

SPREADSHEET EXCEL UNTUK PEMBELAJARAN KONSTRUKSI GEOMETRI “TEKNIK OPERASI SIMULTAN MENGGUNAKAN FORMULA ARRAY”

Dewa Gede Parta, BSCS
Politeknik Negeri Bandung
dewagp@jtk.polban.ac.id

Abstrak

Fasilitas komputasi simultan menggunakan formula array dalam perangkat lunak spreadsheet Excel masih langka dimanfaatkan guna keperluan proses belajar mengajar matematika, khususnya dalam pembelajaran mengkonstruksi bentuk geometri dan motif geometri. Dengan memanfaatkan formula array, konstruksi geometri yang melibatkan transformasi geometri di ruang 2D : translasi, skala, rotasi, dan cerminan, berikut dengan animasinya dapat diekspresikan dengan hanya satu formula dalam melakukan perhitungan koordinat benda geometri dan motif geometri. Bentuk geometri dan motif geometri ditampilkan dengan memanfaatkan fasilitas grafik yang sudah tersedia dalam spreadsheet Excel.

Teknik yang hendak dikembangkan dalam memanfaatkan formula array memungkinkan pembelajar 1). mampu mengintegrasikan kemampuan algoritma dan aljabar diekspresikan dalam satu formula Excel dalam konstruksi geometri dan animasi, 2). pemahaman aljabar dikaitkan dengan konstruksi geometri dan animasi, dan 3). efisiensi dan efektifitas pemanfaatan IT dalam proses pembelajaran geometri.

1. Pendahuluan

Kemampuan yang paling menakjubkan dari spreadsheet Excel adalah fitur formula array [Walkenbach, 2001], dimana operasi simultan komputasi dapat dilakukan secara bersamaan terhadap satu kesatuan sekumpulan sel dengan menggunakan satu formula saja. Operasi simultan demikian dapat dilakukan, dikarenakan struktur spreadsheet direpresentasikan dalam bentuk matriks, sehingga posisi baris dan kolom dapat digunakan sebagai domain dalam membangkitkan data sesuai dengan fungsi/ relasi $z=f(x,y)$ yang dikehendaki. Dengan memanfaatkan formula array, konstruksi geometri yang melibatkan transformasi geometri di ruang 2D : translasi, skala, rotasi, dan cerminan, berikut dengan animasinya dapat diekspresikan dengan hanya satu formula dalam melakukan perhitungan koordinat benda geometri dan motif geometri. Bentuk geometri dan motif geometri ditampilkan dengan memanfaatkan fasilitas grafik yang sudah tersedia dalam spreadsheet Excel. Teknik yang dikembangkan dalam memanfaatkan formula array memungkinkan pembelajar 1). mampu mengintegrasikan kemampuan algoritma dan aljabar diekspresikan dalam satu formula Excel dalam konstruksi geometri dan animasi, 2). pemahaman aljabar dikaitkan dengan konstruksi geometri dan animasi, dan 3). efisiensi dan efektifitas pemanfaatan IT dalam proses pembelajaran geometri.

Dalam makalah ini, bentuk geometri poligon beraturan digunakan sebagai basis guna mengkonstruksi benda geometri dan motif geometri beserta animasinya, khususnya konstruksi geometri yang berhubungan dengan geometri Islamic Star. Geometri Islamic Star, peninggalan seniman geometri Islam, dikenal sebagai pola geometri yang sederhana dengan memanfaatkan sifat simetri, namun keindahannya sangat menakjubkan bagi banyak kalangan ilmuwan matematika geometri maupun seniman. Keindahan geometri Islamic Star ini diharapkan dapat digunakan sebagai pemicu bagi pembelajar untuk menyenangkan sekaligus memahami integrasi algoritma dan aljabar yang diekspresikan dalam bentuk satu formula array dalam spreadsheet Excel.

Dalam makalah ini, akan diuraikan teknik pemanfaatan komputasi simultan menggunakan formula array dalam spreadsheet Excel, dimulai identifikasi pola geometri dan motif geometri beserta aljabarnya, pembuatan formula, transformasi algoritma menjadi formula array, dan mengimplementasikannya dalam lingkungan spreadsheet Excel. Representasi sistem koordinat yang hendak digunakan adalah sistem koordinat polar untuk memudahkan melakukan komputasi koordinat benda geometri tersebut. Dengan teknik pemanfaatan formula array ini, kami memberi istilah *IxBRET*, yang maksudnya adalah dimungkinkan dalam mengkonstruksi geometri dan motif geometri beserta animasinya dapat diekspresikan cukup dengan hanya satu formula array dalam spreadsheet Excel yang merupakan hasil integrasi algoritma dan aljabar dalam mempelajari konstruksi geometri, transformasi geometri, dan animasi.

