

**PARADIGMA PEMBELAJARAN MATEMATIKA
DENGAN PENDEKATAN INVESTIGATIF :
SEBUAH KERANGKAT TEORITIS**

Oleh :

Dindin Abdul Muiz Lidinillah, S.Si., S.E., M.Pd.
PGSD UPI Kampus Tasikmalaya
Jalan Dadaha No. 18 Tasikmalaya 46115
email : dindin_a_muiz@upi.edu

A. Pendahuluan

Investigasi matematika pertama kali diperkenalkan dalam Cockroft Report tahun 1982 oleh *Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in School* di Inggris sebagai bagian aktivitas pembelajaran matematika. Dalam Cockroft Report tersebut direkomendasikan bahwa pembelajaran matematika dalam setiap jenjang pendidikan harus meliputi : eksposisi (pemaparan) guru, diskusi, kerja praktek, pemantapan dan latihan, pemecahan masalah dan kegiatan investigasi.

Istilah investigasi matematika pernah termuat dalam Kurikulum 2004 (KBK) di Indonesia dengan menggunakan istilah penyelidikan yang direkomendasikan bersama eksplorasi dan eksperimen sebagai salah satu aktivitas pembelajaran matematika. Banyak penelitian dan kajian yang diarahkan untuk menjelaskan kedudukan investigasi matematika dalam pembelajaran matematika baik sebagai tugas (*task*), proses kognitif (*cognitive processes*) dan aktivitas (*activity*) untuk meneliti dampak dan pengaruh investigasi matematika dalam mengembangkan kemahiran matematika siswa (*mathematical proficiency*).

Dalam makalah ini akan dipaparkan tentang perkembangan kerangka teoritis investigasi matematika serta model pengembangan dan penerapan investigasi matematika dalam pembelajaran matematika sekolah dasar.

B. Paradigma Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar

Matematika adalah suatu bentuk warisan kebudayaan manusia yang sangat berharga hingga saat ini. Matematika dapat menjadi bukti bahwa daya nalar manusia telah mengalami kemajuan pesat dalam setiap babak sejarah kebudayaan manusia.

Dengan tanpa mengenyampingkan peran bidang ilmu lain, matematika bahkan menjadi alat dalam penyelesaian masalah-masalah dalam bidang ilmu lainnya. Matematika terus berkembang baik secara otonom atau disebabkan berinteraksi dengan permasalahan kehidupan manusia atau permasalahan dalam bidang-bidang ilmu lainnya. Di antara beberapa bidang-bidang kajian dalam matematika lahir karena suatu masalah yang muncul dalam bidang ilmu lain. Bahkan, bidang kajian matematika tersebut dapat berkembang terus melampaui masalah yang telah dipecahkan sebelumnya dalam bidang ilmu tersebut.

Dalam NCTM (2000:4) disebutkan bahwa kebutuhan terhadap penguasaan bidang matematika dipengaruhi beberapa pandangan, yaitu :

1. *Mathematics for life* (matematika untuk kehidupan). Penguasaan matematika dapat memberikan kepuasan dan kekuatan secara personal. Berbagai aspek yang menopang kehidupan manusia sekarang lebih matematis dan berteknologi. Misalkan, keputusan dalam pembelian, memilih dan merencanakan asuransi kesehatan dan pendidikan, serta berbagai keputusan yang harus diambil yang dipertimbangkan dengan penuh perhitungan matematis.
2. *Mathematics as a part of cultural heritage* (matematika sebagai warisan budaya). Matematika adalah suatu prestasi dari budaya dan perkembangan intelektual umat manusia, dan masyarakat mengembangkan apresiasi dan memahami prestasi pencapaian tersebut, meliputi aspek estetika dan rekreasi dari matematika.
3. *Mathematics for the workplace* (matematika untuk dunia kerja). Level Matematika yang dibutuhkan untuk masyarakat yang cerdas telah meningkat secara drastis, begitu juga memiliki kemampuan berpikir matematis dan pemecahan masalah diperlukan di dunia kerja, bahkan di berbagai wilayah dunia kerja mulai dari pelayanan kesehatan sampai kepada desain grafis.

4. *Mathematics for the scientific and technical community* (Matematika untuk masyarakat ilmiah dan teknologi). Walaupun semua jenis pekerjaan memerlukan fondasi kemampuan matematika, beberapa diantaranya membutuhkan kemampuan matematika yang lebih tinggi. Banyak siswa yang harus mengikuti jalur pendidikan untuk mempersiapkan pekerjaan di masa depan baik sebagai ahli matematika, ahli statistik, insinyur, maupun ilmuan.

Semakin meningkatnya kebutuhan terhadap matematika dalam kehidupan manusia secara luas, menuntut perubahan dalam sistem pendidikan agar mampu mempersiapkan peserta didik yang berkemampuan matematik untuk menopang kehidupan mereka. Sebagai contoh, untuk pemenuhan kebutuhan sumberdaya di perusahaan industri diperlukan profil tenaga kerja sebagai berikut (Pollak, 1987, dalam NCTM 1989 : 34), yaitu memiliki :

1. kemampuan dalam menyajikan masalah dengan cara yang tepat;
2. pengetahuan tentang berbagai teknik untuk menguasai dan menyelesaikan masalah;
3. pemahaman tentang bentuk-bentuk dasar dari suatu masalah;
4. kemampuan untuk bekerjasama dalam memecahkan masalah;
5. kemampuan untuk memahami penerapan ide-ide matematika dalam pemecahan masalah yang kompleks;
6. kesiapan dalam menghadapi situasi masalah yang terbuka, ketika sebagian besar masalah nyata tidak bisa diformulasikan; serta
7. keyakinan tentang kegunaan dan manfaat/nilai matematika.

Profil tenaga kerja seperti itu lebih menuntut seseorang agar memiliki kemampuan berpikir matematis yang kritis dan kreatif serta sikap yang positif dalam memecahkan berbagai permasalahan di dunia kerja. Berdasarkan paparan tersebut di atas, pendidikan matematika di sekolah harus mampu membekali siswa tidak hanya penguasaan konten matematika tetapi juga kemampuan berpikir matematis.

Tuntutan terhadap pendidikan matematika seperti di atas mendorong setiap Negara untuk terus meningkatkan dan menyempurnakan kurikulum matematika sekolah di setiap jenjang pendidikan. Implikasinya adalah kurikulum matematika sekolah harus mampu menjawab kebutuhan dalam mempersiapkan sumberdaya manusia yang handal.

1. Arah dan Tujuan Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar

Bagaimana sebenarnya arah dan tujuan pembelajaran (*goals*) matematika di sekolah ? Dalam NCTM (1989 : 5) dinyatakan bahwa tujuan umum pembelajaran matematika di sekolah adalah agar siswa : (1) belajar tentang nilai-nilai yang terkandung dalam matematika, (2) percaya diri terhadap kemampuan metamatikanya, (3) menjadi pemecah masalah, (4) dapat berkomunikasi secara matematis, dan (5) dapat bernalar secara matematis.

Arah tujuan pembelajaran seperti ini menjadi ciri baru pembelajaran matematika di sekolah mulai dari jenjang sekolah dasar sampai perguruan tinggi, paling tidak *National Council of Teachers Mathematics* (NCTM) mewakili Amerika Serikat. Setiap Negara memiliki cara mereka sendiri untuk melakukan perubahan dalam pembelajaran matematika sesuai dengan karakteristik sistem pendidikan masing-masing.

Dalam (NCTM, 1989 : 29) diungkapkan pula bahwa :

tujuan utama pembelajaran matematika adalah untuk membantu siswa dalam mengembangkan keyakinan bahwa mereka memiliki kemampuan dengan matematika dan mereka dapat mengontrol kesuksesan maupun kegagalannya sendiri. Hal ini seperti dapat mengembangkan kepercayaan diri siswa terhadap kemampuannya dalam memberikan alasan dan membenarkan pikiran mereka. Kemampuan seperti itu akan berkembang ketika siswa belajar bahwa matematika tidak sekedar mengingat aturan atau prosedur tetapi matematika harus masuk, logis sekaligus menyenangkan. Kelas harus memuat kegiatan penalaran, komunikasi, dan pemecahan masalah yang merupakan komponen utama tujuan dari kurikulum matematika sekolah.

Satu lagi gambaran pembelajaran matematika di Negara lain, yaitu di Singapura. Dalam silabus pembelajaran matematika di sekolah dasar (*Ministry of Education Singapore, 2007*) diungkapkan bahwa pendidikan matematika memiliki tujuan agar siswa dapat :

- a. memperoleh konsep dan keterampilan matematika yang diperlukan untuk kehidupan sehari-hari, dan untuk keberlanjutan belajar dalam matematika dan disiplin ilmu yang berkaitan;
- b. mengembangkan keterampilan proses yang diperlukan untuk memperoleh dan menerapkan konsep dan keterampilan matematika;
- c. mengembangkan kemampuan berpikir matematis dan keterampilan pemecahan masalah serta menggunakan keterampilan tersebut untuk memformulasi dan memecahkan masalah;
- d. mengenal dan menggunakan hubungan antar konsep-konsep matematika, dan antara matematika dengan disiplin ilmu lainnya;
- e. mengembangkan sikap positif terhadap matematika;
- f. menggunakan berbagai alat-alat matematika secara efektif (termasuk alat-alat teknologi informasi dan komunikasi) dalam pembelajaran dan penggunaan matematika;
- g. menghasilkan produk yang imajinatif dan kreatif yang ditimbulkan dari ide-ide matematis; serta
- h. mengembangkan kemampuan untuk berpikir secara logis, berkomunikasi secara matematis, dan belajar secara koperatif dan mandiri.

