada soal kita dapatkan hubungan sebagai berikut:



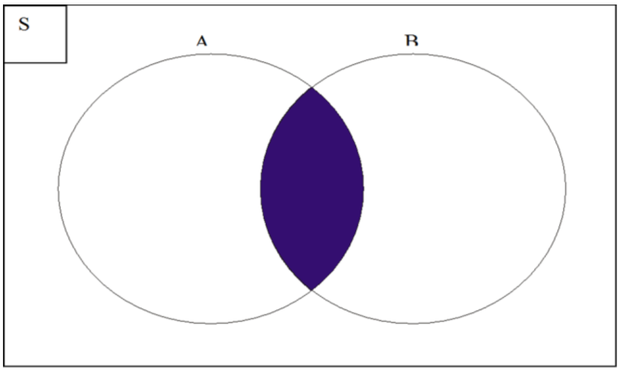
4. Gunakan definisi diagram venn operasi irisan, gabungan dan penjumlahan!Berdasarkan data, diagram venn yang dihasilkan adalah sebagai berikut:



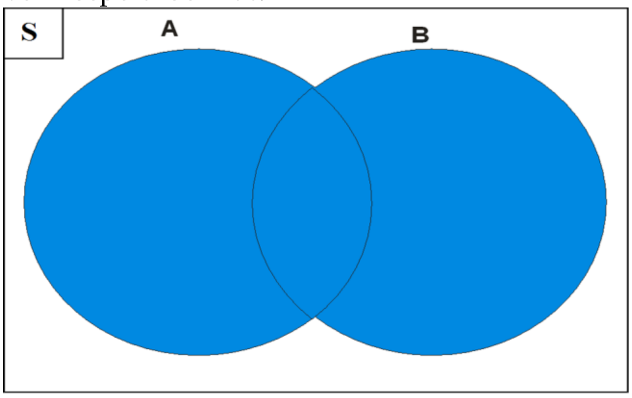
Jika kita misalkan siswa yang menyukai soal pilihan ganda dan essay sebagai X maka jumlah siswa yang menyukai pilihan ganda adalah 24 – X, sedangkan yang hanya menyukai essay saja sebanyak 16 – X. Karena jumlah siswa yang tidak menjawab pertanyaan tersebut 10 orang, maka jumlah siswa yang suka bentuk soal pilihan ganda ditambah soal pilihan essay dan yang suka kedua – duanya adalah 40 – 10 = 30 oramg. Sehingga 24 – X + (16 – X) + X = 40 – X = 30.
Jadi X = 10 orang. Artinya siswa yang menyukai soal pilihan ganda dan essay ada 10 orang.

Rangkuman

Secara umum dagram venn untuk irisan dua buah himpunan A dan B adalah:



Gabungan dua himpunan secara umum digambarkan dalam diagram venn seperti berikut:



Penjumlahan dua himpunan A + B secara umum digambarkan dalam diagram venn seperti berikut:

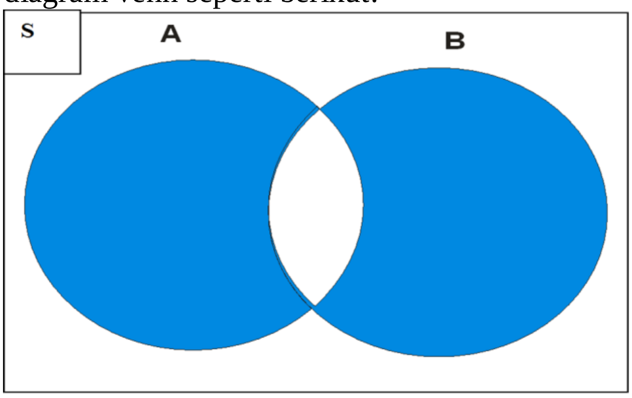


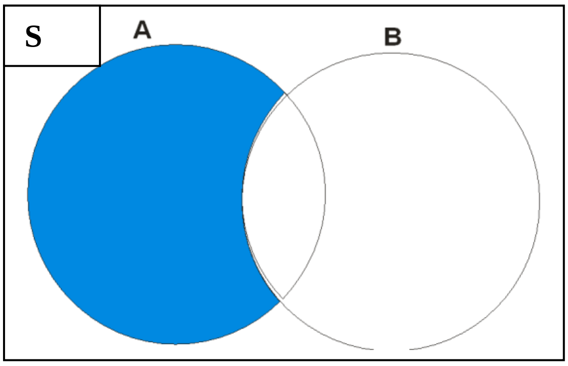
DIAGRAM VENN (2)

Pada kegiatan belajar sebelumnya, diagram venn merupakan representasi gambar dari operasi-operasi pada himpunan yang biasanya dilakukan secara aljabar. Namun seterusnya Anda bisa menggabungkan operasi secara aljabar maupun diagram venn untuk menentukan hasil beberapa kali operasi terhadap beberapa himpunan seperti pada latihan yang akan anda pelajari.