2. Formulasi Konstruksi Geometri Poligon Beraturan

Dalam ruang 2 dimensi, formulasi menentukan koordinat sudut poligon beraturan untuk banyaknya sisi $n > 4$, dinyatakan dalam koordinat polar dapat dituliskan sebagai :

$$\begin{pmatrix} O \\ I \end{pmatrix}_{m,n}^T = R \cdot \cos \frac{2}{n} \cdot \hat{i} \cdot S \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot T$$

dimana

n : banyaknya sisi poligon

$i = 0, 1, 2, \dots, n$

$O_{m,n}^T$: pasangan vektor baris dari m buah poligon beraturan bersisi n

R : pasangan vektor baris/skalar yang menyatakan jari-jari poligon

S : pasangan vektor baris bernilai $\{0, 1, 0, 1, \dots\}$ berisikan $2m$ penentu $\sin(\theta)$

P : pasangan vektor fasa/skalar yang menyatukan sudut fasa setiap poligon

T : pasangan vektor faktor translasi setiap poligon.

Formula (1) dapat merepresentasikan algoritma/ komputasi koordinat titik sudut m buah poligon beraturan bersisi n , yang dapat memiliki jari-jari, fasa, dan faktor translasi beragam. Jika jari-jari, fasa, dan translasi dinyatakan dalam bentuk variabel, maka perubahan tersebut dapat berfungsi sebagai transformasi skala, rotasi, dan translasi. Jika jari-jari bernilai negatif, maka akan berfungsi sebagai cerminan. Dengan demikian formula tersebut dapat diaplikasikan untuk keperluan animasi yang mampu melakukan transformasi penskalaan, rotasi, cerminan, dan translasi.

Contoh aplikasi formula (1) :

- a. Pembuatan sebuah Islamic Star dengan sudut fasa 90^0 , dimana $i=0, 1, \dots, 10$:

$$O_{1,5}^T \left(\frac{\cos \frac{2}{5}}{\cos \frac{2}{5}} \right)^{\text{mod } i, 2} \cdot R \cos \frac{2}{10} i \quad 0, \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{2}$$

- b. Pembuatan sebuah pentagram dengan sudut fasa 90^0 , dimana $i=0, 1, \dots, 5$:

$$O_{1,5}^T R \cos 2 \frac{2}{5} i \quad 0, \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{2}$$

- c. Pembuatan animasi sebuah Islamic Star berputar dengan frekuensi n Hz, mengikuti lintasan fungsi Rose $r = \sin(2\theta)$, untuk $0 \leq \theta \leq 2\pi$, dengan jari-jari poligon sebesar R dan jari-jari lintasan sebesar L , dimana $i=0, 1, \dots, 10$:

$$O_{1,5}^T \left(\frac{\cos \frac{2}{5}}{\cos \frac{2}{5}} \right)^{\text{mod } i, 2} \cdot R \cos \frac{2}{10} i \quad 0, \frac{2}{2} \cdot n \cdot L \sin 2 \cdot \cos \quad 0, \frac{2}{2}$$

- d. Pembuatan animasi empat buah Islamic Star berputar dengan frekuensi n Hz, mengikuti lintasan fungsi Rose $r = \sin(2\theta)$, untuk $0 \leq \theta \leq 2\pi$, dengan jari-jari poligon sebesar R dan jari-jari lintasan sebesar L , masing-masing secara berturut-turut memiliki sudut fasa $0^0, 90^0, 180^0$, dan 270^0 , dan $i=0, 1, \dots, 10$ dan $j=0, 1, \dots, 2m-1$:

$$O_{4,5}^T \left(\frac{\cos \frac{2}{5}}{\cos \frac{2}{5}} \right)^{\text{mod } i, 2} \cdot R \cos \frac{2}{10} i \quad \text{mod } j, 2, \frac{2}{2} \cdot n \cdot L \sin 2 \cdot \cos \quad \text{mod } j, 2, \frac{2}{2} \cdot \text{int } \frac{j}{2} \cdot \frac{2}{2}$$