Melihat contoh gambaran tujuan pembelajaran matematika di sekolah dari 2 (dua) negara tersebut, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika sudah tidak lagi hanya diarahkan kepada kemampuan matematika faktual dan prosedural tetapi diarahkan juga kepada kemampuan proses matematika dan sikap positif terhadap matematika (ranah afektif). Di Negara lain seperti Belanda dan Jepang yang juga dianggap menjadi kiblat perkembangan pembelajaran matematika di sekolah, memiliki karakteristik yang serupa walaupun memiliki ciri khas masing-masing. Di Belanda bahkan dikenal dengan penerapan *Realistic Mathematic Education* (RME) dan menjadi model bagi pembelajaran matematika di beberapa Negara. Hampir semua karakteristik kurikulum matematika di sekolah menempatkan pemecahan masalah sebagai fokus kurikulum, seperti yang tertuang dalam buku *an Agenda for Action* (1980) di Amerika. Sejalan dengan itu, pembelajaran matematika di Jepang bahkan mendorong siswa agar memiliki kemampuan berpikir kritis dan kreatif melalui kegiatan pemecahan masalah dan aktivitas matematika lainnya. Oleh karena itu,

pembelajaran matematika sering disajikan dengan pendekatan terbuka atau *Open Ended Approach*.

Bagaimana dengan Indonesia? Kurikulum matematika di Indonesia berupaya untuk merespon kebutuhan pengembangan sumber daya manusia yang lebih kompetitif. Perubahan kurikulum di Indonesia juga dipengaruhi oleh perkembangan di Negara lain yang dianggap lebih sukses dalam menerapkan kurikulum matematika di sekolah. Dengan tanpa mengabaikan proses perubahan sebelumnya, gambaran perubahan kurikulum matematika dimulai sejak tahun 2002 sebagai rintisan kurikulum 2004 yang terkenal dengan Kurikulum Berbasis Kompetensi (KBK). Kurikulum tersebut kemudian disempurnakan menjadi Kurikulum 2006 dalam bentuk Standar Isi (SI) dan Standar Kompetensi Lulusan (SKL) yang dilaksanakan dalam bentuk Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) di setiap sekolah.

Berikut ini adalah gambaran dari orientasi dan tujuan pembelajaran matematika di sekolah dasar di Indonesia.

a. Kurikulum 2004

Fungsi pembelajaran matematika di sekolah dasar adalah :

“...untuk mengembangkan kemampuan bernalar melalui kegiatan penyelidikan, eksplorasi, dan eksperimen, sebagai alat pemecahan masalah melalui pola pikir dan model matematika, serta sebagai alat komunikasi melalui simbol, tabel, grafik, diagram, dalam menjelaskan gagasan.

Tujuan pembelajaran matematika di sekolah dasar adalah : “ ... melatih dan menumbuhkan cara berpikir secara sistematis, logis, kritis, kreatif dan konsisten. Serta mengembangkan sikap gigih dan percaya diri sesuai dalam menyelesaikan masalah”.

Sementara kecakapan dan kemahiran matematika untuk siswa sekolah dasar adalah sebagai berikut.

- 1) Menunjukkan pemahaman konsep matematika yang dipelajari, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah.
- 2) Memiliki kemampuan mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, grafik atau diagram untuk memperjelas keadaan atau masalah.
- 3) Menggunakan penalaran pada pola, sifat atau melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.

- 4) Menunjukkan kemampuan strategik dalam membuat (merumuskan), menafsirkan, dan menyelesaikan model matematika dalam pemecahan masalah.
- 5) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan.

b. Kurikulum 2006

Tujuan, fungsi serta kecakapan dan kemahiran dari pembelajaran matematika disederhanakan hanya sebagai tujuan pembelajaran matematika kerana secara implisit mencakup yang fungsi serta kecakapan dan kemahiran matematika. Tujuan pembelajaran matematika di sekolah dasar adalah agar siswa memiliki kemampuan sebagai berikut.

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah
 2. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika
 3. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh
 4. Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah
- b) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Pembelajaran matematika di sekolah termasuk di sekolah dasar di Indonesia seperti halnya difokuskan kepada pendekatan pemecahan masalah yang didukung oleh kemampuan-kemampuan matematika yang lainnya. Dengan begitu dapat disimpulkan bahwa orientasi pembelajaran matematika di Indonesia yang dilihat dari kurikulumnya, mengikuti trend orientasi pembelajaran di Negara-negara yang telah maju dengan tanpa mengabaikan keunggulan negara masing-masing.

2. Profil Pembelajaran Matematik di Sekolah Dasar

Untuk memahami profil pembelajaran matematika di sekolah, berikut ini disajikan 6 (enam) prinsip yang harus dipertimbangkan oleh sekolah (NCTM, 2000 : 11).

- a. *Kesamaan*, keunggulan dalam pendidikan matematika memerlukan kesamaan dalam harapan dan dukungan kuat untuk setiap siswa.
- b. *Kurikulum*, kurikulum tidak hanya sekedar kumpulan aktivitas, tetapi harus koheren, fokus terhadap hal-hal penting dalam matematika, dan harus terpadukan untuk berbagai tingkatan.
- c. *Mengajar*, mengajar matematika yang efektif memerlukan pemahaman tentang apa yang diketahui siswa dan kebutuhan belajarnya serta kemudian memberikan tantangan dan dukungan kepada mereka untuk belajar dengan baik.
- d. *Belajar*, siswa harus belajar matematika dengan pemahaman yang secara aktif membangun pengetahuan baru dari pengalaman dan pengetahuan sebelumnya.
- e. *Penilaian*, penilaian harus mendukung proses belajar matematika yang penting dan melengkapi informasi yang berguna baik untuk guru maupun untuk siswa.
- f. *Teknologi*, teknologi sangat penting dalam mengajar dan belajar matematika, kerana mempengaruhi bagaimana mengajar matematika dan meningkatkan kemampuan belajar siswa.

Bagaimana pelaksanaan pembelajaran matematika di kelas? Prinsip pembelajaran matematika di atas dapat memberikan arahan tentang pembelajaran matematika yang seharusnya dilaksanakan. Untuk memahami bagaimana pembelajaran matematika yang terjadi di kelas diperlukan kerangka berpikir yang akan memberikan landasan pemahaman dan tindakan tentang pembelajaran matematika, kerangka berpikir ini juga akan memberikan pemahaman tentang bagaimana paradigm pembelajaran matematika di sekolah berikut dengan pergeseran paradigm yang telah terjadi.

Untuk melihat profil pembelajaran matematika serta perubahan pada paradigma pembelajarannya, menurut Cockcroft (1982, Turmudi, 2008 : 14 – 15) paling tidak dapat dilihat dari 3 dimensi yang dapat dijadikan acuan, yaitu : (1) *matematika*, sebagai bahan yang dipelajari, (2) *metode*, sebagai cara dan strategi penyampaian bahan matematika, serta (3) *siswa*, sebagai subjek yang mempelajari bahan matematika.

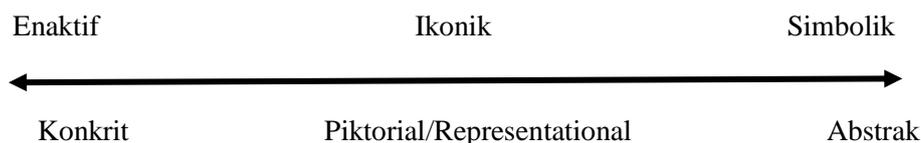
Dimensi matematika sebagai bahan pembelajaran merentang dari sajian konkrit sampai abstrak. Dalam hal ini, guru perlu menyajikan matematika yang relevan dengan tahapan atau jenjang kemampuan berpikir siswa. Misalnya, pembelajaran matematika akan lebih konkrit di tingkat SD dibandingkan dengan

SLTP maupun SLTA. Dalam pembelajaran di sekolah dasar guru harus menjembatani siswa yang masih berpikir konkrit atau semi konkrit kepada matematika yang semi abstrak atau abstrak. Pada hakikatnya, matematika adalah ilmu yang objek yang abstrak tetapi matematika tidak bisa dilepaskan dari cara berpikir manusia itu sendiri. Sehingga bagi siswa sekolah dasar diperlukan representasi matematis dan bahan ajar matematika yang sesuai dengan tingkat berpikir mereka. Model dimensi matematika sebagai bahan belajar oleh Cockroft (Turmudi, 2008) disajikan dalam ilustrasi berikut ini.



Gambar 1 : Dimensi Matematika sebagai Bahan Ajar

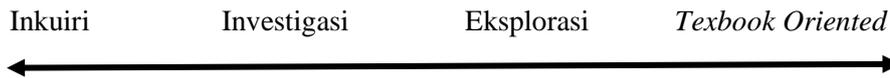
Model seperti ini dapat juga dijelaskan berdasarkan teori belajar Brunner, yaitu enaktif, ikonik dan simbolik (*enactive, iconic, symbolic*) serta strategi pembelajaran matematika di Singapura, terutama dalam proses penyelesaian masalah, berupa urutan konkrit, piktorial dan abstrak (*concrete-pictorial-abstract/CPA*). Berikut adalah ilustrasinya.



Gambar 2 : Dimensi Matematika sebagai Bahan Ajar

Dimensi metode merentang mulai dari : inkuiri, investigasi, eksplorasi dan *textbook oriented*. Pendekatan inkuiri mengasumsikan pembelajaran matematika yang menekankan pada proses penemuan pengetahuan oleh siswa. Objek-objek matematika dipelajari kembali melalui penggunaan berbagai standar proses matematika yang merupakan bagian penting dari tujuan pembelajaran matematika. Pembelajaran dengan inkuiri, investigasi maupun eksplorasi lebih menekankan pembelajaran yang berpusat kepada siswa dalam bentuk pendekatan tidak langsung (*indirect learning*) dan pendekatan induktif (*Inductive learning*). Di seberang lain adalah pembelajaran yang terlalu *textbook oriented*, berpusat pada guru, siswa yang pasif sehingga sering terjadi komunikasi satu arah.