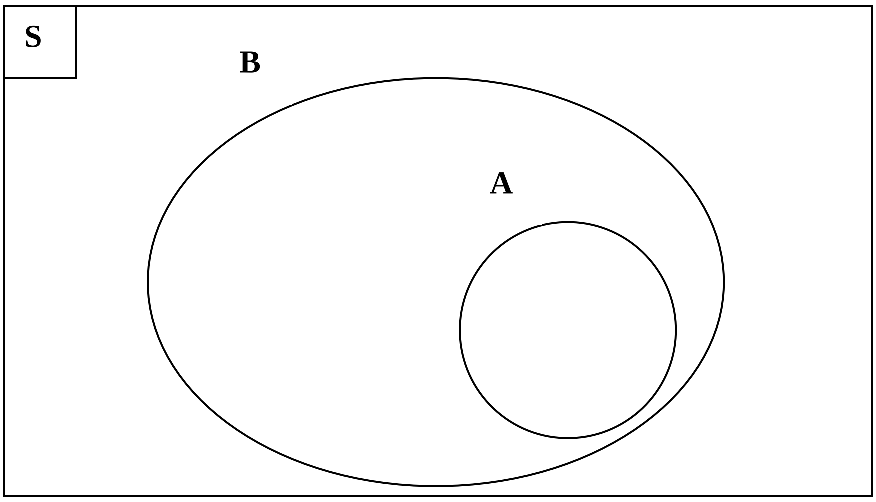
Pada kegiatan belajar kali ini juga akan diketengahkan diagram venn untuk operasi operasi yang merupakan kelanjutan dari kegiatan belajar sebelumnya, dan beberapa definisi untuk mengingatkan Anda terhadap hal-hal penting yang berkaitan dengan operasi pada himpunan.

Operasi Pengurangan (Subtraction) pada Himpunan

Pengurangan (selisih) himpunan A terhadap B (A – B) menhasilkan sebuah himpunan yang merupakan anggota A tapi tidak menjadi anggota B (ingat bahwa A – B tidak sama dengan B – A). Kecuali jika A = B. Pengurangan (selisih himpunan A dan B) secara umum digambarkan sebagai berikut:

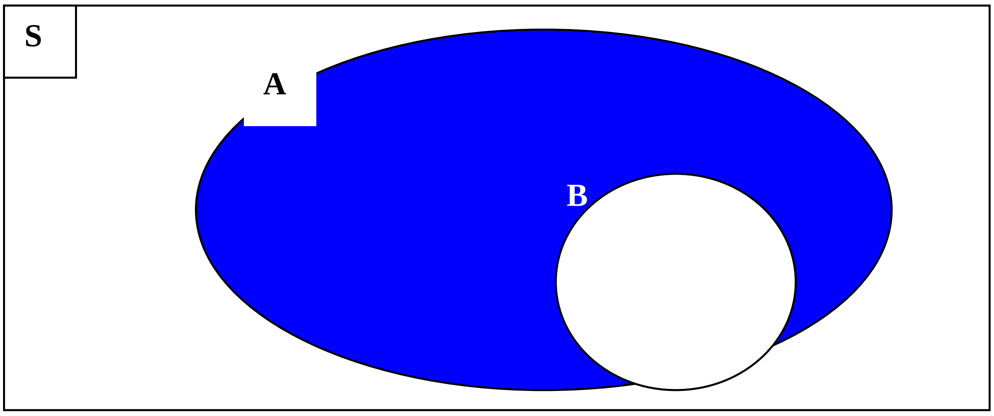


Bagian yang diarsir menunjukkan hasil operasi (selisih himpunan A dengan B)
Untuk kasus dimana A yang merupakan himpunan bagian dari B, A – B digambarkan sebagai berikut:



Bagian yang diarsir menunjukkan hasil operasi pengurangan A – B , dalam hal ini hasilnya adalah himpunan kosong, karena tidak ada anggota A yang tidak menjadi anggota B.

Seandainya teradi sebaliknya dimana B yang merupakan himpunan bagian dari A maka selisih himpunan A dengan B , hasil operasi A – B adalah bagian yang diarsir dalam diagram venn berikut:

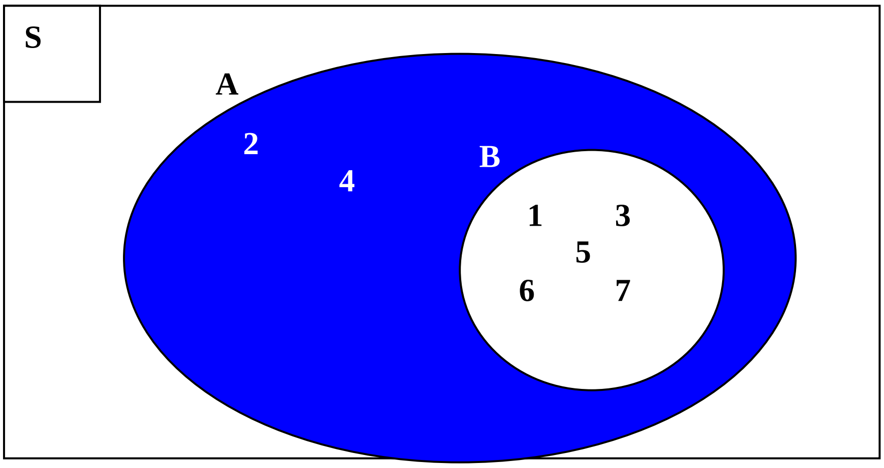


Contoh 2. 1:
Misalkan diketahui
A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 }
B = { 1, 3, 5, 6, 7 }
C = { 2, 4, 6, 7 }
Tentukan hasil operasi-operasi berikut ini berdasrkan diagram venn:

a. A – B
b. C – A
c. B – C

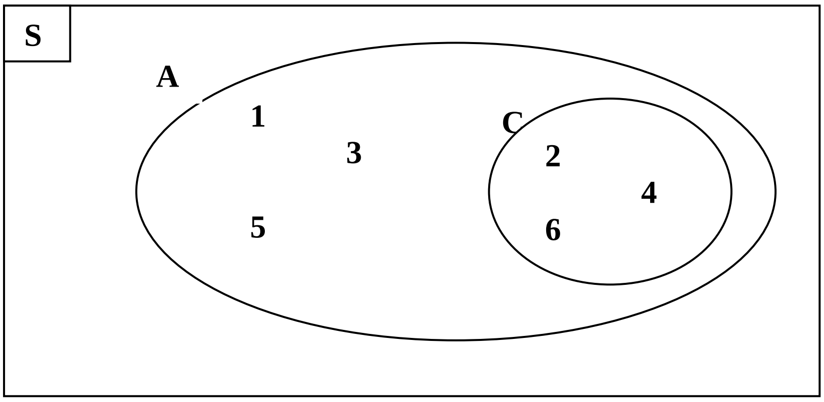
Jawab:

a. Dari data yang diketahui B adalah himpunan dari A sehingga A – B dapat kita gambarkan sebagai berikut:



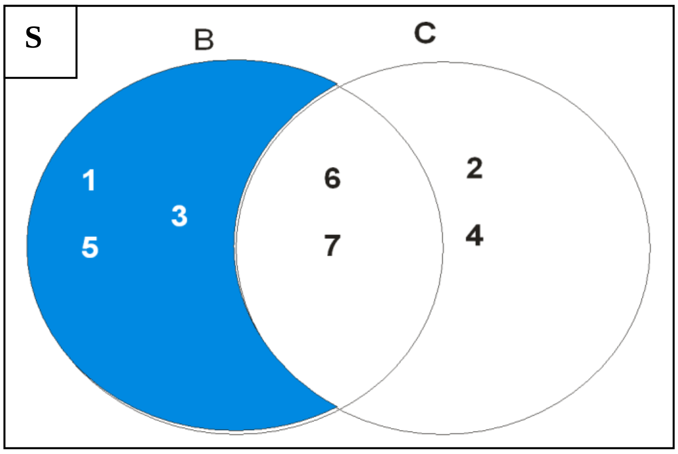
Berdasarkan gambar kita dapatkan A – B adalah bagian gambar yang diarsir = { 2, 4 }

b. Dari data yang diketahui C adalah himpunan dari A sehingga C – A dapat kita gambarkan sebagai berikut:



Berdasarkan gambar kita peroleh bahwa selisih himpunan C dengan A adalah himpunan kosong.

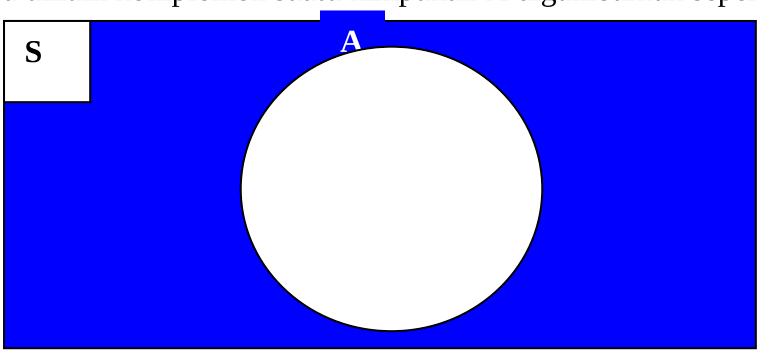
c. Dari data yang diketahui anggota himpunan B sebagian merupakan anggota himpunan C maka selisih B dan C digambarkan sebagai berikut:



Operasi komplemen pada himpunan

Pada modul terdahulu definisi komplemen dari suatu himpunan A adalah suatu himpunan yang merupakam anggota himpunan semesta tapi bukan anggota A, dengan demikian setiap operasi komplemen harus mendefinisikan semesta pembicaraan terlebih dahulu.

Secara umum komplemen suatu himpunan A digambarkan seperti berikut:



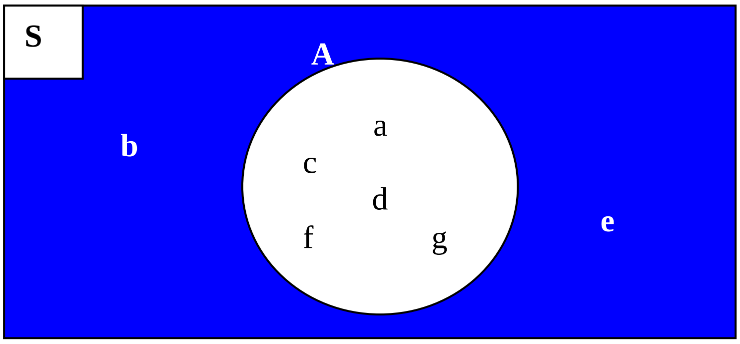
Bagian yang diarsir menyatakan anggota komplemen himpunan A.