3. Formulasi Konstruksi Motif Geometri Islamic Star

3.1. Motif Dasar

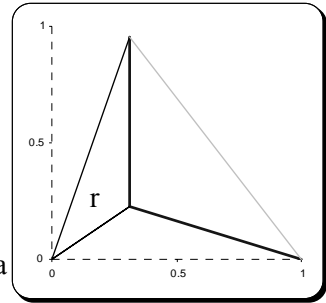
Bentuk dasar formulasi motif geometri Islamic Star berdasarkan poligon beraturan bersisi $n \geq 5$, dalam koordinat polar, dapat diformulasikan sebagai berikut :

$$(2) \quad O_{1,n}^T \left(\frac{\cos \frac{2}{n}}{\cos \frac{2}{n}} \right)^{\text{mod } i, 2} \cdot R \cos \frac{2}{2n} i \quad 0, \frac{2}{2}$$

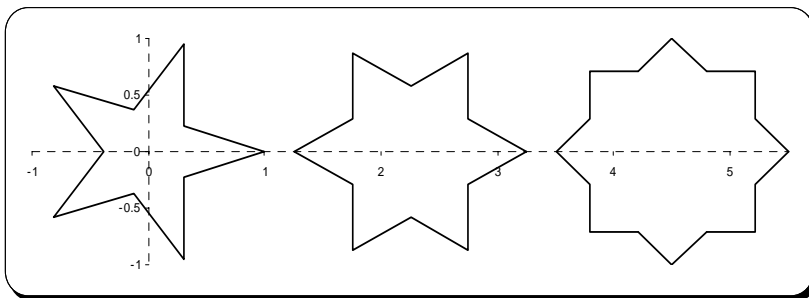
untuk $i=0, 1, \dots, 2n$.

Dalam menurunkan formula (2) diatas, tanpa mengurangi sifat umum penyelesaian, diasumsikan jari-jari $R = 1$. Jika diperhatikan gambar disamping kanan, maka :

$$\cos\left[\frac{2\pi}{n}\right] = r \cos\left[\frac{\pi}{n}\right], \text{ sehingga didapatkan } r = \left(\frac{\cos\left[\frac{2\pi}{n}\right]}{\cos\left[\frac{\pi}{n}\right]}\right)$$



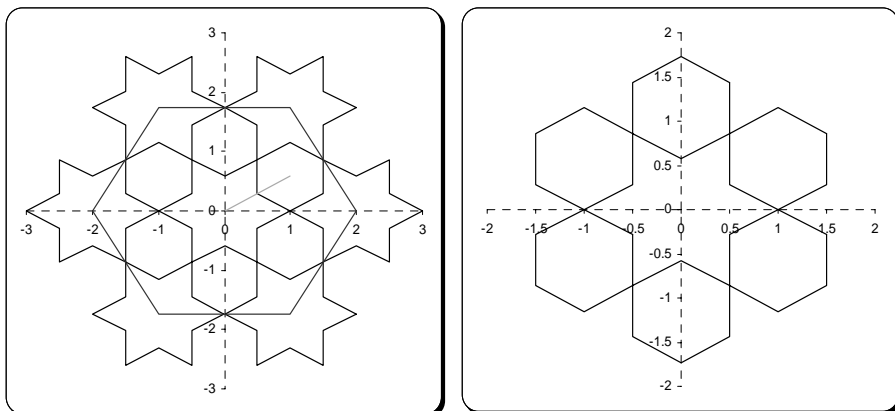
Pangkat $\text{mod}[i,2]$, menyebabkan nilai r akan bernilai 1 jika i bernilai 0 atau genap. Sehingga untuk $i=0, 1, \dots, 2n$, maka nilai r akan membentuk sederetan nilai $1, r, 1, r, \dots, 1, r$ secara bergantian sebanyak $2n$. Sebagai contoh, lihat **Gambar 1. Ragam Motif Dasar Islamic Star untuk $n=5, 6$, dan 8.**



Gambar 1. Ragam Motif Dasar Islamic Star untuk $n=5, 6$, dan 8.