Berikut adalah ilustrasi yang diberikan oleh Cockroft (Turmudi, 2008) berkaitan dengan dimensi metode pembelajaran.



Gambar 3 : Dimensi Metode Pembelajaran Matematika

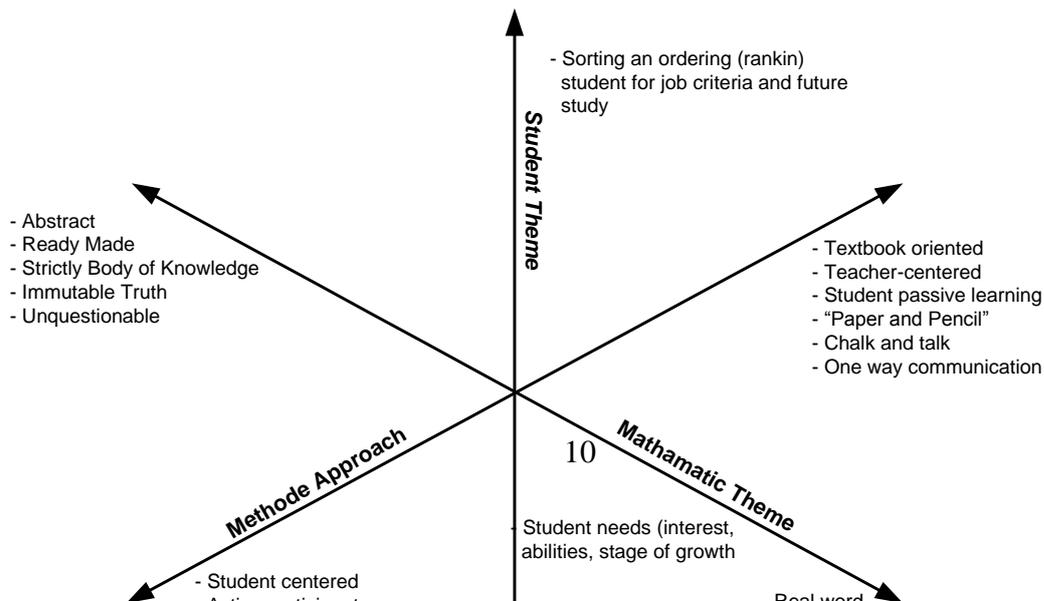
Sementara berdasarkan dimensi siswa sebagai subjek yang belajar, terdiri dari pandangan bahwa siswa sebagai objek dalam belajar yang siap diarahkan untuk menempuh studi lanjut, berkompetisi atau memasuki dunia kerja. Titik ekstrim pandangan ini adalah tidak memandang siswa sebagai subjek yang belajar dengan berbagai potensi dan bakat serta kecerdasan yang mereka miliki. Perkembangan teori pembelajaran yang berciri konstruktivis lebih memandang siswa sebagai subjek yang belajar. Apalagi ditambah dengan berbagai penemuan dalam bidang ilmu otak (*neurosciences*) yang mampu menjelaskan keragaman kecerdasan manusia (*multiple intelligence*). Pandangan terhadap siswa terjadi pergeseran sehingga pembelajaran lebih menekankan berpusat pada siswa dan siswa sebagai subjek yang aktif dalam pembelajaran.

Berikut adalah ilustrasi yang diberikan oleh Cockroft (Turmudi, 2008) berkaitan dengan siswa sebagai subyek yang belajar.



Gambar 4 : Dimensi Siswa Sebagai Subjek yang Belajar

Untuk memperoleh gambaran yang lebih lebih lengkap tentang sosok pembelajaran matematika dapat dilihat dalam ilustrasi tiga dimensi menurut Cockroft dan Collin (Turmudi, 2008 : 15).



Gambar 5 : Model Tiga Dimensi Sosok Pembelajaran Matematika

Untuk melihat sosok pembelajaran matematika di Indonesia dapat dibaca melalui diagram model tiga dimensi tersebut. Kajian yang dapat dilakukan melalui kajian tentang kurikulum yang berlaku dan juga pelaksanaan secara empiris pembelajaran matematika di Indonesia. Mata pelajaran Matematika diharapkan dapat diajarkan melalui metode-metode yang mampu mengembangkan keterampilan proses siswa disamping penguasaan fakta dan prosedur. Siswa didorong untuk lebih aktif belajar sesuai dengan minat, bakat serta perkembangan siswa itu sendiri. Matematika diajarkan dengan menggunakan berbagai representasi baik yang konkrit maupun yang abstrak disesuaikan dengan tahap berpikir anak. Pembelajaran matematika di SD dapat disesuaikan dengan karakteristik siswa tersebut dimana media representasinya lebih banyak menggunakan benda konkrit dan situasi yang kontekstual dan realistik.

Berkaitan dengan penjelasan tentang profil pembelajaran matematika di atas, Shadiq (1999) membuat kesimpulan tentang tren pembelajaran matematika di dunia termasuk di Indonesia yang dapat di analisis berdasarkan ilustrasi 3 (tiga) dimensi pembelajaran matematika di sekolah.

- a. Beralihnya pendidikan matematika dari bentuk formal ke penerapan, proses (*activities*), dan pemecahan masalah nyata. Dengan kata lain dari deduktif ke induktif.
- b. Beralihnya *assessment* (penilaian) ke bentuk penilaian autentik seperti portofolio, proyek, interview, laporan siswa, jurnal, penilaian mandiri siswa.
- c. Pemaduan matematika dengan disiplin lain (dari *single discipline* ke *interdisciplinary*).
- d. Peralihan dari belajar perorangan (yang bersifat kompetitif) ke belajar bersama (*cooperative learning*).

- e. Peralihan dari belajar menghafal (*rote learning*) ke belajar pemahaman (*mastered learning*) dan belajar pemecahan masalah (*problem solving*).
- f. Peralihan dari dasar positivist (*behaviorist*) ke konstruktivisme, atau dari *subject centred* ke *clearer centred* (terbentuk/terkonstruksinya pengetahuan).
- g. Peralihan dari teori pemindahan pengetahuan (*transfer of knowledge*) ke bentuk interaktif, investigasi, eksploratif, kegiatan terbuka, keterampilan proses, modeling dan pemecahan masalah (Setiawan, 2006).

C. Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Investigatif

1. Pengertian Investigasi Matematika

Salah cara pembelajaran matematika yang diharapkan dapat mendorong siswa untuk menemukan proses matematika sedemikian rupa sehingga mengalami sendiri dan melalui proses matematika adalah kegiatan investigasi matematika. Investigasi matematika berada pada kontinum pendekatan pembelajaran matematika yang berciri induktif dan tidak langsung seperti pada ilustrasi dari Cockroft (Turmudi, 2008)

Istilah investigasi dalam pembelajaran matematika pertama kali dikemukakan oleh *Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in School* dalam Cockroft Report tahun 1982 (Grimison dan Dawe, 2000 : 6). Dalam laporan tersebut direkomendasikan bahwa pembelajaran matematika dalam setiap jenjang pendidikan harus meliputi : (1) eksposisi (pemaparan) guru; (2) diskusi antara guru dengan siswa serta antara siswa sendiri; (3) kerja praktek; (4) pemantapan dan latihan kemampuan dasar atau soal; (5) pemecahan masalah, meliputi aplikasi matematika dalam kehidupan sehari-hari; serta (6) kegiatan investigasi.

Investigasi secara bahasa adalah penyelidikan dengan mencatat atau merekam fakta melakukan peninjauan, percobaan, dan sebagainya, dengan tujuan memperoleh jawaban atas pertanyaan (tentang peristiwa, sifat atau khasiat suatu zat, dan sebagainya (KBBI online, 2008). Investigasi adalah menguji kejahatan, masalah, pernyataan dan lainnya secara hati-hati, yang secara khusus untuk mencari kebenaran (Cambridge Dictionaries Online, 2008). Dalam investigasi kejahatan, seorang polisi menguji suatu bukti untuk memperoleh suatu kesimpulan dengan mengajukan pertanyaan, misalnya “siapa sajakah yang terlibat dalam kejahatan ?” dan “apa motif dia dalam kasus ini? ” Dalam investigasi, polisi memformulasikan beberapa dugaan (*conjecture*) dan mengujinya. Jadi investigasi meliputi menguji bukti atau data yang

ada, membuat dugaan (*conjecture*), menguji dan membuktikan dugaan, dan menghasilkan kesimpulan.

Adapun beberapa pandangan berikut ini dapat menjelaskan pengertian atau definisi dari investigasi matematika adalah sebagai berikut.

a. Singapore Ministry of Education (2004)

‘Investigasi matematika adalah suatu aktivitas matematika yang divergen. Investigasi matematika memberikan kesempatan kepada siswa untuk bekerja dalam situasi matematika yang terbuka... dalam kerja investigasi, siswa menggunakan berbagai heuristik pemecahan masalah dan keterampilan berpikir untuk memecahkan masalah investigatif dengan penekanan pada penemuan pola-pola dan hubungan-hubungan.’

b. Bastow, et.al., (1984)

‘Investigasi matematika adalah suatu pendekatan pembelajaran yang dapat mendorong suatu aktivitas percobaan (*experiment*), mengumpulkan data, melakukan observasi, mengidentifikasi suatu pola, membuat dan menguji kesimpulan/dugaan (*conjecture*) dan jika dapat pula sampai membuat suatu generalisasi.’

c. Bailay (2007)

‘investigasi matematika merupakan masalah terbuka (*open-ended problem*) atau pernyataan yang memungkinkan dapat dieksplorasi melalui berbagai cara atau langkah-langkah matematis, serta dapat menghasilkan berbagai ide matematika atau solusi dari masalah.’

d. Ernest (1991, Yeo dan Yeap, 2009a)

‘investigasi adalah pencarian (*exploration*) tempat yang belum diketahui dimana sebuah perjalanan adalah tujuannya tetapi tanpa tujuan akhir.’