Contoh 2. 2:
Diketahui A = { a, c, d, f, g }dan B { b, c, e, g }
Jika S = { a, b, c, d, e, f, g } gambarkan diagram venn dan tentukan:

a. A^C
b. B^C

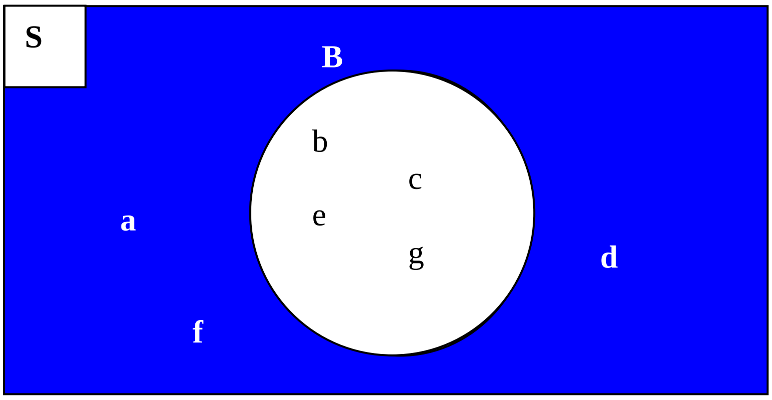
Jawab:

a. A^C



A^C adalah bagian yang diarsir Jadi A^C = { b, e }

b. B^C

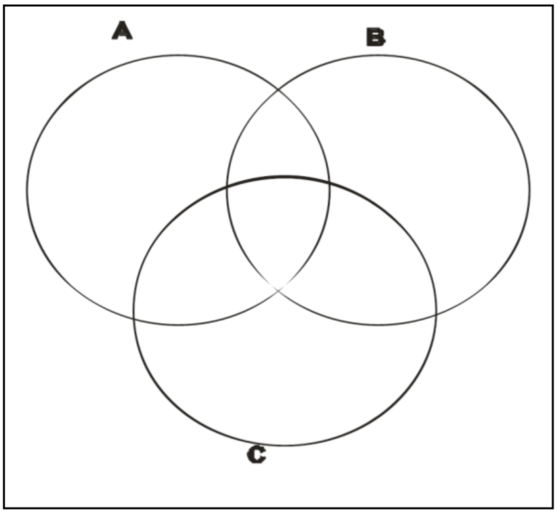


B^C adalah bagian yang diarsir. Jadi B^C = { a, d, f }

Untuk memantapkan pemahaman Anda tentang materi yang baru saja dipelajari, kerjakanlah beberapa soal berikut dengan teliti dan cermat!

Latihan 2

1. Gambarlah diagram venn seperti di bawah ini:



Berdasarkan gambar tersebut arsirlah bagian yang dimaksud dalam soal-soal berikut:

a. (A – B) - C
b. A - (B $\cap$ C)
c. C - (A $\cup$ B)
d. (A – C) + B
e. C + (B - A)
f. $A^C \cap B + C$
g. $A^C\, B^C\, C$
h. $C + A^C\, B^C$

2. Himpunan A adalah himpunan yang anggotanya merupakan faktor dari 15. B adalah himpunan yang anggotanya merupakan faktor dari 12, C adalah himpunan bilangan prima yang kurang dari 15, sedangkan D himpunan bilangan komposit yang kurang dari 15. jika semesta pembicaraan didefinisikan sebagai { x | x $\leq$ 15, x bilangan cacah } gambarkanlah dengan diagram venn dan tentukan :

a. A - B
b. $D - A^C$
c. $B^C + C$
d. $B^C \cap D^C$
e. $C \cap (A + B)^C$
f. $(D^C \cup C) \cap A^C$

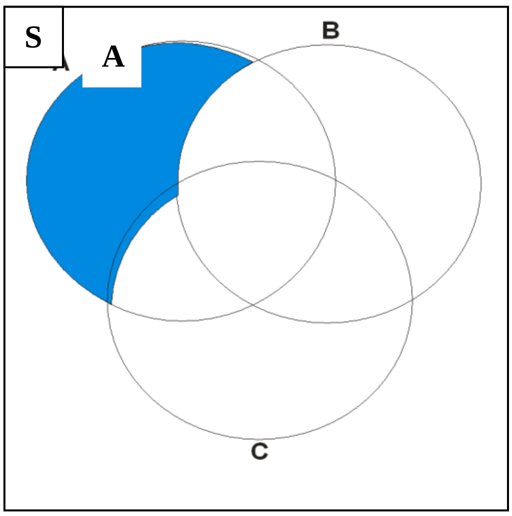
3. 55 orang dari 1160 mahasiswa tidak menyetujui terpilihnya Andri ataupun Hendra sebagai ketua BEM tahun ini, sementara itu banyaknya suara yang setuju Andri sebagai ketua BEM sebanyak 638 orang, sedangkan Hendra mendapatkan suara sebanyak 659 orang. Gambarkan dan tentukanlah berdasarkan diagram venn:

a. Banyaknya mahasiswa yang setuju Andri ataupun Hendra untuk menjadi ketua BEM tahun ini!
b. Selisih jumlah mahasiswa yang menyetujui terpilihnya Andri sebagai ketua BEM tahun ini
c. Jumlah mahasiswa yang tidak menyetujui terpilihnya Andri sebagai ketua BEM tahun ini.
d. Jumlah mahasiswa yang tidak menyetujui terpilihnya Andri sebagai ketua BEM tahun ini.