3.2. Motif Pengembangan

Penemuan motif kompleks [Kaplan, 2002], diperoleh dengan cara menyusun enam buah motif dasar $n=6$ secara disusun beraturan (tiling) dikenal dengan nama *rossette*, diperlihatkan pada **Gambar 2. Motif Kompleks Pembuatan Rossette**, yang dikonstruksi berdasarkan formula (2), yang terlihat di dalam segi-enam.



Gambar 2. Motif Kompleks Pembuatan Rossette.

Berdasarkan formula (1) dan (2), pembuatan sebuah motif *rossette* dapat diformulasikan sebagai berikut :

$$O_{6,6}^T \left(\frac{\cos \frac{2}{6}}{\cos \frac{1}{6}} \right) \cos \frac{2}{6} i \pmod{j, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}} \cdot 2 \left(\frac{\cos \frac{2}{6}}{\cos \frac{1}{6}} \right) \cos \frac{2}{6} \text{int} \frac{j}{2} \pmod{j, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}}$$

untuk $i=0, 1, \dots, 6$ dan $j=0, 1, \dots, 12$.

4. Implementasi Menggunakan Formula Array

Mengimplementasikan konstruksi geometri dan motif Islamic Star menggunakan formula array dalam spreadsheet Excel, diperlukan integrasi kemampuan kognisi berpikir spasial, matematis, dan algoritmis. Berpikir algoritmis dibutuhkan, secara mental ketika kita menyorotkan sekumpulan sel, urutan eksekusi formula array dilakukan secara berturut-turut menurut aturan baris dan kolom. Sedangkan untuk kemampuan Excel, cukup memahami fungsi-fungsi :

- ROW()** dan **COLUMN()** untuk menentukan posisi baris dan kolom suatu sel,
- MOD()**, **INT()**, dan **COS()** untuk menentukan sisa pembagian, pembulatan integer, operasi trigonometri. Fungsi **SIN()** tidak diperlukan, dikarenakan sudah diwakili oleh sifat identitas $\sin(\theta) = \cos(\theta - 90^\circ)$.

Sesuai dengan pembahasan bagian 2, contoh aplikasi formula (1), masing-masing contoh dapat diimplementasikan dalam spreadsheet Excel sebagai berikut.

- Pembuatan sebuah Islamic Star jari-jari $R=1$, dengan sudut fasa 90° , dimana $i=0, 1, \dots, 10$:

$$O_{1,5}^T \left(\frac{\cos \frac{2}{5}}{\cos \frac{1}{5}} \right)^{\text{mod } i, 2} \cdot R \cos \frac{2}{10} i \pmod{0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$$

- Sorot sekumpulan sel A1:B11
 - ketik $=(\text{COS}(2*\text{PI}()/5)/\text{COS}(\text{PI}()/5))^{\text{MOD}(\text{ROW}()-1,2)*\text{COS}(2*\text{PI}()/10*(\text{ROW}()-1)-\{0,1\}*\text{PI}()/2)}$
 - Tekan secara bersamaan tombol <Ctrl><Shift><Enter>
 - Gunakan fasilitas grafik XY (Scatter) sub-tipe garis
- Pembuatan sebuah pentagram jari-jari $R=1$, dengan sudut fasa 90° , dimana $i=0, 1, \dots, 5$:

$$O_{1,5}^T R \cos 2 \frac{2}{5} i \pmod{0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$$

- Sorot sekumpulan sel A1:B6
- ketik $=\text{COS}(2*2*\text{PI}()/5*(\text{ROW}()-1)-\{0,1\}*\text{PI}()/2)$
- Tekan secara bersamaan tombol <Ctrl><Shift><Enter>
- Gunakan fasilitas grafik XY (Scatter) sub-tipe garis

- c. Pembuatan animasi sebuah Islamic Star berputar dengan frekuensi n Hz, mengikuti lintasan fungsi Rose $r = \text{Sin}(2\theta)$, untuk $0 \leq \theta \leq 2\pi$, dengan jari-jari poligon sebesar $R=0.5$ dan jari-jari lintasan sebesar $L=2$, dimana $i=0, 1, \dots, 10$:

$$O_{1,5}^T \left(\frac{\text{Cos } \frac{2}{5}}{\text{Cos } \frac{5}{5}} \right)^{\text{mod } i, 2} \cdot R \text{Cos } \frac{2}{10} i \cdot \frac{0, 2}{2} \cdot n \cdot L \text{Sin } 2 \cdot \text{Cos } \sim 0, \frac{2}{2}$$