Beberapa pendapat di atas mendukung pandangan bahwa investigasi matematika berkaitan dengan masalah terbuka (*open problem*) baik dalam tujuan proses maupun jawaban.

Kegiatan investigasi matematika memiliki beberapa karakteristik, yaitu :

‘open ended; finding pattern; self-discovery; reducing the teacher’s role; not helpful examination; not worthwhile; not doing real math; using one’s own

method; being exposed; limited to the teacher's experience; not being in control; divergen.' (Edmmond & Knight, 1983, dalam Grimison & Dawe, 2000 : 6)

Berdasarkan karakteristik tersebut dapat disimpulkan bahwa kegiatan investigasi matematika lebih mendorong siswa untuk mampu mengkonstruksi pengetahuan dan kemampuan proses matematikanya melalui penyajian soal terbuka (*open ended*). Siswa lebih banyak didorong untuk melakukan kegiatan berpikir matematis (*doing mathematics*), mencari serta menemukan pola-pola matematik serta konsep dan aturan matematika dengan keiatan yang lebih terbuka dan mandiri. Sementara guru berperan untuk memfasilitasi siswa agar dapat melakukan kegiatan investigasi matematika dengan baik serta melakukan intervensi yang relevan dengan situasi pembelajaran.

Selain investigasi matematika, kegiatan yang memiliki beberapa kesamaan istilah adalah eksplorasi matematika. Dalam beberapa hal, penggunaan kedua istilah ini sering digunakan secara bergantian untuk menunjukkan aktivitas yang sama. Akan tetapi, Cifarelli dan Cai (2004) mengemukakan perbedaannya. Menurut mereka, investigasi matematika lebih banyak digunakan oleh peneliti berkaitan dengan penggunaan strategi formal dalam aktivitas mencari solusi masalah seperti penggunaan berbagai metode ilmiah dalam aktivitas penalaran. Sedangkan eksplorasi matematika menunjukkan pada suatu aktivitas yang berkaitan dengan penggunaan strategi formal dan tidak formal untuk mencari suatu solusi masalah.

Sementara itu, Bastow, *et.al.* (1984) menyebutkan di antara langkah-langkah kegiatan investigasi adalah melakukan eksplorasi secara spontan (*exploring spontaneously*) dan eksplorasi secara sistematis (*exploring systematically*). Dengan begitu kegiatan eksplorasi merupakan bagian dari langkah-langkah kegiatan investigasi matematika. Perbedaan kedua istilah tersebut tidaklah terlalu penting untuk dipermasalahkan, yang penting adalah bagaimana kedua aktivitas matematika tersebut dapat terwujud dalam suatu aktivitas pembelajaran matematika.

Investigasi matematika juga sering dibedakan dengan pemecahan masalah. Istilah investigasi matematika memang banyak digunakan dalam kurikulum di Inggris berdasarkan Cockroft Report (1982) dan sering dibedakan dengan pemecahan masalah. Sementara dalam standar pembelajaran yang dikembangkan oleh NCTM, investigasi matematika dianggap sebagai salah satu bentuk atau bagian dari

pemecahan masalah erta untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematis siswa.

Grimison dan Dawe (2000 : 6) membedakan antara investigasi matematika dan pemecahan masalah. Dalam kegiatan pemecahan masalah, aktivitas berpikir siswa dalam menemukan solusi bersifat konvergen sehingga dapat ditemukan solusi yang sudah ditetapkan oleh guru. Sementara dalam kegiatan investigasi, yang memiliki karakter masalah yang terbuka (*open ended*) menuntut aktivitas yang terbuka pula yang lebih menitikberatkan pada pada proses berpikir daripada solusi. Walaupun pemecahan masalah bersifat konvergen, tetapi siswa dituntut untuk menggunakan semua pengetahuan yang ia memiliki serta berbagai strategi pemecahan masalah. Sehingga dimensi proses tetap tampak dalam pemecahan masalah.

Apakah investigasi matematika dan pemecahan masalah memiliki hubungan terutama berdasarkan proses dan aktivitas siswa ? Sebelum menjelaskan lebih lanjut hubungan investigasi matematika dengan pemecahan masalah, terlebih dahulu akan dijelaskan tentang beberapa penggunaan istilah dari investigasi yaitu: (1) investigasi matematika sebagai proses (*investigation as a process*); (2) investigasi matematika sebagai aktivitas (*investigation as an activity*); dan (3) tugas investigasi matematika (*math investigation task*). Karena tugas bersifat terbuka maka sering disebut *open-investigation task*. Terdapat perbedaan antara pengertian tugas (*task*) dan aktivitas (*activity*). Tugas mengacu pada apa yang ditetapkan oleh guru, sedangkan aktivitas kepada apa respon siswa terhadap tugas (Christiansen & Walter, dalam Yeo dan Yeap, 2009a).

Misalkan di bawah ini adalah contoh tugas investigasi terbuka (*open investigation task*) karena tujuannya terbuka dimana siswa secara bebas dapat memilik tujuannya sendiri. Jawaban yang dapat dihasilkan dapat berakan sehingga tugas ini disebut memiliki jawaban terbuka (*open answer*).

Bilangan Pangkat 3

Bilangan pangkat 3 : $1^3, 2^3, 3^4, 3^5, \dots$
Selidiki !

Ketika siswa berusaha menyelesaikan tugas investigasi terbuka di atas, mereka akan melakukan dan menunjukkan aktivitas investigasi terbuka (*open investigation activity*). Pada tahap awal siswa harus memahami tugas tersebut, seperti halnya dalam

tahapan pemecahan masalah menurut Polya, tetapi bedanya siswa harus mengajukan pertanyaan (*posing problem*) terlebih dahulu sebelum melakukan investigasi. Ketika masalah telah diajukan dan tujuan sudah ditentukan maka tugas investigasi tadi dapat sama saja dengan pemecahan masalah. Siswa dapat menetapkan tujuan yang spesifik dengan mengajukan pertanyaan yang spesifik untuk diselesaikan (Cai & Cifarelli, 2005, dalam Yeo & Yeap, 2009a), atau menetapkan tujuan umum untuk mencari pola-pola dengan mengajukan pertanyaan “apakah ada pola dalam soal tugas ini ?” Kedua pendekatan penyelesaian tersebut disebut *problem posing* (pengajuan masalah). Menurut Cai & Cifarelli (2005, dalam Yeo & Yeap, 2009a) aktivitas investigasi terbuka meliputi baik pengajuan masalah maupun pemecahan masalah.

Investigasi matematika sebagai aktivitas (*investigation as an activity*) juga dibedakan dengan investigasi sebagai proses (*investigation as an process*). Secara analogi dalam pemecahan masalah, berdasarkan 4 langkah pemecahan masalah menurut Polya (memahami masalah, merancang strategi, melakukan penyelesaian dan memeriksa hasil), proses pemecahan masalah dimulai pada tahap 2 dan 3. Sementara tahap 1 dilakukan sebelum pemecahan masalah dan tahap 4 dilakukan setelah proses pemecahan masalah (Yeo & Yeap, 2009a). Tetapi menurut Polya, ke-4 tahapan ini merupakan model heuristik pemecahan masalah. Oleh karena itu, dapat disebutkan bahwa pemecahan masalah sebagai proses hanya pada tahap 2 dan 3 sementara pemecahan masalah sebagai aktivitas meliputi ke-4 tahapan pemecahan Polya.

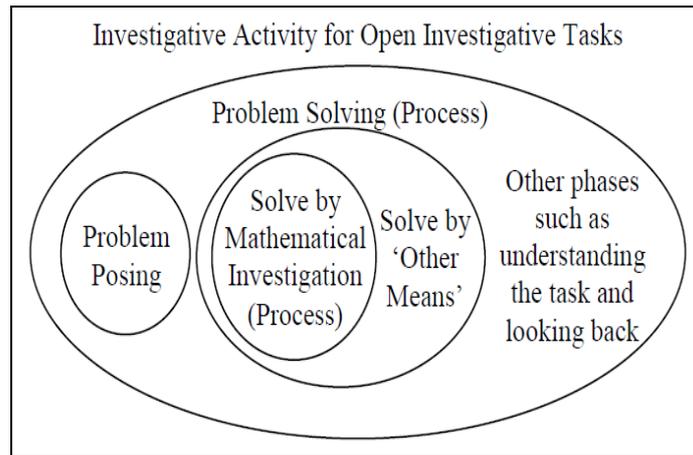
Aktivitas investigasi matematika meliputi tahap sebelum proses investigasi, proses investigasi secara aktual dan tahapan setelah proses investigasi (Yeo & Yeap, 2009a). Tahap sebelum investigasi yang dilakukan pertama kali adalah memahami tugas (*task*). Ketika tahap kedua siswa harus mengajukan pertanyaan atau masalah untuk diinvestigasi, maka pengajuan pertanyaan atau masalah masih termasuk tahap sebelum investigasi. Tahap ketiga yang berikutnya adalah proses investigasi secara aktual. Dengan begitu pengajuan masalah tidak termasuk bagian proses investigasi tetapi tetap termasuk bagian dari aktivitas investigasi.

Mengeluarkan pengajuan masalah dari proses investigasi sangat penting untuk menjelaskan bahwa proses investigasi juga dapat terjadi dalam pemecahan masalah, padahal sebelumnya diungkapkan bahwa investigasi meliputi pengajuan masalah dan pemecahan masalah. Dari contoh tugas tentang bilangan pangkat tiga, dapat disimpulkan bahwa pengajuan masalah dan pemecahan masalah merupakan bagian

dari investigasi sebagai aktivitas tidak sebagai proses. Dalam investigasi sebagai aktivitas tentunya mencakup investigasi sebagai proses.