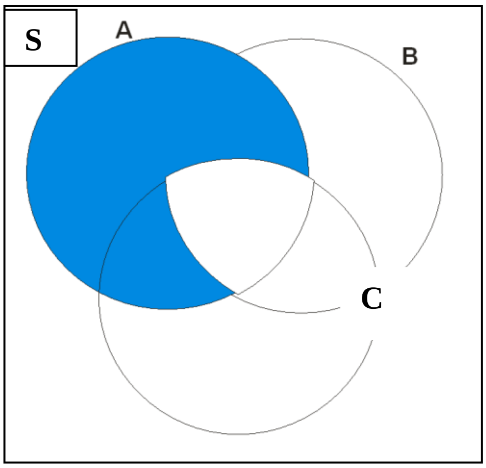
Setelah Anda mengerjakan soal-soal latihan, jika diperlukan Anda dapat melihat petunjuk berikut sebagai perbandingan hasil pekerjaan yang baru saja Anda kerjakan!

Rambu-rambu Jawaban Latihan 2

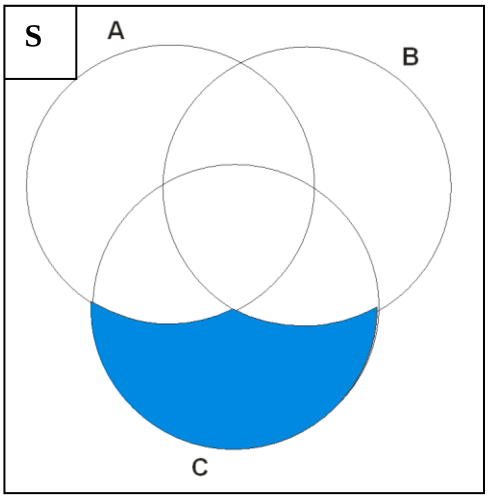
1. Gunakan definisi diagram venn operasi irisan, gabungan penjumlahan, pengurangan, komplemen! Mulailah dengan mengarsir bagian satu operasi lalu hasilnya dioperasikan lagi dengan mengarsir bagian sesuai dengan definisi, bagian yang paling sering terarsir adalah hasil operasi keseluruhan
   a. $(A – B) – C$



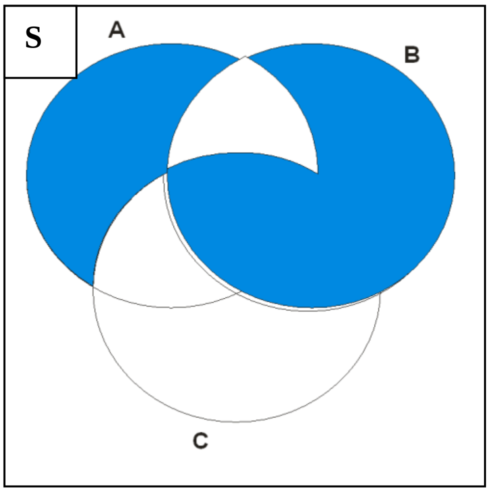
   b. $A - (B \cap C)$



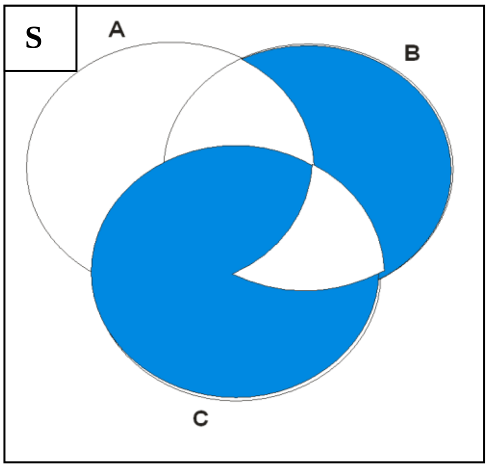
c. C - (A ∪ B)



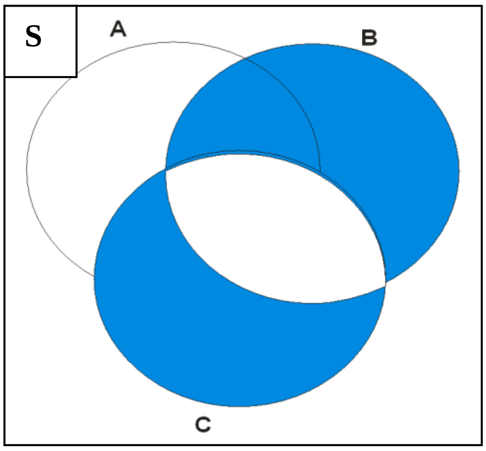
d. (A – C) + B



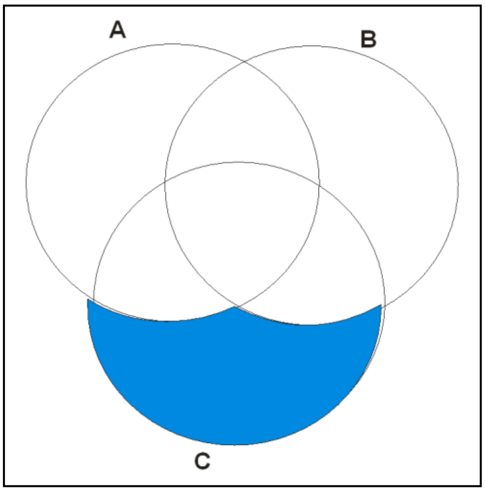
e. C + (B - A)