1. Sorot sekumpulan sel A1:B11
 2. ketik $=0.5*(\text{COS}(2*\text{PI}()/5)/\text{COS}(\text{PI}()/5))^{\text{MOD}(\text{ROW}()-1,2)*\text{COS}(2*\text{PI}()/10*(\text{ROW}()-1)-\{0,1\}*\text{PI}()/2+5*\text{RADIANS}(C1))+2*\text{SIN}(2*\text{RADIANS}(C1))*\text{COS}(\text{RADIANS}(C1)-\{0,1\}*\text{PI}()/2)}$
 3. Tekan secara bersamaan tombol <Ctrl><Shift><Enter>
 4. Gunakan fasilitas grafik XY (Scatter) sub-tipe garis
 5. Gunakan fasilitas slider untuk pemberian nilai pada sel C1
 6. Modifikasi format sumbu-X dan sumbu-Y dari XY (Scatter)
- d. Pembuatan animasi empat buah Islamic Star berputar dengan frekuensi n Hz, mengikuti lintasan fungsi Rose $r = \text{Sin}(2\theta)$, untuk $0 \leq \theta \leq 2\pi$, dengan jari-jari poligon sebesar $R=0.5$ dan jari-jari lintasan sebesar $L=2$, masing-masing secara berturut-turut memiliki sudut fasa $0^0, 90^0, 180^0$, dan 270^0 , dan $i=0, 1, \dots, 10$ dan $j=0, 1, \dots, 2m-1$:

$$O_{4,5}^T \left(\frac{\text{Cos } \frac{2}{5}}{\text{Cos } \frac{5}{5}} \right)^{\text{mod } i, 2} \cdot R \text{Cos } \frac{2}{10} i \cdot \text{mod } j, 2 \cdot \frac{2}{2} \cdot n \cdot L \text{Sin } 2 \cdot \text{Cos } \sim \text{mod } j, 2 \cdot \frac{2}{2} \cdot \text{int } \frac{j}{2} \cdot \frac{2}{2}$$

1. Sorot sekumpulan sel A1:H11
2. ketik $=0.5*(\text{COS}(2*\text{PI}()/5)/\text{COS}(\text{PI}()/5))^{\text{MOD}(\text{ROW}()-1,2)*\text{COS}(2*\text{PI}()/10*(\text{ROW}()-1)-\text{MOD}(\text{COLUMN}()-1,2)*\text{PI}()/2+5*\text{RADIANS}(I1))+2*\text{SIN}(2*\text{RADIANS}(I1))*\text{COS}(\text{RADIANS}(I1)-\text{MOD}(\text{COLUMN}()-1,2)*\text{PI}()/2+\text{INT}((\text{COLUMN}()-1)/2)*\text{PI}()/2)}$
3. Tekan secara bersamaan tombol <Ctrl><Shift><Enter>
4. Gunakan fasilitas grafik XY (Scatter) sub-tipe garis
5. Gunakan fasilitas slider untuk pemberian nilai pada sel I1
6. Modifikasi format sumbu-X dan sumbu-Y dari XY (Scatter)

Penggunaan hanya satu formula [Walkenbach, 2001], dibandingkan dengan praktek yang dilakukan pada umumnya dengan memperlakukan setiap sel berisikan formula, memiliki beberapa keuntungan dalam proses belajar mengajar, antara lain :

- a. Adalah cara yang baik guna menjamin bahwa semua formula dalam sekumpulan sel array adalah identik.
- b. Tidak diperbolehkan mengubah hanya satu sel dari suatu kumpulan sel array.

Simpulan

Kemampuan yang paling menakjubkan dari spreadsheet Excel adalah fitur formula array [Walkenbach, 2001], dimana operasi simultan komputasi dapat dilakukan secara bersamaan terhadap satu kesatuan sekumpulan sel dengan menggunakan satu formula saja. Dalam makalah ini telah ditunjukkan beberapa contoh formulasi dan implementasi pemanfaatan formula array dalam mengkonstruksi geometri poligon dan motif Islamic Star.

REFERENCES

- Kaplan, Craig S. (2002) : Computer Graphics and Geometric Ornamental Design. Dissertation. University of Washington.
- Walkenbach, John (2001): Excel Formula 2002. M&T Books. New York.