Menurut Yeo & Yeap (2009a), berdasarkan literatur yang mereka analisis, investigasi sebagai proses meliputi 4 (empat) tahapan proses berpikir, yaitu : spesialisasi, pengajuan dugaan (*conjecturing*), mempertimbangkan (*justification*) dan generalisasi. Spesialisasi adalah “pemilihan contoh secara acak untuk mendapatkan pertanyaan yang sesuai yang secara sistematis untuk menyiapkan proses generalisasi dan mengujinya” (Mason *et.al*, 1985, dalam Yeo & Yeap, 2009a). Jadi spesialisasi dilakukan untuk tujuan generalisasi. Dugaan yang diajukan dapat berbentuk pernyataan atau pertanyaan yang harus dibuktikan apakah benar atau salah. Jika benar, maka bisa dipertimbangkan untuk dilakukan generalisasi, tetapi jika salah maka dugaan bisa direvisi atau diganti untuk memperoleh kesimpulan lain. Dengan begitu generalisasi dilakukan ketika konjektur sudah dibuktikan. Proses investigasi seperti ini berkaitan erat dengan penalaran induktif (*inductive reasoning*) dimana generalisasi pada akhirnya dilakukan setelah spesialisasi terlebih dahulu. Namun ketika siswa mengamati pola dalam proses investigasi, maka itu disebut observasi induktif (*inductive observation*).

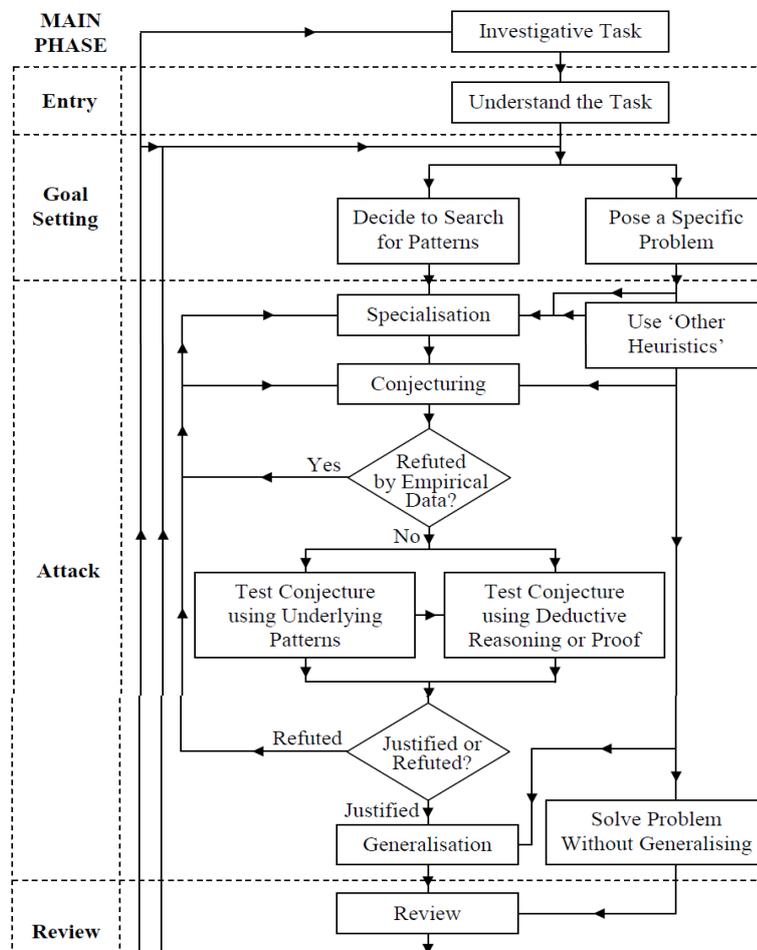
Investigasi sebagai proses yang meliputi 4 (empat) tahapan berpikir di atas bisa saja terdapat dalam proses berpikir lain seperti pemecahan masalah. Dengan begitu investigasi sebagai proses bisa juga terdapat pada tugas yang tidak terbuka seperti pemecahan masalah yang bersifat tertutup. Kesimpulan lainnya adalah bahwa pemecahan masalah, pada prosesnya, dapat dilakukan melalui proses investigasi atau proses lainnya. Pemecahan masalah bersama pengajuan masalah merupakan bagian dari investigasi sebagai aktivitas, sementara pemecahan masalah dapat memuat investigasi sebagai proses. Kesimpulan ini dapat menjelaskan posisi hubungan pemecahan masalah, pengajuan masalah dan investigasi yang dijelaskan oleh beberapa ahli yang pada awalnya tampak bertentangan, tetapi dengan penjelasan dari (Yeo & Yeap, 2009a) maka hubungan tersebut dapat lebih jelas dipahami. Berikut ini adalah ilustrasi gambar yang dapat menjelaskan hubungan antara investigasi matematika, pemecahan masalah dan pengajuan masalah.



Gambar 6 : Ilustrasi Hubungan antara Investigasi Matematika dan Pemecahan Masalah dan pengajuan masalah (Yeo & Yeap, 2009a : 9)

Istilah lain yang berkaitan dengan investigasi adalah heuristik. Dalam pemecahan masalah, heuristik adalah langkah-langkah pemecahan masalah sebagai aktivitas seperti 4 (tahapan) menurut Polya. Ada 2 (dua) kategori heuristik pemecahan masalah yaitu : (1) jika siswa membuat gambar atau mendaftar contoh yang akan diuji; dan (2) menggunakan penalaran deduktif. Yang pertama berkaitan dengan investigasi matematika sementara yang kedua tidak termasuk investigasi matematika.

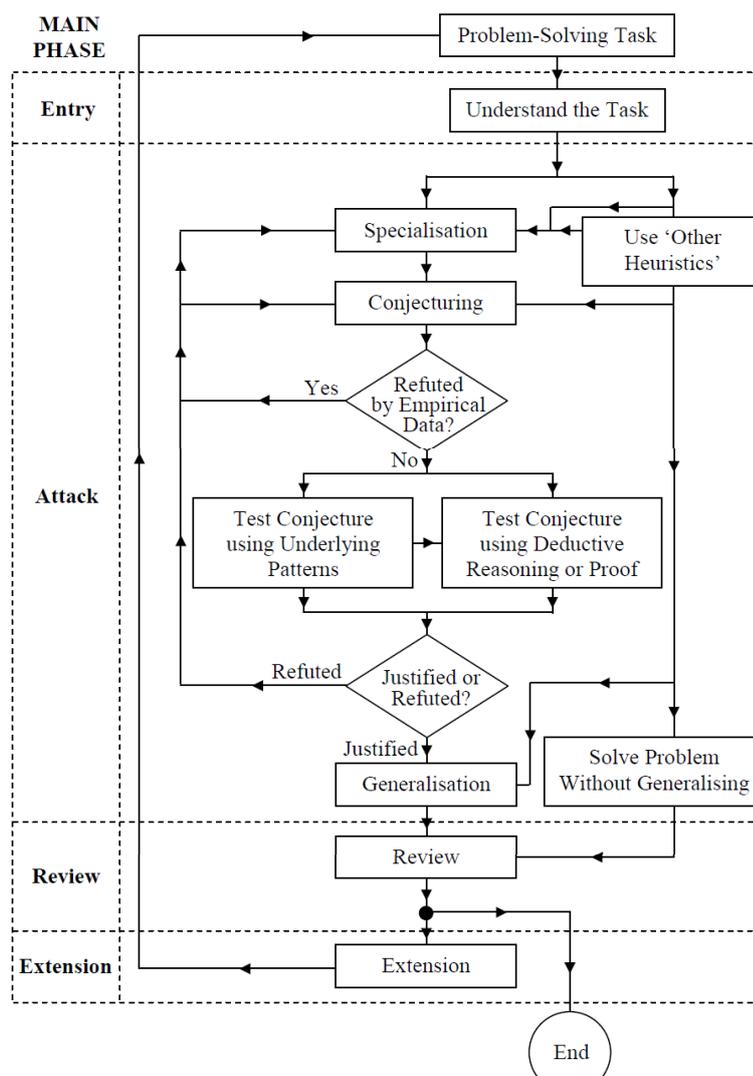
Untuk lebih memperjelas bagaimana proses kognitif dari aktivitas siswa selama melakukan investigasi matematika, berikut ini adalah ilustrasinya.



Gambar 7 : Model aktivitas investigasi terbuka (*open investigative activity*) :
 Interaksi dari proses-proses kognitif (Yeo & Yeap, 2010 : 5)

Dari gambar 7 dapat dijelaskan bahwa ketika tugas (*task*) terbuka diberikan dan siswa mengajukan pertanyaan maka dengan begitu aktivitas siswa berikutnya bisa sama dengan pemecahan masalah. Artinya, aktivitas pemecahan masalah merupakan bagian dari aktivitas investigasi.

Untuk memahami bagaimana proses kognitif dari pemecahan masalah itu sendiri, berikut ini adalah ilustrasinya.



Gambar 8 : Model aktivitas pemecahan masalah :
Interaksi dari proses-proses kognitif (Yeo & Yeap, 2010 : 8)

Dari Gambar 8 dapat dijelaskan bahwa beberapa bagian proses pemecahan masalah seperti spesialisasi, pengajuan konjektur, justifikasi dan generalisasi merupakan proses investigasi. Oleh karena itu, investigasi matematika sebagai proses dapat merupakan bagian dari proses dan aktivitas pemecahan masalah. Dua ilustrasi gambar di atas memberikan kesimpulan bahwa antara investigasi matematika, pemecahan masalah dan pengajuan masalah memiliki hubungan baik sebagai proses maupun sebagai aktivitas.