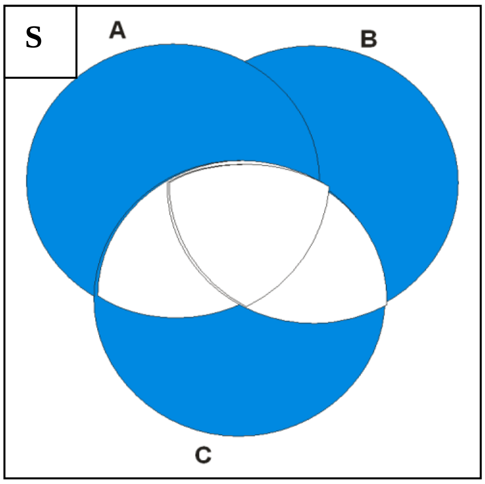
f. $A^C \cap (B + C)$



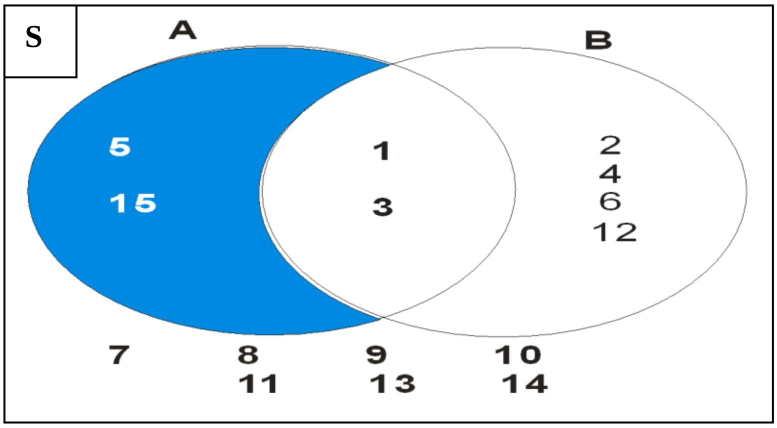
g. $A^C \cap B^C \cap C$



h. $C + A^C \cup B^C$



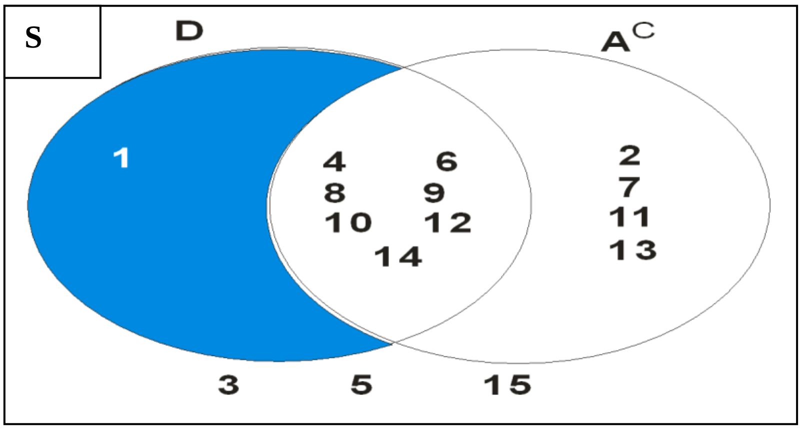
2. Gunakan definisi diagram venn operasi irisan, gabungan penjumlahan, pengurangan, komplemen
   a. A – B



Hasil operasi ditunjukkan oleh bagian yang diarsir, dengan demikian kita dapatkan bahwa A – B = { 5, 15 }

   b. D - A^C

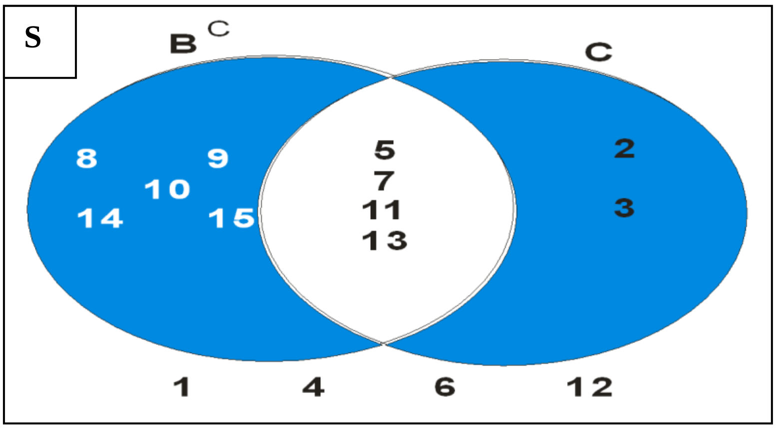
Untuk mempermudah menggambarkan operasi ini dengan diagram venn kita selesaikan dulu A^C secara aljabar, dimana kita mendapatkan bahwa:
A^C = { 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 }
Kemudian kita gambarkan dalam diagram venn selisih antara D dengan komplemen A sebagai berikut:



Hasil operasi ditunjukkan oleh bagian yang diarsir, dengan demikian kita dapatkan bahwa D - A^C = { 1 }

   c. B^C + C

Untuk mempermudah menggambar diagram venn cari terlebih dahulu B^C yaitu { 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15 }. Kemudian kita gambarkan dalam diagram venn penjumlhan komplemen himpunan B dengan C dengan hasil operasi adalah bagian yang diarsir sebagai berikut



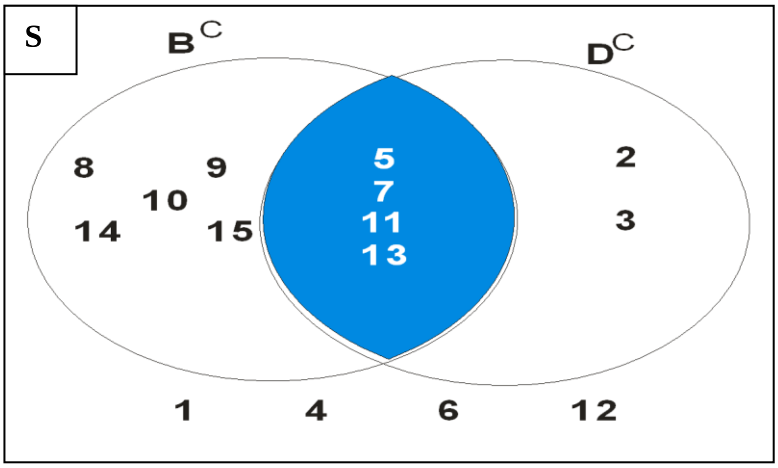
Berdasarkan pada diagram venn kita peroleh bahwa $B^C + C$ = { 2, 3, 8, 9, 10, 14, 15 }.

d. $B^C \cap D^C$

Untuk menyelesaikan soal ini kita dapat meyelesaikannya secara aljabar dahulu hal yang diperlukan, dan untuk itu Anda memiliki dua cara, yaitu dengan mencari masing-masing komplemen B dan D ataupun sesuai dengan sifat komplemen yang telah Anda Pelajari bahwa $B^C \cap D^C = (B \cup D)^C$. Cara berikut ini adalah dengan cara yang pertama yaitudengan mencari masing-masing komplemen himpunan B dan D. Cara kedua akan menghasilkan hasil yang sama.

B^C = { 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15 }

D^C = { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 15 }, sehigga kita hasilkan diagram venn seperti berikut:

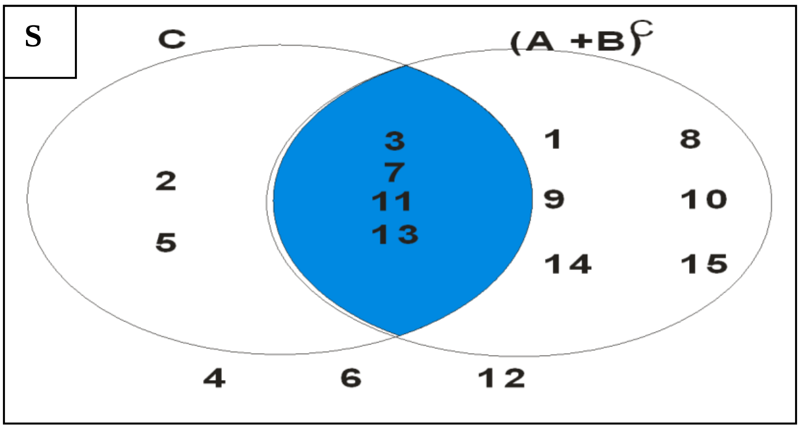


Berdasarkan gambar $B^C \cap D^C$ = { 5, 7, 11, 13 }

e. $C \cap (A + B)^C$

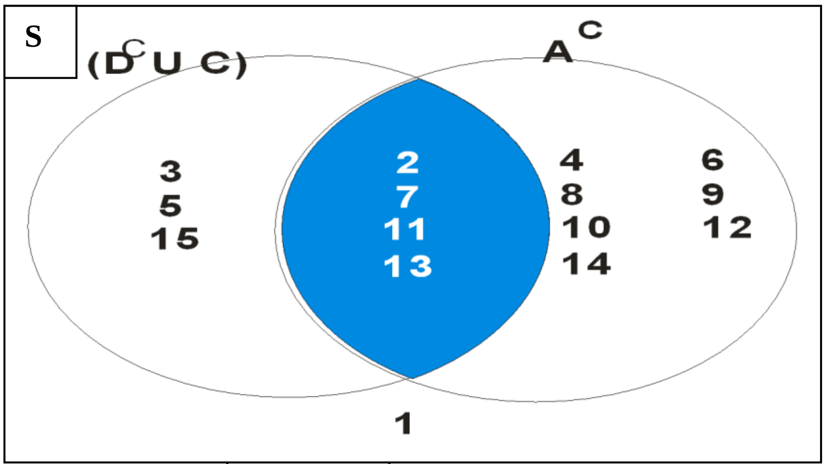
Untuk mempermudah menggambar dengan diagram venn kita selesaikan dahulu komplemen A + B secara aljabar

A + B = { 2, 4, 5, 6, 12 }
$(A + B)^{C}$ = { 1, 3, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15 }
Berdasarkan data tersebut kita gambarkan dalam dagram venn seperti berikut:



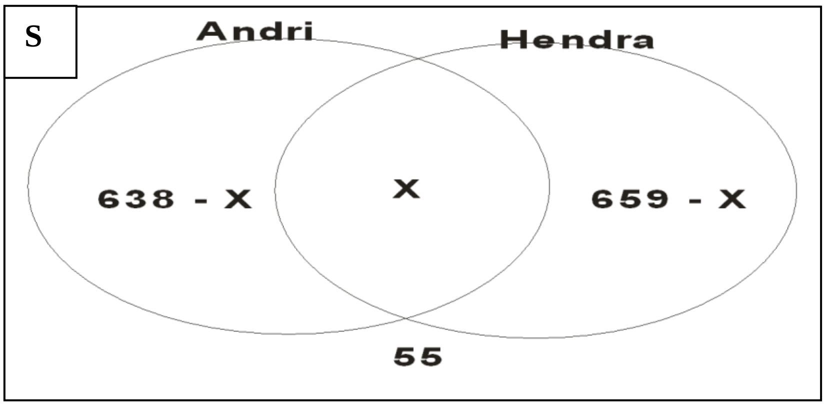
Berdasarkan gambar kita dapatkan $C \cap (A + B)^{C}$ = { 3, 7, 11, 13 }

f. $(D^{C} \cup C) \cap A$
Berdasarkan data kita dapatkan bahwa $(D^{C} \cup C)$ = { 2, 3, 4, 7, 1, 13, 15}, A^{C} = { 2, 4, 6, 7, 8, 9 } sehingga dapat digambarkan hubungannya dan hasil operasi adalah bagian yang diarsirsebagai berikut:



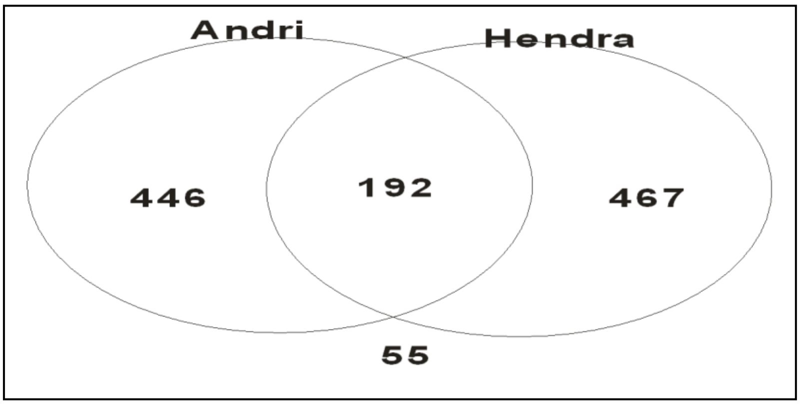
Dengan demikian $(D^{C} \cup C) \cap A^{C}$ = { 2, 7, 11, 13 }

3. Gunakan definisi diagram venn operasi irisan, gabungan dankomplemen!
Berdasarkan soal kita peroleh data sebagai berikut:
Jumlah mahasiswa = n(S) = 1160
Jumlah suara Andri sebagai ketua BEM = 638
Jumlah suara Hendra sebagai ketua BEM = 659
Jumlah suara yang tidak setuju terhadap Andri maupun Hendra $n(A \cup B)^{C}$ = 55. Berdasarkan data tersebut gambar hubungan himpunan yang satu dengan lainnya adalah sebagai berikut:



a. jumlah mahasiswa yang setuju Andri maupun Hendra untuk menjadi ketua BEM tahun ini adalah nilai x yang dapat kita cari dengan cara sebagai berikut
   $n(S) - n(A \cup B)^C = 638 - x + x + 659 - x$
   $1160 - 55 = 638 + 659 + x$
   $x = 1297 - 1105$
   $x = 192$
   Jadi jumlah mahasiswa yang setuju Andri ataupun Hendra untuk menjadi ketua BEM tahun ini yaitu 192 orang.

   Berdasarkan data tersebut diagram venn akan menjadi sebagai berikut:



b. Berdasarkan diagram venn selisih jumlah mahasiswa yang setuju Andri dan Hendra menjadi ketua BEM tahun ini adalah 446 + 467 = 913

c. Berdasarkan diagram venn jumlah mahasiswa yang tidak setuju Andri menjadi ketua BEM tahun ini adalah 192 + 467 + 55 = 714

d. Berdasarkan diagram venn jumlah mahasiswa yang tidak setuju Andri menjadi ketua BEM tahun ini adalah 446 + 192 + 55 = 693

DAFTAR PUSTAKA

Addison, Wesley. ***Publishing in Algebra: A Technology and Approach*.** Maryland. Janson Publications.

Bill, Stein, Libe, Kind, Shlomo dan Lott, Johny. ***A Problem Solving Approach To Mathematics for Elementary School Teaher.*** **Ca**lifornia.

Grassman, K. Winfried dan Tremblay, Jean Paul. 1998. ***Logic and Discrete Mathematics, A Computer Science Perspective.*** Prentice Hall International, Inc.

Lipschutz, Seymour. 1981. ***Schaum's Outline Series: Set Theory and Related Topics.*** Mc-Graw Hill. Inc.

Ruseffendi, E.T., 1980. **Dasar-dasar Matematika Modern.** Bandung. Tarsito

Wheeler, E. Ruric. 1973. *M**odern Mathematics: An Elementay Approach.*** Brooks/Cole Publishing Company. Meonterey, California.