2. Investigasi Matematika sebagai Pendekatan Pembelajaran

Investigasi Matematika direkomendasikan menjadi komponen dalam pembelajaran matematika di sekolah (Cockroft Report, 1982). Seperti yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya, istilah yang sering digunakan berkaitan dengan investigasi matematika, sebagai komponen dalam pembelajaran matematika, adalah *investigation activity*, *investigation task*, *investigation work* atau *investigation process*. Namun ada istilah lain yang juga digunakan yaitu pendekatan investigatif (*Investigative Approach*). Pendekatan pembelajaran adalah cara yang ditempuh guru dalam pelaksanaan pembelajaran agar konsep yang disajikan bisa beradaptasi dengan siswa. Ada dua jenis pendekatan yaitu pendekatan yang bersifat metodologi dan yang bersifat materi. Pendekatan investigatif lebih bersifat metodologi, dalam pengertian bahwa pembelajaran matematika dan siswa belajar matematika melalui investigasi matematika. Copes (2008) menulis buku dengan judul *Discovering Geometry : An Invesigation Approach* yang menegaskan bahwa investigasi matematika dapat dipandang sebagai sebuah pendekatan pembelajaran dibanding hanya sebagai aktivitas siswa semata. Melalui pembelajaran matematika dengan pendekatan investigatif, siswa belajar dan mengembangkan pengetahuan serta kemampuan proses matematikanya melalui kegiatan investigasi yang terintegrasi dalam pembelajaran

matematika. Pembelajaran matematika seperti ini akan memuat *investigation activity*, *investigation task*, *investigation work* atau *investigation process* serta meliputi juga aspek-aspek pemecahan masalah, pengajuan masalah, penalaran induktif dan heuristik atau proses berpikir matematis. Pembelajaran matematika dengan pendekatan investigatif merupakan bentuk-bentuk dari pendekatan pembelajaran tidak langsung (*indirect approach*) yang berciri induktif.

Pembelajaran tidak langsung adalah pembelajaran yang berpusat pada siswa. Menurut Basden, dkk. (2001 : 8, dalam Suryadi, 2005 : 14), dalam pembelajaran tidak langsung guru berperan dalam memfasilitasi proses berpikir siswa antara lain melalui kegiatan berikut : (1) pengajuan pertanyaan tidak mengarah yang memungkinkan munculnya ide pada diri siswa; (2) menangkap inti pembicaraan atau jawaban siswa yang dapat digunakan untuk menolong mereka dalam melihat permasalahan secara lebih teliti; (3) menarik kesimpulan dari diskusi kelas yang mencakup berbagai pertanyaan yang berkembang, pengaitan ide-ide yang muncul dari siswa, serta langkah-langkah pemecahan masalah yang harus diambil; (4) menggunakan waktu tunggu untuk memberi kesempatan pada siswa berpikir serta memberi penjelasan. Adapun menurut Robertson dan Lang (1991, dalam Suryadi, 2005 : 14), pembelajaran tidak langsung memiliki karakteristik sebagai berikut : (1) menuntut keterlibatan siswa secara aktif dalam melakukan observasi, investigasi, pengambilan kesimpulan, dan pencarian alternatif solusi; (2) guru lebih berperan sebagai fasilitator, pendorong, serta narasumber melalui penciptaan lingkungan belajar, penyediaan kesempatan bagi siswa untuk terlibat aktif, serta penyediaan balikan bagi siswa. Masih menurut Robertson dan Lang (1991, dalam Suryadi, 2005 : 14), pembelajaran tidak langsung ini sangat sesuai digunakan apabila hasil belajar berkenaan dengan : (1) kemampuan berpikir, sikap, dan nilai; (2) proses sama pentingnya dengan produk; (3) siswa perlu melakukan investigasi atau menemukan sesuatu; (4) solusi masalah yang diberikan bersifat terbuka; (5) pembelajaran berfokus pada pengembangan pemahaman personal dengan retensi konsep jangka panjang; (6) berkaitan dengan pengambilan keputusan atau masalah yang perlu dicari solusinya; serta (7) apabila berkaitan dengan pengembangan kemampuan *life-long learning*.

Dengan demikian pembelajaran tidak langsung adalah pembelajaran yang memungkinkan pembelajar atau siswa untuk menjadi bagian dalam proses pembelajaran. Peran guru adalah menyediakan langkah-langkah pembelajaran,

sementara siswa berperan dalam proses pembelajaran sampai dalam menentukan kesimpulan, solusi atau inferensi dari aktivitas di kelas sebagai suatu pengalaman belajar. Pembelajaran tidak langsung dapat disebut sebagai metode, strategi atau pendekatan yang diterjemahkan dari : *Indirect Learning Approach, Indirect Instruction, Indirect Learning Strategy*, atau *Indirect Learning Methode*. Penggunaan istilah tersebut disesuaikan dengan konteks dan penggunaannya. Dalam penelitian ini, istilah yang digunakan adalah Pendekatan Tidak Langsung karena dapat melingkupi pengertian-pengertian lainnya.

Berkaitan dengan pembelajaran tidak langsung, Lang dan Evans (2006 : 368) berpendapat bahwa pembelajaran seperti ini akan lebih bermakna bagi siswa karena berperan langsung dalam memperoleh dan menemukan pengetahuannya sendiri melalui aktivitas pembelajaran. Perolehan pengetahuan siswa tidak bergantung kepada apa yang disampaikan dan disiapkan guru tetapi lebih menekankan siswa sebagai pembelajar dalam menemukan dan memperoleh pengetahuan.

Menurut Lang dan Evans (2006 : 368), model-model pembelajaran yang masuk pada ruang lingkup dan memiliki kedekatan makna dan pengertian pembelajaran tidak langsung adalah seperti : (1) inkuiri, (2) induktif, (3) pemecahan masalah, (4) *action research*, (5) pengambilan keputusan, (6) penemuan, (7) investigasi, (8) eksplorasi, dan (9) eksperimen. Pembelajaran-pembelajaran seperti di atas disamping memiliki karakteristik yang lebih menekankan kepada siswa sebagai pusat dalam pembelajaran (*student centered*), juga memiliki peran penting dalam upaya peningkatan kemampuan proses matematika siswa sekolah dasar sesuai dengan tujuan pembelajaran matematika itu sendiri.

Dengan begitu, investigasi matematika sebagai sebuah pendekatan pembelajaran-walaupun oleh Lang & Evans (2006) sering disebut model-merupakan bentuk pembelajaran yang bersifat tidak langsung dan bercirikan induktif.

3. Langkah-langkah Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Investigatif

Pada bagian sebelumnya telah dijelaskan bahwa tahapan utama dari investigasi adalah meliputi 4 (empat) tahapan proses berpikir, yaitu : spesialisasi, pengajuan dugaan (*conjecturing*), mempertimbangkan (*justification*) dan generalisasi. Tetapi Bastow, *et.al.* (1984) merinci lebih jelas langkah-langkah kegiatan investigasi matematika, yaitu :

- a. Menafsirkan/memahami masalah (*interpreting*)

- b. Eksplorasi secara spontan (*exploring spontaneously*)
- c. Pengajuan pertanyaan (*posing problem*)
- d. Eksplorasi secara sistematis (*exploring systematically*)
- e. Mengumpulkan data (*gathering and recording data*)
- f. Memeriksa pola (*identifying pattern*)
- g. Menguji dugaan (*testing conjecture*)
- h. Melakukan pencarian secara informal (*expressing finding informally*)
- i. Simbolisasi (*symbolising*)
- j. Membuat generalisasi formal (*formalising generalitation*)
- k. Menjelaskan dan mempertahankan kesimpulan (*explaining and justifying*)
- l. Mengomunikasikan hasil temuan (*communicating finding*)

Berdasarkan pengertian istilah-istilah yang berkaitan dengan investigasi matematika, rincian menurut Bastow, *et.al.* (1984) merupakan investigasi sebagai aktivitas yang memuat investigasi matematika sebagai proses. Dalam tataran pelaksanaan yang lebih praktis, Bastow *et.al.* (1984) merinci kegiatan pembelajaran yang dapat dilakukan seperti berikut ini.

a. Preliminary Skirmishing

Pada tahapan ini siswa memulai investigasi dengan cara yang tidak terorganisir. Suatu masalah dapat teridentifikasi dan satu atau lebih dari tindakan produktif mulai muncul. Siswa harus didorong untuk melakukan inisiatif mandiri secara individu maupun berkelompok. Siswa mengamati gaya dan pendekatan temannya dalam melakukan tindakan awal. Pertukaran gaya dan pendekatan antar siswa menghasilkan cara yang lebih tepat.

b. Gestating

Ini adalah tahapan dimana perhatian sadar tidak dapat diarahkan dalam investigasi walaupun pikiran tidak sadar tentang itu dapat terjadi. Berikutnya, setelah menyadari dalam investigasi, ide-ide baru mulai muncul. Hal ini akan terjadi dalam beberapa interval waktu selama investigasi.

c. Exploring Systematically

Langkah ini dilakukan secara teratur selama proses. Data dapat diperoleh dan diorganisasi serta pola dapat ditemukan dan dihasilkan.

d. Making Conjecture

Pola yang diperoleh dapat digunakan untuk generalisasi dan dapat diberlakukan untuk setiap kasus. Selama benar atau salahnya generalisasi secara induktif belum bisa ditentukan, maka hal itu disebut konjektur.

e. *Testing Conjecture*

Langkah ini adalah untuk menguji konsistensi dari konjektur dalam berbagai kasus dengan data yang tersedia, serta dapat memprediksi hasil dari kasus yang tidak diujicoba dan kemudian menentukan data yang relevan. Data dapat mendukung konjektur atau menghasilkan *counter example* yang mengindikasikan untuk melakukan revisi atau menolak konjektur

f. *Explaining or Justifying*

Ketika satu konjektur telah diuji melalui data yang ada, siswa harus didorong untuk menjelaskan tentang pembuktian konjektur. Hal itu bisa dilakukan oleh setiap siswa untuk menyajikan pertimbangan secara deduktif untuk kepentingan generalisasi

g. *Reorganising*

Melalui penataan ulang pendekatan penyelesaian, investigasi bisa lebih sederhana dan dapat lebih sistematis atau lebih umum atau dikembangkan. Hal ini dapat dihasilkan dari pengembangan pemahaman yang lebih mendalam tentang apa yang diinvestigasi atau mungkin sejak tahap *gestation*. Walaupun penataan ulang mengharuskan usaha lebih, hal itu biasanya dapat dipertimbangkan untuk hasil yang lebih baik.

h. *Elaborating*

Pengembangan dari aspek lain baik masalah atau cara penyelesaian dapat terus dilanjutkan. Tahapan ini mungkin muncul selama tahap 2 sampai 7.

i. *Summarizing*

Pada tahapan ini siswa melakukan kesimpulan baik lisan maupun tulisan tentang apa-apa yang dihasilkan pada tahap 3 dan 8 di atas, dengan mengacu juga kepada tahap 1 dan 2.

Menurut Setiawan (2006 : 10 - 11), fase-fase yang harus ditempuh dalam pendekatan investigatif adalah:

a. Fase membaca, menerjemahkan dan memahami masalah

Pada fase ini siswa harus memahami permasalahannya dengan jelas. Apabila dipandang perlu membuat rencana apa yang harus dikerjakan, mengartikan

persoalan menurut bahasa mereka sendiri dengan jalan berdiskusi dalam kelompoknya, yang kemudian mungkin perlu didiskusikan dengan kelompok lain. Jadi pada fase ini siswa memperlihatkan kecakapannya bagaimana ia memulai pemecahan suatu masalah, dengan :

- a) menginterpretasikan soal berdasarkan pengertiannya.
- b) membuat suatu kesimpulan tentang apa yang harus dikerjakannya.

b. Fase pemecahan masalah

Pada fase ini mungkin saja siswa menjadi bingung apa yang harus dikerjakan pertama kali, maka peran guru sangat diperlukan, misalnya memberikan saran untuk memulai dengan suatu cara, hal ini dimaksudkan untuk memberikan tantangan atau menggali pengetahuan siswa, sehingga mereka terangsang untuk mencoba mencari cara-cara yang mungkin untuk digunakan dalam pemecahan soal tersebut, misalnya dengan membuat gambar, mengamati pola atau membuat catatan-catatan penting. Pada fase yang sangat menentukan ini siswa diharuskan membuat konjektur dari jawaban yang didapatnya, serta mengecek kebenarannya, yang secara terperinci siswa diharap melakukan hal-hal sebagai berikut, yaitu :

- 1) mendiskusikan dan memilih cara/strategi untuk menangani permasalahan memilih dengan tepat materi yang diperlukan
- 2) menggunakan berbagai macam strategi yang mungkin
- 3) mencoba ide-ide yang mereka dapatkan pada fase 1
- 4) memilih cara-cara yang sistematis
- 5) mencatat hal-hal penting
- 6) bekerja secara bebas atau bekerja bersama-sama (atau kedua-duanya)
- 7) bertanya kepada guru untuk memperoleh bentuk strategi untuk penyelesaian
- 8) membuat konjektur atau kesimpulan sementara
- 9) mengecek konjektur yang didapat sehingga yakin akan kebenarannya.

c. Fase menjawab dan mengomunikasikan jawaban

Setelah memecahkan masalah, siswa harus diberikan pengertian untuk mengecek kembali hasilnya, apakah jawaban yang diperoleh itu cukup komunikatif/dapat difahami oleh orang lain, baik tulisan, gambar ataupun penjelasannya. Pada fase ini siswa dapat terdorong untuk melihat dan memperhatikan apakah hasil yang

dicapainya pada masalah ini dapat digunakan pada masalah lain. Jadi pada intinya fase ini siswa diharapkan berhasil:

- 1) memeriksa hasil yang diperolehnya
- 2) mengevaluasi pekerjaannya
- 3) mencatat dan menafsirkan hasil yang diperoleh dengan berbagai cara yang berbeda; dan
- 4) menerapkan keterampilan yang telah diperoleh pada persoalan yang lebih kompleks.

Dalam pembelajaran matematika dengan pendekatan investigatif, guru harus mempertimbangkan hal-hal berikut ini (Bastow, *et.al.*, 1984).

a. Purpose of the investigation

Guru harus menetapkan terlebih dahulu tentang tujuan pembelajaran dan tujuan kegiatan investigasi yang akan dilakukan baik tujuan yang berkaitan dengan proses maupun tujuan pengembangan kemampuan matematika siswa.

b. Teacher Trial

Karena investigasi matematika meliputi aktivitas yang kompleks bagi siswa, maka guru perlu terlebih dahulu mencoba berbagai bahan pembelajaran, skenario pembelajaran serta rancangan pengelolaan kelas.

c. The First Investigation

Kegiatan investigasi pertama yang dilakukan bisa saja merupakan pengalaman pertama bagi siswa sehingga perlu perhatian guru dalam merancang diskusi di kelas, menantang siswa untuk aktif dan disiplin dalam mengerjakan tugas, melakukan penilaian yang mudah dan simple bagi siswa, dan dalam mendorong siswa untuk belajar mengambil keputusan.

d. Durasi dari investigasi

Guru perlu mempertimbangkan penggunaan waktu pada setiap fase pembelajaran maupun kegiatan investigasi yang dilakukan oleh siswa.

e. Mode presentation

Guru perlu menentukan model presentasi yang sesuai dengan kondisi kelas.

f. Provision of materials

Guru perlu mempersiapkan dan merancang bahan ajar dan media pembelajaran yang efektif dan memfasilitas aktivitas investigasi matematika.

g. Direction to students

Guru perlu mengarahkan siswa dalam penggunaan waktu selama kegiatan pembelajaran, cara-cara penyimpulan, teknik penilaian dan kemampuan yang dinilai.

h. Use of class time

Guru harus menggunakan waktu seefektif mungkin dalam setiap tahapan proses pembelajaran

i. Provision of hints

Guru bisa memberikan *hints* untuk membantu proses berpikir siswa, tetapi dilakukan secara tepat sehingga tidak mendikte proses berpikir siswa.

j. Individual and group activity

Guru perlu mengatur kegiatan baik secara individu maupun kelompok dengan mempertimbangkan setiap individu siswa, tahapan investigasi, dan pengetahuan siswa terhadap investigasi.

k. Summative discussion of an investigation

Guru mendemonstrasikan berbagai aspek dalam kegiatan inestigasi yang mereka hasilkan; mendemosnstrasikan berbagai pendekatan siswa dalam melalukan investigasi dan hasilnya; menjelaskan strategi pemecahan masalah yang digunakan dalam investigasi; dan menyajikan dengan lisan hasilnya.

l. Open endedness of investigation.

Guru dapat melanjutkan kegiatan invesigasi jika diperlukan dengan mendorong siswa untuk mengajukan permasalahan baru dari soal yang sama atau mendorong siswa untuk mengembangkan cara lain dari permasalahan yang sama.

m. Assessment of Investigation

Komponennya penilaian yang dapat dipertimbangkan oleh guru adalah : (a) lingkup masalah dan aspek yang diinvestigasi termasuk inisitaif; (b) kedalaman dari perawatan masalah dan aspek yang diinvestigasi; (c) kulalitas penggunaan proses termasuk kegiatan diskusi; (d) konten matematika dan kualitas penggunaannya; (e) kualitas dari kesimpulan.

Menurut Haylock & Thangata (2007 : 97), beberapa hal yang menjadi kunci kesuksesan dari pembelajaran investigasi matematika adalah memberikan kesempatan pada siswa untuk melakukan hal-hal berikut ini.

- a. Siswa terlibat pada tugas yang menantang, menarik dan merangsang.
- b. Mengajukan pertanyaan sendiri tentang situasi matematika.

- c. Merencanakan pendekatan sendiri.
- d. Menggunakan keterampilan matematika yang penting dan pengetahuan yang telah meleka pelajari.
- e. Melakukan penemuan sendiri dan pengalaman dalam menemukan sesuatu dengan menyenangkan.
- f. Mengartikulasikan dan mengomunikasikan apa yang telah mereka temukan kepada sesama siswa.
- g. Menambah pengalaman dalam mengembangkan pemahaman konsep matematika dan hubungan antar konsep.

Dalam pelaksanaan pembelajaran matematika dengan pendekatan investigatif di sekolah dasar, setiap tahapan pembelajaran investigasi disesuaikan dengan tahapan perkembangan berpikir siswa serta kemandirian siswa dalam belajar. Investigasi matematika bagi siswa sekolah dasar perlu dilakukan secara terbimbing (*Guided Mathematical Investigation*) sesuai dengan karekater siswa dan secara bertahap mengarah kepada kemandirian yang lebih tinggi.

Berkaitan dengan investigasi dalam pembelajaran, ada istilah lain yang sangat terkenal yang merupakan model pembelajaran dalam kelompok model *Cooperative Learning*, yaitu Model Pembelajaran Investigasi Kelompok (*Group Investigation*). Model pembelajaran Investigasi Kelompok karena merupakan tipe *cooperative learning* maka lebih menekankan kepada bagaimana merekayasa aktivitas siswa di kelas dengan memerankan siswa sebagai anggota masyarakat yang melibatkan diri secara sosial dalam memecahkan masalah di masyarakat. Ada 3 (tiga) konsep utama yang dianut dalam Investigasi Kelompok yaitu : (1) penelitian, (2) pengetahuan, dan (3) dinamika belajar kelompok. Kelas direkayasa menjadi miniatur kehidupan masyarakat dimana siswa berperan dan berpartisipasi dalam merancang dan menerapkan aturan dan didorong untuk mampu berperan dalam memecahkan masalah.

Menurut Huhtala (1994), "*Group investigation is an organizational approach that allows a class to work actively and collaboratively in small groups and enables students to take an active role in determining their own learning goals and processes*" (Bounds dan McDonald, 2009 : 2-3). Pemikiran tentang model pembelajaran ini bertitiktolak pada pemikiran John Dewey, dimana ia menganggap bahwa siswa harus berpartisipasi dalam mengembangkan sistem sosial yang berperan

dalam meningkatkan kualitas masyarakat. (Bounds dan McDonald, 2009:3). Investigasi kelompok memiliki karakter inkuiri (Joyce, Weil, dan Calhoun, 2009: 280, dalam Bounds dan McDonald, 2009 : 2-3).

Masih menurut Joyce, Weil, dan Calhoun (2009: 280, dalam Bounds dan McDonald, 2009 : 3). Sintak model investigasi kelompok adalah sebagai berikut.

- a. *Students encounter a puzzling situation.*
- b. *Students explore reactions to the situation.*
- c. *Students formulate study task and organize for study.*
- d. *Independent and group study.*
- e. *Students analyze progress and process.*
- f. *Recycle activity*

Kalau memperhatikan sintaks di atas maka menunjukkan irisan proses berpikir antara Investigasi Matematika sebagai proses berpikir dan aktivitas belajar matematika dengan Investigasi Kelompok sebagai model pembelajaran kelompok (*cooperative learning*) yang mengatur kelas sebagai organisasi sosial. Dengan begitu, dalam merancang strategi pembelajaran matematika bisa saja proses dan aktivitas investigasi matematika dilaksanakan dalam kerangka model Investigasi kelompok dengan tetap mempertahankan orisinalitas proses dan aktivitas investigasi matematika. Begitu pula jika hendak melaksanakan pembelajaran dengan model investigasi kelompok dalam pembelajaran matematika, guru bisa saja merancang tugas dan aktivitas yang memiliki ciri investigasi matematika.

4. Manfaat Pembelajaran Matematika Investigatif

Mengenai manfaat dari investigasi matematika untuk siswa, berikut pendapat dari (Chapin, 1998 : 338), yaitu :

'Mathematical investigations offer opportunities for all students to explore a topic in depth and make connections among various representations. The investigation is rich with mathematics but open enough for teachers and students to pursue a variety of paths ... Investigations offer many opportunities for students to enter and to become at home with mathematics, while actively engaged in exploring interesting questions. When students study a topic in detail, they not only learn a great deal of mathematics, they also learn the power of careful reasoning, thoughtful discourse, and perseverance.' (Grimison & Dawe, 2000).

Sementara menurut Setiawan (2006 : 9), keuntungan bagi siswa dengan adanya pendekatan belajar investigasi antara lain:

- a. Keuntungan pribadi
 - 1) Dalam proses belajarnya dapat bekerja secara bebas

- 2) Memberi semangat untuk berinisiatif, kreatif dan aktif
 - 3) Rasa percaya diri dapat lebih meningkat
 - 4) Dapat belajar untuk memecahkan, menangani suatu masalah
 - 5) Mengembangkan antusiasme dan rasa tertarik pada matematika
- b. Keuntungan sosial
- 1) Meningkatkan belajar bekerja sama
 - 2) Belajar berkomunikasi baik dengan teman sendiri maupun dengan guru
 - 3) Belajar berkomunikasi yang baik secara sistematis
 - 4) Belajar menghargai pendapat orang lain
 - 5) Meningkatkan partisipasi dalam membuat suatu keputusan
- c. Keuntungan Akademis
- 1) Siswa terlatih untuk mempertanggung jawabkan jawaban yang diberikannya
 - 2) Bekerja secara sistematis
 - 3) Mengembangkan dan melatih keterampilan matematika di berbagai bidang
 - 4) Merencanakan dan mengorganisasikan pekerjaanya
 - 5) Mencek kebenaran jawaban yang mereka buat
 - 6) Selalu berpikir tentang cara/strategi yang digunakan sehingga didapat suatu kesimpulan yang berlaku umum

D. Penutup

Paradigma pembelajaran matematika dengan pendekatan investigatif telah dipaparkan dalam makalah ini. Kita meyakini bahwa paradigma pembelajaran matematika akan terus berkembang dan berubah seiring dengan perkembangan matematika, teori-teori psikologi, teori-teori pembelajaran serta perkembangan sistem pendidikan yang dianut oleh negara maupun lembaga pendidikan. Paradigma tersebut baik teoritis maupun praktisnya berkembang melalui serangkaian kegiatan penelitian yang berkesinambungan. Namun kita berharap, perkembangan tersebut akan memiliki dampak kepada peningkatan kualitas pembelajaran matematika di sekolah serta memberikan dampak pada peningkatan pengetahuan siswa dalam bidang matematika.

Semoga makalah ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak, dan kami berharap masukan dan kritikan untuk tujuan melengkapi dan memperbaiki tulisan ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Bastow, B. Hughes, *et al* (1984). *Another 20 Mathematical Investigational Work*. Perth: The Mathematical Association of Western Australia (MAWA).
- Bailey, J. (2007). Mathematical Investigations: A Primary Teacher Educator's Narrative Journey of Professional Awareness. Dalam J. Watson & K. Beswick (Eds). *Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Waikato : Merga Inc.
- Becker, J.P. dan Shimada, S. (1997). *The Open Ended Approach : A New Proposal for Teaching Mathematic*. Virginia : NCTM.
- Bounds, M.Q. dan McDonald (2009). *The Group Investigation Teaching Model*. [online] tersedia dalam [www.boundsedu.com/TCED%205030/ Final.pdf](http://www.boundsedu.com/TCED%205030/Final.pdf). Diambil pada 04-04-2011
- BNSP (2006). *Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Tingkat SD, MI, dan SLB/SD*. Jakarta : BSNP.
- Cambride Dictionaries Online (2008). *Cambride Dictionaries Online*. [online] Tersedia di <http://dictionary.cambridge.org/>
- Cifarelli, V.V. dan Cai, J. (----). *A Framework for Examining the Mathematical Exploration of Problem Solvers*. [online] Tersedia dalam <http://www.icme-organisers.dk/tsg18/S61CifarelliCai.pdf>. diambil pada 06-11-2008
- Copes, L. (2008). *Discovering Geometry : An Investigative Approach*. Emeryville : Key Curriculum Press.
- Curriculum Planning and Development Division (2006). *Secondary Mathematics Syllabuses*. Singapore : Singapore Ministry of Education. [online] Tersedia dalam [www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files /maths-secondary.pdf](http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/maths-secondary.pdf). Diambil pada 13-12-2008.
- Grimison, L. dan Dawe, L. (2000). Report Supporting for the Advanced and Intermediate Courses of the NSW Mathematics Years 9–10 Syllabus. Dalam *Literature Review: Report on Investigational Tasks in Mathematics in Years 9–10 for Advanced and Intermediate Students*. New South Wales : University of New South Wales. [online]. Tersedia dalam [http://www.boardofstudies.nsw.edu.au/manuals/pdf_doc/ review_9_10_math.pdf](http://www.boardofstudies.nsw.edu.au/manuals/pdf_doc/review_9_10_math.pdf). Diambil pada 05-11-2008.
- Haylock, D. & Thangata, F. (2007). *Key Concept in Teaching Primary Mathematics*. California : SAGE Publication Inc.
- Henrique, A. (2008). *Advanced Mathematical Thinking and the Learning of Numerical Analysis in a Context of Investigation Activities*. Lisbon : University of Lisbon. [online] tersedia dalam Error! Hyperlink reference not valid.. Diambil pada 05-11-2008.
- KBBI online (2008). *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. [online] tersedia pada
- Lang, H.R., dan Evans, D.N., (2006). *Models, Strategies, and Methodes for Effective Teaching*. United States : Pearseon Education, Inc.

- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards For School Mathematic*. Virginia : NCTM.
- NCTM (2000). *Principle and Standards for School Mathematic*. Virginia : NCTM.
- Setiawan (2006). *Model Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Investigasi*. Yogyakarta : P3G Matematika
- Singapore Ministry of Education (2004). *Assessment Guide to Primary Mathematics*. Singapore : Singapore Ministry of Education
- Suryadi, D. (2005). *Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Tidak Langsung serta Pendekatan Gabungan Langsung dan tidak Langsung dalam Rangka Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP*. Desertasi pada PPS UPI Bandung : Tidak diterbitkan
- Toh, X.H.P. & Lim, Y.P.L. (2006). *A Pilot Study of Mathematical Investigation for the High Achievers in Mathematics*. , Singapore : Chongzheng Primary School, Ministry of Education.
- Turmudi (2008). *Landasan Filsafat dan Teori Pembelajaran Matematika : Paradigma Eksploratif dan Investigatif*. Jakarta : Leuser Cita Pustaka.
- Yeo, J.B.W. dan Yeap, B.H. (2009a). *Mathematical Investigation : Task, Process and Activity*. [online] tersedia di [http://math.nie.edu.sg/bwjyeo/publication/METechnicalReport2009MathematicalInvestigation_ ME200901.pdf](http://math.nie.edu.sg/bwjyeo/publication/METechnicalReport2009MathematicalInvestigation_ME200901.pdf). Diambil pada 04-04-2011
- Yeo, J.B.W. dan Yeap, B.H. (2009b). Solving Mathematical Problems by Investigation. In B. Kaur, B. H. Yeap, & M. Kapur (Eds.), *Mathematical problem solving* (pp. 118-136). Singapore: World Scientific
- Yeo, J. B. W. dan Yeap, B.H. (2010). *Characterising the Cognitive Processes in Mathematical Investigation*. [online] tersedia di <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/jbwyeo.pdf>. Diambil pada 04-04-2011